

АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН  
НПО «ФИЗИКА-СОЛНЦЕ»

ACADEMY OF SCIENCES OF UZBEKISTAN  
SCIENTIFIC ASSOCIATION "PHYSICS-SUN"

**ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ  
И ПРИКЛАДНЫЕ ВОПРОСЫ ФИЗИКИ**

**FUNDAMENTAL AND APPLIED  
PROBLEMS OF PHYSICS**



**ТРУДЫ  
МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ**

**PROCEEDINGS  
OF INTERNATIONAL CONFERENCE**

**СЕКЦИЯ-I:  
ФИЗИКА ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ, ИХ ПРИКЛАДНЫЕ  
АСПЕКТЫ, АСТРОНОМИЯ И АСТРОФИЗИКА**

**13 - 14 июня**

Ташкент-2017 г.

**АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН  
НПО «ФИЗИКА-СОЛНЦЕ»**

**Программный комитет**

- |  |                                  |
|--|----------------------------------|
| 1. Лутпуллаев С.Л.–проф, председатель    | 12. Саидов М.С. – академикАН РУз |
| 2. Юлдашев Б.С. – академик, през. АН РУз | 13. Тураев Н.Ю. – академикАН РУз |
| 3. Ашуров М.Х. – академикАН РУз          | 14. Мирзаев С.З. – д.ф.-м.н.     |
| 4. Гуламов К.Г.- академикАН РУз          | 15. Бахрамов С.А.– профессор     |
| 5. Захидов Р.А. – академикАН РУз         | 16. Атабаев И.Г. – д.ф.-м.н.     |
| 6. Мамадалимов А.Т. – академикАН РУз     | 17. Авезов Р.Р. – профессор      |
| 7. Мукимов К.М. – академикАН РУз         | 18. Абдурахманов А. – профессор  |
| 8. Муминов Р.А. – академикАН РУз         | 19. Гулямова Д.Ж. – профессор    |
| 9. Муминов Т.М. – академикАН РУз         | 20. Ашуров Х.Б. – д.ф.-м.н.      |
| 10. Мусаханов М.М. – академикАН РУз      | 21. Ташметов М. – д.ф.-м.н.      |
| 11. Расулев У.Х. – академик АН РУз       | 22. Садыков И. – д.х.н.          |

**Организационный комитет**

- |  |                                     |
|--|-------------------------------------|
| 1. Лутпуллаев С.Л., Проф., пред.конф., ФТИ | 11. Баизаков Б.Б., зав.лаб., ФТИ    |
| 2. Ахатов Ж.С., зам.пред.конф., ФТИ        | 12. Цой Э., с.н.с., ФТИ             |
| 3. Атабаев И.Г., зам.пред.конф., ИМ        | 13. Авезова Н.Р., зам. дир. МИСЭ    |
| 4. Матчанов Н.А., дир. МИСЭ                | 14. Абдурахманов А.А., зав.лаб., ИМ |
| 5. Саидханов Н.Ш., учен.секр., ФТИ         | 15. Сулейманов С.Х., зав.лаб., ИМ   |
| 6. Саидов А.С., зав.лаб., ФТИ              | 16. Файзиев Ш., зав.лаб., ИМ        |
| 7. Олимов К., зав.лаб., ФТИ                | 17. Усмонов Ш., с.н.с., ФТИ         |
| 8. Разыков Т.М., зав.лаб., ФТИ             | 18. Кабулов Р., с.н.с., ФТИ         |
| 9. Каримов А.В., зав.лаб., ФТИ             | 19. Собиров Х., с.н.с., ФТИ         |
| 10. Турсунов М.Н., зав.лаб., ФТИ           | 20. Жураев Э.Т., секр.конф., ФТИ    |

**Партнеры:**

- NUS-CBIS: National University of Singapore, Center for BioImaging Science. Singapore
- Научно-технический центр "ТАТА", Саров, Россия
- MITI: Бранденбургский Институт по поддержке развития технологий и инноваций, Германия
- Институт Материаловедение НПО "Физика-Солнце" Академии наук Республики Узбекистан
- ООО "Solar Energy Product", Ташкент, Узбекистан

**Partners:**

- NUS-CBIS: National University of Singapore Center for BioImaging Science. Singapore
- Scientific-Technical Center "TATA", Sarov, Russia
- MITI: Märkisches Institut für Technologie- und Innovationsförderung , Germany
- Institute of Materials Science, SA "Physics-Sun" Academy of Sciences of Uzbekistan
- "Solar Energy Product" Co. Ltd., Tashkent, Uzbekistan

## **ВВЕДЕНИЕ**

Научно-техническая революция, вызванная бурным ростом фундаментальных и прикладных наук, прежде всего наук о природе, открыла широчайшие возможности перед человечеством. Она породила также ряд новых проблем, решение которых вряд ли будет возможно без дальнейшего развития всех отраслей науки. Очевидно, что фундаментальная и прикладная физика и в дальнейшем будет оказывать значительно влияние на развитие человеческой цивилизации.

Физика является наукой, изучающей наиболее простые, общие законы природы и сыграла основную роль в развитии современной техники и технологии, передовых отраслей экономики, промышленности, производства.

Физика в Узбекистане, как и в научных центрах других стран мира, имеет прочную и принципиальную основу. Достижения наших ученых в этой области нашли и находят международное признание, отражены в многочисленных публикациях, как в отечественных, так и в зарубежных журналах, проводятся совместные исследования с зарубежными научными центрами. На основе научных разработок осваивается и осуществляется выпуск новых видов наукоемкой продукции в республике.

В целях подведения итогов научно-исследовательской деятельности, критического осмысления результатов фундаментальных и прикладных исследований, определения приоритетов на ближайшие годы в Физико-техническом институте НПО «Физика-Солнце» АН РУз традиционно проводится конференция «Фундаментальные и прикладные вопросы физики». В этом году конференция проводится в международном формате, что даст возможность ученым Узбекистана, работающим в различных направлениях физической науки, не только обсудить результаты своей научно-исследовательской деятельности в более широкой и, мы надеемся, в более критичной международной аудитории, но и сопоставить их с тенденциями мировой науки, а также воспользоваться международной экспертизой при планировании будущих фундаментальных и прикладных исследований и разработок.

*Редакционная коллегия*

## **INTRODUCTION**

The scientific and technological revolution caused by rapid growth of fundamental and applied researches, first of all in natural sciences opens wide opportunities for the development. It also creates a number of new problems which solution will be hardly possible without further development of all branches of science. It is obvious that development of researches in fundamental and applied physics will impact considerably the development of a human civilization.

The physics is the science studying the simplest and general laws of the nature and it had played the significant role in the development of the modern techniques and technologies, all branches of economy, industry and the production.

The physics in Uzbekistan, as well as in scientific centers of other countries of the world, has a strong basis. Achievements of our scientists have found the international recognition, and they are reflected in numerous publications in international scientific journals. We are collaborating with many international scientific centers. We believe that scientific results will be reflected in development of new types of the knowledge-intensive production in our republic.

The conference "Fundamental and applied problems of physics" is traditionally organized by Physical-technical institute of Scientific Association "Physics-Sun" of Academy of Sciences of Uzbekistan to summarize the newest results of scientific researches in Uzbekistan in the field of physics and to define the most promising directions of their development. Now our conference has an international format and we believe that participation of our colleague from different scientific centers and countries not only intensifies our future collaborations but also bring more courage to discussion on the conference.

*Editorial board*

# I. ФИЗИКА ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ, ИХ ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ, АСТРОНОМИЯ И АСТРОФИЗИКА

## THE SIZES OF EMISSION SOURCES OF DEUTERONS AND $\alpha$ PARTICLES IN $^{16}\text{O}p$ COLLISIONS AT 3.25 A GeV/c

К.Олимов<sup>1</sup>, В.Юлдашев<sup>2</sup>, К.Олимов<sup>1</sup>,  
А.Курбанов<sup>1</sup>, А.Олимов<sup>1</sup>, С.Лутпуллаев<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Physical Technical Institute of SPA Physics Sun of Uzbek Academy of Sciences,

<sup>2</sup>B, Bodomzor yuli street, Tashkent, 100084, Uzbekistan, e-mail:olimov@uzsci.net.

<sup>2</sup>Institute of Nuclear Physics of Uzbek Academy of Sciences,  
Tashkent, Ulugbek, 100214, Uzbekistan

### Abstracts

The sizes of emission sources of deuterons and alpha particles in  $^{16}\text{O}p$  collisions at 3.25 A GeV/c were determined from analysis of their experimental one dimensional correlation function, assuming the simultaneous excitation and decay of sources (of identical particles), whose coordinates are distributed according to Gaussian function. The peak was observed in experimental correlation function for the pairs of alpha particles in region  $q < 25$  MeV/c, which was deduced to be due to decays of unstable of unstable  $^8\text{Be}$   $^9\text{B}$  nuclei at various kinetic energies of these unstable nuclei. This result does not contradict to the popular assumption of other authors about existence of a condensate state in  $^{16}\text{O}$  nucleus, because unstable  $^8\text{Be}$   $^9\text{B}$  nuclei can also be formed from decay of a condensate state of oxygen nucleus, if such a state does exist.

**Keywords:** Source of emission of identical particles (bosons); deuterons; alpha particles; one dimensional correlation function; fragmentation of nuclei

Investigation of correlation of identical particles allows one to obtain information on spatial picture of emission of particles in relativistic hadron-nucleus and nucleus-nucleus collisions [1,2]. Presently, quite much experimental data exist on the sizes of emission regions of pions and protons in nuclear reactions at intermediate and high energies [3–7]. However, the experimental data on sizes of emission regions of deuterons and  $\alpha$  particles are considerably less. To our knowledge, there are just two works [8,9] on determining the size of emission source of  $\alpha$  particles from their correlation analysis.

WA98 experiment measured [7] the correlation function for protons and deuterons in Pb+Pb collisions at 158 A GeV in target fragmentation region and determined the sizes of their emission regions, which proved to be  $3.14 \pm 0.21$  fm and  $2.50 \pm 0.28$  fm, respectively. In Ref. [8], the sizes of emission sources of  $\alpha$  particles in collisions of  $^{22}\text{Ne}$  and  $^{24}\text{Mg}$  nuclei with nuclei of nuclear emulsion at 4.1 A GeV/c and 4.5 A GeV/c, respectively, were measured. For correlation measurements, the authors considered only those collision events, in which at least three particles with  $Z = 2$  were observed (all of them were assumed to be  $\alpha$  particles) in central pseudorapidity region. At such conditions, the size of emission source of  $\alpha$  particles proved to be  $2.84 \pm 0.28$  fm [8], which coincided within uncertainties with the sizes of emission sources of protons and deuterons, obtained in WA98 experiment. The above given results were obtained based on analysis of one dimensional correlation function:

$$C(q) = N (Y_{i,j}(q)/F_{i,j}(q)), \quad (1)$$

where  $q = |\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j|/2$  – is a half of a modulus of a difference of momenta of identical particles  $i$  and  $j$  when  $i \neq j$ ,  $Y_{i,j}(q)$  – the summed value of  $q$ , measured and calculated in each hadron-nucleus or nucleus-nucleus collision;  $F_{i,j}(q)$  – is a background distribution, obtained by mixing momenta  $\mathbf{p}_i$  and  $\mathbf{p}_j$  of identical particles  $i$  and  $j$  emitted in different collision events,  $N$  – is a normalization coefficient. The above given correlation function  $C(q)$  was approximated by expression:

$$C(q) = 1 + \lambda \exp(-q^2 R^2), \quad (2)$$

where  $\lambda$  – is a normalization coefficient;  $R$  – size of emission region of identical particles. This expression was derived in theoretical model [1], which assumed the simultaneous excitation and decay of sources (of identical particles), whose coordinates are distributed according to Gaussian function.

Based on above mentioned experimental material and using the same selection criteria, authors of Ref. [8] also measured [9] the transverse and longitudinal sizes of emission source of  $\alpha$  particles using the

multidimensional parameterization for correlation function, suggested in Ref. [10] for approximation of experimental spectra. The transverse and longitudinal sizes of emission sources of  $\alpha$  particles were found to be  $1.81 \pm 0.22$  fm and  $2.38 \pm 0.23$  fm, respectively. When  $\gamma$  factor was accounted, the longitudinal size ( $10.6 \pm 1.2$  fm) of emission source of  $\alpha$  particles proved to be compatible with the average size of a nucleus in a nuclear emulsion ( $\langle R \rangle_{em} = 12.9$  fm).

The present work is devoted to investigation of correlations between identical particles for deuterons and  $\alpha$  particles, emitted in  $^{16}\text{O}p$  collisions at  $3.25 A$  GeV/c. Experimental statistics consists of 10 014 collision events with registration of all the charged particles and fragments, measured at  $4\pi$  solid angle.

The experimental data were collected using 1 meter hydrogen bubble chamber of the Laboratory of High Energies (LHE) of Joint Institute for Nuclear Research (JINR), exposed to beams of  $^{16}\text{O}$  nuclei, accelerated to momenta of  $3.25 A$  GeV/c at Dubna synchrotron. For identification of fragments by their masses, the following momentum intervals were selected in laboratory system: singly charged positive particles with  $4.75 < p < 7.75$  GeV/c were taken to be deuterons ( $^2\text{H}$  nuclei). The doubly charged positive particles with  $10.75 < p < 15.75$  GeV/c were taken as  $\alpha$  particles ( $^4\text{He}$  nuclei). The collision events with two or more deuterons or  $\alpha$  particles, whose track lengths in chamber volume were greater than 30 cm, were considered. At such a condition, the admixtures of isotopes with masses close to those of deuterons and  $\alpha$  particles among these selected particles did not exceed of 4%, the average relative uncertainty in measuring the momenta of these particles was 3-4%, and an angle between two emitted deuterons (or  $\alpha$  particles) was determined with a precision of  $\Delta\theta = 0.1^\circ$ . The experimental procedures are described in more detail in Refs. [11–14].

One dimensional correlation function  $C(q)$  given in (1) for deuterons, emitted in  $^{16}\text{O}p$  collisions at  $3.25 A$  GeV/c, is shown in fig. 1. The background distribution was constructed by mixing deuterons emitted in different  $^{16}\text{O}p$  collision events. The number of combinations in background distribution was normalized to that of experimental distribution in region  $q > 0.2$  GeV/c, where no correlations are expected between emitted deuterons. The result of approximation of experimental correlation function  $C(q)$  by the function in (2) using a minimum  $\chi^2$  method is given by a solid curve. As seen from fig. 1, the function in (2) describes quite well the experimental  $C(q)$  spectrum. We obtained the following values for parameters of fitting the experimental spectrum by function in (2) at a minimum  $\chi^2$  value:  $\lambda = 0.41 \pm 0.22$  and  $R = 11.9 \pm 3.7$  (GeV/c) $^{-1} = 2.4 \pm 0.7$  fm. This value of  $R$  for the size of emission source of deuterons in  $^{16}\text{O}p$  collisions at  $3.25 A$  GeV/c coincided within statistical uncertainties with the result of Ref. [7], obtained for deuterons in Pb+Pb collisions at  $158 A$  GeV in target fragmentation region. This result suggests that the size of emission region for deuterons, generated in relativistic hadron-nucleus and nucleus-nucleus collisions, does not depend on incident energy and mass number of fragmenting nucleus.

One dimensional correlation function  $C(q)$  given in (1) for  $\alpha$  particles, emitted in  $^{16}\text{O}p$  collisions at  $3.25 A$  GeV/c, is presented in fig. 2. The background distribution was constructed by mixing  $\alpha$  particles generated in different  $^{16}\text{O}p$  collision events. The number of combinations in background distribution was normalized to that of experimental distribution in region  $q > 0.2$  GeV/c, where we do not expect correlations between emitted  $\alpha$  particles. Because the kinematical characteristics of  $\alpha$  particles depend on degree of excitation of fragmenting oxygen nucleus [15], we accounted for the topology of collision events, i.e., the composition of fragments in individual collision event, while constructing the background distribution. In other words, the background distribution was constructed separately for each type of collision events, i.e., separately for events with the number of doubly charged fragments in final state equal to two, three, and four, for events consisting of at least two  $\alpha$  particles. Then the total background distribution was obtained by adding these separate background spectra taking into account the weight of each type of collision events in experimental  $C(q)$  spectrum of  $\alpha$  particles.

As observed from fig. 2, the value of correlation function at  $q < 25$  MeV/c exceeds by more than six standard deviations that for the next  $q$  point (bin). The remaining experimental points decrease gradually until the values  $C(q) \approx 1$  at  $q > 150$  MeV/c. Then a question arises whether such a large magnitude of correlation function  $C(q)$  at  $q < 25$  MeV/c is related to existence of  $\alpha$  condensate state in light nuclei, which experimental indication was obtained in Ref. [16] for carbon-12 nucleus? In Ref. [16] the kinematical analysis of nuclear reaction  $^{40}\text{Ca} + ^{12}\text{C}$  showed that  $7.5 \pm 4.0\%$  from decays of  $^{12}\text{C}$  nuclei in first excited state ( $0^+$  state at excitation energy of 7.654 MeV) consisted of direct decays on three  $\alpha$  particles with the same (within the errors) kinetic energies, which were associated with formation of  $\alpha$  condensate in  $^{12}\text{C}$  nucleus. Let us note that the first excited state of  $^{12}\text{C}$  nucleus and the sixth excited state of  $^{16}\text{O}$  nucleus ( $0^+$  state at excitation energy of 15.097 MeV) can be described quite well by  $\alpha$  condensate type functions,

and, hence, are good candidates for observation of  $\alpha$  condensate [17, 18]. In Refs. [19, 20] it was shown that, at certain symmetry of microscopic Hamiltonian,  $\alpha$  condensate state can also exist at normal nuclear density. Authors calculated the energy spectra of multi  $\alpha$  particle state of  $^{12}\text{C}$  and  $^{16}\text{O}$  in generalized Elliot model. The results of calculations reproduced quite well the experimentally measured energy spectra of excited states of these nuclei [19, 20]. If we take into account that the maximum structure of the experimental correlation function  $C(q)$  at  $q < 25$  MeV/c is due to  $\alpha$  particles with very close (practically the same) kinetic energy values, our result does not contradict to the existence of  $\alpha$  condensate like structure in  $^{16}\text{O}$  nucleus. Our result also goes along with the theoretical predictions of Refs. [19, 20], which described quite at excitation energy of 15.097 MeV) can be described quite well by  $\alpha$  condensate type functions, and, hence, are good candidates for observation of  $\alpha$  condensate [17, 18]. In Refs. [19, 20] it was shown that, at certain symmetry of microscopic Hamiltonian,  $\alpha$  condensate state can also exist at normal nuclear density.

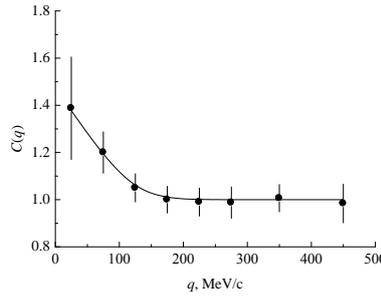


Fig. 1. One dimensional correlation function  $C(q)$  given in (1) for deuterons, emitted in  $^{16}\text{O}p$  collisions at 3.25 A GeV/c. Solid curve is the result of  $\chi^2$  fitting of experimental  $C(q)$  spectrum by function in (2).

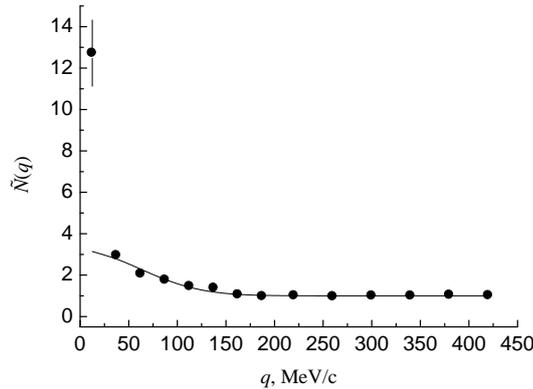


Fig. 2. One dimensional correlation function  $C(q)$  given in (1) for  $\alpha$  particles, emitted in  $^{16}\text{O}p$  collisions at 3.25 A GeV/c. Solid curve is the result of  $\chi^2$  fitting of experimental  $C(q)$  spectrum by function in (2).

Authors calculated the energy spectra of multi  $\alpha$  particle state of  $^{12}\text{C}$  and  $^{16}\text{O}$  in generalized Elliot model. The results of calculations reproduced quite well the experimentally measured energy spectra of excited states of these nuclei [19, 20]. If we take into account that the maximum structure of the experimental correlation function  $C(q)$  at  $q < 25$  MeV/c is due to  $\alpha$  particles with very close (practically the same) kinetic energy values, our result does not contradict to the existence of  $\alpha$  condensate like structure in  $^{16}\text{O}$  nucleus. Our result also goes along with the theoretical predictions of Refs. [19, 20], which described quite well the experimental spectra, about existence of  $\alpha$  condensate state in even-even nuclei, including those of  $^{12}\text{C}$  and  $^{16}\text{O}$ , at normal nuclear density. As seen from Fig. 1, such anomalous structure is not observed in experimental correlation function  $C(q)$  of identical deuterons at  $q < 25$  MeV/c, even though they are bosons as well. This can be explained by that oxygen nucleus, according to modern perceptions and our experimental results [14, 15, 21, 22], possesses  $\alpha$  cluster structure, whereas the data on deuteron cluster structure of this nucleus are absent. Such an  $\alpha$  condensate state of  $^{16}\text{O}$  nucleus can possibly be realized at normal nuclear density, when all the four  $\alpha$  clusters in a nucleus have practically the same kinetic energy values.

On the other hand, the direct reason for the maximum of experimental  $C(q)$  function at  $q < 25$  MeV/c, observed in fig. 2, can be  $^8\text{Be} \rightarrow 2\alpha$  decays of unstable  $^8\text{Be}$  nucleus in its ground state ( $0^+$ ) with the

energy release of 0.1 MeV, and decays  ${}^9\text{B} \rightarrow 2\alpha + p$  with the energy release of 0.3 MeV 0.3 МэВ [23]. The final state interactions of identical particles, not accounted in formula (2), can also contribute to this maximum structure at  $q < 25$  MeV/c. To check this assumption, we considered distributions of the pairs of  $\alpha$  particles on their excitation energies  $\Delta E = M_{\alpha\alpha} - 2M_\alpha$ . The distribution of the pairs of  $\alpha$  particles on their excitation energies ( $\Delta E = M_{\alpha\alpha} - 2M_\alpha$ , in MeV) is shown in fig. 3. It is seen that, at  $\Delta E = 0.25$  MeV, the experimental distribution on excitation energies has a maximum, which value exceeds by approximately six standard deviations the value of the spectrum for the next point (bin). The first maximum in  $\Delta E$  spectrum, as mentioned above, is probably due to decay of unstable  ${}^8\text{Be}$  nuclei in its ground state ( $0^+$ ) with the energy release of 0.1 MeV, as well as decays of  ${}^9\text{B}$  with the energy release of 0.3 MeV, and maybe final state interaction effects. The second wide maximum is likely due to decays of unstable  ${}^8\text{Be}$  nuclei in its first excited state ( $2^+$ ) with the energy release of 3.04 MeV [23]. The background distribution was constructed accounting the topology of collision events and normalized in region  $\Delta E > 6$  MeV. As observed from Fig. 3, the background distribution describes quite well the experimental spectrum on  $\Delta E$  in region  $\Delta E > 6$  MeV. The excess of the number of experimental combinations over the background in Fig. 3 proved to be 554, which makes up  $(22.0 \pm 1.0)\%$  from the total number of combinations in experimental spectrum. This excess corresponds to the cross section of total yield of unstable  ${}^8\text{Be}$  и  ${}^9\text{B}$  nuclei equal  $13.6 \pm 0.6$  mb. This cross section coincided within the statistical uncertainties with the total inclusive cross section ( $13.3 \pm 0.5$  mb) of formation of unstable  ${}^8\text{Be}$  и  ${}^9\text{B}$  nuclei in  ${}^{16}\text{O}p$  collisions at 3.25 A GeV/c, determined earlier in Refs. [21, 24, 25].

Hence, we can conclude that the peak observed in experimental spectrum of one dimensional correlation function  $C(q)$  at  $q < 25$  MeV/c is due to decays of unstable  ${}^8\text{Be}$  и  ${}^9\text{B}$  nuclei in  ${}^{16}\text{O}p$  collisions at 3.25 A GeV/c. However, this result does not contradict to the assumption of existence of  $\alpha$  condensate state in  ${}^{16}\text{O}$  nucleus, because unstable  ${}^8\text{Be}$  и  ${}^9\text{B}$  nuclei can also be formed from decay of  $\alpha$  condensate state of oxygen nucleus.

Because of experimental conditions of selection of collision events and registration of particles, the authors of Ref. [8] could measure the correlation function for identical particles only in region  $q > 60$  MeV/c. Besides it, all the particles with  $Z=2$  in Ref. [8] were considered as  $\alpha$  particles, which shows considerable admixture of  ${}^3\text{He}$  nuclei, used for calculation of correlation function of identical  $\alpha$  particles. Our experiment showed [21] that the fraction of  ${}^3\text{He}$  nuclei among doubly charged (helium) nuclei makes up about 20%. On the other hand, the conditions of our experiment allowed to identify  $\alpha$  particles with the probability greater than 95%, and measure their momenta with the average relative error not larger than 4%. Usage of the beam of the relativistic oxygen nuclei impinging on hydrogen target allowed us to measure the momenta of all the charged fragments, with momenta starting from zero value in oxygen nucleus rest frame. Therefore, we could measure the correlation functions for identical deuterons and  $\alpha$  particles in  ${}^{16}\text{O}p$  collisions at 3.25 A GeV/c for the whole interval of change of  $q$ , starting from a zero value.

It is interesting to mention that the value of correlation function  $C(q)$  at  $q < 25$  MeV/c remains constant within statistical uncertainties for different values of momenta ( $p_1, p_2$ ) of the pair of  $\alpha$  particles:

$$C(q) = 12.76 \pm 1.38 \text{ at } p_1, p_2 > 25 \text{ MeV/c}; C(q) = 12.73 \pm 1.42 \text{ at } p_1, p_2 > 50 \text{ MeV/c}; \\ C(q) = 12.34 \pm 1.45 \text{ at } p_1, p_2 > 75 \text{ MeV/c}; C(q) = 11.50 \pm 1.48 \text{ at } p_1, p_2 > 100 \text{ MeV/c}.$$

This fact can be interpreted by that the pairs of  $\alpha$  particles with  $q < 25$  MeV/c are due to decay of unstable  ${}^8\text{Be}$  и  ${}^9\text{B}$  nuclei at various excitation levels (energies) of  ${}^{16}\text{O}$  nucleus, and, hence, at different kinetic energies of these unstable nuclei.

Because the behavior of correlation function  $C(q)$  at  $q < 25$  MeV/c differs from that in region  $q > 25$  MeV/c, approximation of  $C(q)$  for the pairs of  $\alpha$  particles by expression in (2) was conducted in region  $q > 25$  MeV/c. As observed from fig. 2, the experimental spectrum  $C(q)$  is described quite well by function in (2). We obtained the following best values of parameters of function in (2) at a minimum  $\chi^2$  value:  $\lambda = 2.2 \pm 0.2$  and  $R = 11.7 \pm 0.7$  (GeV/c) $^{-1} = 2.3 \pm 0.1$  fm, which practically coincided with the size of emission region of deuterons in  ${}^{16}\text{O}p$  collisions at 3.25 A GeV/c.

In conclusion, we summarize the main results of investigation of experimental one dimensional correlation function  $C(q)$  for identical particles – deuterons and  $\alpha$  particles emitted in  ${}^{16}\text{O}p$  collisions at 3.25 A GeV/c. The peak was observed in region  $q < 25$  MeV/c in experimental  $C(q)$  spectrum for the pairs of  $\alpha$  particles, which could not be described by the theoretical model, expressed by function in (2), which assumed the simultaneous excitation and decay of sources (of identical particles), whose coordinates are distributed according to Gaussian function. Based on analysis of the spectrum of invariant masses of the pairs of  $\alpha$  particles, we deduced that the peak of experimental  $C(q)$  spectrum in region  $q < 25$  MeV/c was

due to decays of unstable  ${}^8\text{Be}$  и  ${}^9\text{B}$  nuclei, generated at different excitation levels (energies) of  ${}^{16}\text{O}$  nucleus, and, hence, at different kinetic energies of these unstable nuclei. Our result does not contradict to the popular assumption of other authors about existence of  $\alpha$  condensate state in  ${}^{16}\text{O}$  nucleus, because unstable  ${}^8\text{Be}$  и  ${}^9\text{B}$  nuclei can also be formed from decay of  $\alpha$  condensate state of oxygen nucleus, if such a state does exist.

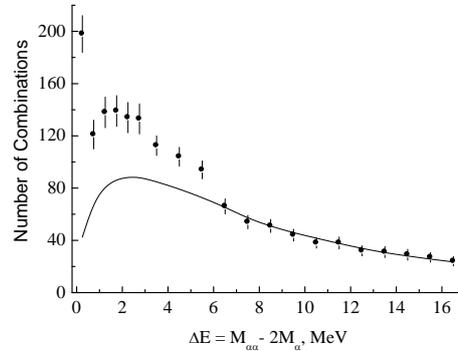


Fig. 3. Distribution on excitation energies of the pairs of  $\alpha$  particles in  ${}^{16}\text{O}p$  collisions at 3.25 A GeV/c. The solid curve is the background distribution.

The sizes of emission sources of identical deuterons and  $\alpha$  particles were determined from fitting their experimental one dimensional correlation functions  $C(q)$  by expression in (2) in regions  $q > 0$  MeV/cи  $q > 25\text{MeV}/c$ , respectively. The so obtained sizes of emission sources of deuterons ( $2.4 \pm 0.7$  fm) and  $\alpha$  particles ( $2.3 \pm 0.1$  fm), generated in  ${}^{16}\text{O}p$  collisions at 3.25 A GeV/c, coincided within the uncertainties. The size of emission source of deuterons in  ${}^{16}\text{O}p$  collisions at 3.25 A GeV/c coincided within statistical uncertainties with the result of Ref. [7], obtained in WA98 experiment for deuterons in Pb+Pb collisions at 158 A GeV in target fragmentation region, suggesting that the size of emission region for deuterons formed in relativistic hadron-nucleus and nucleus-nucleus collisions does not depend on incident energy and mass number of fragmenting nucleus. Some difference in the sizes of emission sources of  $\alpha$  particles, obtained in present work and in Ref. [8] ( $2.84 \pm 0.28$  fm) for collisions of  ${}^{22}\text{Ne}$  and  ${}^{24}\text{Mg}$  nuclei with nuclei of nuclear emulsion at 4.1 A GeV/c and 4.5 A GeV/c, is likely due to that, in the latter work, all the fragments with  $Z = 2$  were considered as  $\alpha$  particles (though the admixture of  ${}^3\text{He}$  nuclei among doubly charged fragments makes up around 20%). Besides it, only the doubly charged fragments in central pseudorapidity region were analyzed in Ref. [8].

## REFERENCES

- [1] M. I. Podgoretsky PEPAN 20 (1989) 628. [2] G. Baym, Acta Phys. Polonica B 29 (1998) 1839.[3] A.d. Chacon, J.A. Bistirlich, R.R. Bossingham et al., Phys. Rev. C 43 (1991) 2670. [4] M.M. Agarwal, Z. Ahammed, A.L.S. Angelis et al. (WA98 Collabration), Phys. Rev. Lett. 85 (2000) 2895.[5] A. V. Blinov, V. M.Chadeeva, PEPAN 39(2008) 1015. [6]Viktor V. Glagolev, Gabriela Martinská, Jan Mušínský et al., Centr.Europ.Journ.of Phys. 9 (2011) 1387. [7] M.M. Agarwal, Z. Ahammed, A.L.S. Angelis et al. (WA98 Collabration), arXiv: 709.2477 [nucl-ex], 2007. [8] V. V. Dubinina et al., JETP Lett. 87 (2008) 359. [9] V. V. Dubinina et al., JETP Lett. 90 (2009) 705. [10] D. E. Fields, J.P. Sullivan, J.Simon-Gillo et al., Phys. Rev. C 52 (1995) 986. [11] V. V. Glagolev, K.G. Gulamov, M. Yu. Kratenko et al.JETP Letters58 (1993) 497. [12] V. V. Glagolev, K.G. Gulamov, M. Yu. Kratenko et al., JETP Letters 59 (1994) 336. [13] V. V. Glagolev et al., Yad. Fiz. 58, 2005 (1995).[14] V. V. Glagolev, K. G. Gulamov, V. D. Lipin et al., Eur. Phys. J A 11 (2001) 285. [15]Kosim Olimov, Sagdulla Lutpullaev, Khusniddin K. Olimov.et al., Intern. J. Mod. Phys. E 23 (2014) 1450086. [16] B. Borderie, Ad. R. Raduta, E. Gerasci et al., Journ. of Phys.: Conference Series 321 (2011) 012034. [17] A. Tohsaki, H. Horinchi, P. Schuk and G. Ropke, Phys. Rev. Lett. 87 (2001) 192501. [18] Y. Funaki, T. Yamada et al., Phys. Rev. Lett. 101 (2008) 082502. [19] I. A. Glinozub et al. Alpha-particle states alpha-particle condensate in nuclear matter at normal density. Proceedings of the XVIIth International Workshop on High Energy Physics and Quantum Field Theory. Moskow, Russia, 2004. P. 465-471. [20] I. A. Glinozub et al., Alpha-particle states in extended Elliyot model, Acta Physica Hungarica A (Heavy Ion Physics) 18(2003) 235. [21] E. Kh. Bazarov et al., JETP Lett. 81 (2005) 140.[22]Kosim Olimov, Khusniddin K. Olimov, Sagdulla L. Lutpullaevet al., Intern. Journ.of Mod. Phys. E 25 (2016) 1650023. [23] Ajzenberg-Selove F., Energy levels of light nuclei A= 5–10, Nuclear Physics A 413 (1984) 1. [24] E. Kh. Bazarov et al., Phys. At. Nucl.67 (2004) 2272. [25] E. Kh. Bazarovetal., Phys. At. Nucl. 69 (2004) 165.

## КОРРЕЛЯЦИИ В ОБРАЗОВАНИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ПИОНОВ И ЛЕГКИХ ЯДЕР В СОУДАРЕНИЯХ ЯДЕР КИСЛОРОДА С ПРОТОНАМИ ПРИ 3.25 АГЭВ/С

К.Олимов<sup>1</sup>, К.Гуламов<sup>1</sup>, С.Лутпуллаев<sup>1</sup>,  
Х.Олимов<sup>1</sup>, Б.Юлдашев<sup>2</sup>, А.Олимов<sup>1</sup>, М.Рахматуллаева<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Физико-технический институт НПО «Физика-Солнце» АН РУз, Ташкент, 100084, Узбекистан, Бодомзор йули, 2<sup>б</sup>, e-mail:olimov@uzsci.net.

<sup>2</sup>Институт ядерной физики АН РУз, Ташкент 100214, поселок Улугбек ИЯФ.

<sup>3</sup>Ташкентский университет информационных технологий, Ташкент, 100202, Узбекистан, проспект Амира Тимур, 108.

### Аннотация

Представлены новые экспериментальные данные по изучению корреляции в образовании заряженных пионов и легких фрагментов с массовыми числами  $A = 2-4$  в  $^{16}\text{O}$ -соударениях при 3.25 А ГЭВ/с. Показано, что механизмы образования легких фрагментов с  $A = 2-4$  и процессы генерации заряженных пионов не зависят друг от друга. Наблюдаемые корреляции между множественностями легких ядер  $^2\text{H}$ ,  $^3\text{H}$ ,  $^3\text{He}$  и  $^4\text{He}$  и наличием/отсутствием в событии заряженного пиона обусловлены большей/меньшей передачей энергии-импульса фрагментирующему ядру.

**Ключевые слова:** множественная генерация частиц, фрагментация ядер, легкие фрагменты, кластеры, структура ядер.

Известно, что вадрон-ядерных соударениях при энергиях в несколько ГЭВ средняя множественность рожденных частиц (пионов) небольшая и они в основном образуются за счет неупругой перезарядки нуклона снаряда или ядра-мишени или за счет распада барионного резонанса [1–8], образованного в ядре мишени. При этом вклад в множественность пионов от их парного рождения ( $\pi^+\pi^-$ ), естественно небольшой.

Наш эксперимент на 1м водородной пузырьковой камере позволяет с достаточно большей точностью идентифицировать частицы и фрагменты с  $A \leq 9$  по массе. В  $^{16}\text{O}$ -соударениях при 3.25 А ГЭВ/с подавляющая часть (>95%) вновь рожденных (образованных) частиц является пионами. В связи с вышеизложенным в настоящей работе исследуются корреляции в образовании заряженных пионов и легких ядер  $^1\text{H}$ ,  $^2\text{H}$ ,  $^3\text{H}$ ,  $^3\text{He}$  и  $^4\text{He}$  в  $^{16}\text{O}$ -соударениях при 3.25 А ГЭВ/с.

Экспериментальный материал был получен с помощью 1-м водородной пузырьковой камеры ЛВЭ ОИЯИ, облученной пучком ядер  $^{16}\text{O}$  с импульсом 3.25 А ГЭВ/с, на Дубненском синхротронном ОИЯИ. Данные, полученные в этой работе, основываются на статистике 10042 измеренных неупругих  $^{16}\text{O}$ -событий. Для идентификации фрагментов по массе были введены следующие интервалы импульса в лабораторной системе координат: однозарядные фрагменты с  $1.75 < p \leq 4.75$  ГЭВ/с считались протонами, с  $4.75 < p \leq 7.75$  ГЭВ/с относились к  $^2\text{H}$  и с  $p > 7.75$  ГЭВ/с – к ядрам  $^3\text{H}$ . Двухзарядные фрагменты с  $p \leq 10.75$  ГЭВ/с относились к  $^3\text{He}$ , а с  $10.75 < p \leq 16$  ГЭВ/с – к  $^4\text{He}$ . Такое ограничение сверху на импульс  $^4\text{He}$  связано с тем, что из-за нестабильности ядра  $^5\text{He}$  мы «видим» только заряженный продукт ( $\alpha$ -частицу) его распада на  $\alpha + n$ . Из-за малости сечения образования ядер  $^6\text{He}$  ( $1.03 \pm 0.23$  мбн [9]) в  $^{16}\text{O}$ -соударениях при 3.25 А ГЭВ/с мы их не исследуем. Отметим, также, что при таком выборе интервалов импульсов фрагментов, примесь соседних по массе изотопов ядер в связи с перекрытием их импульсных спектров не превышает 3–4% [10, 11]. Другие методические особенности эксперимента приведены в [12].

Для изучения корреляций в образовании заряженных пионов и легких фрагментов ядра кислорода во взаимодействиях с протонами при 3.25 А ГЭВ/с полный ансамбль  $^{16}\text{O}$ -соударений был разделен на следующие 2 группы: а) в событии отсутствует какой-либо заряженный пион,  $n_{\pi^\pm} = 0$ ; б) в событии имеется хотя бы один заряженный пион,  $n_{\pi^\pm} \geq 1$ .

Доля событий, средние множественности легких фрагментов, а также протона отдачи для вышеуказанных групп событий приведены в табл. 1. Из табл. 1 видно, что в приблизительно 45% событий не происходит образования заряженного пиона, а доля событий с образованием хотя бы одного заряженного пиона составляет около 55%. Средние множественности всех легких фрагментов ядра кислорода  $^1\text{H}$ ,  $^2\text{H}$ ,  $^3\text{H}$ ,  $^3\text{He}$  и  $^4\text{He}$  в событиях с образованием хотя бы одного заряженного пиона ( $n_{\pi^\pm} \geq 1$ ) – оказались существенно больше, чем в событиях без образования заряженных пионов ( $n_{\pi^\pm} = 0$ ). Это, по-видимому, является следствием того, что образование хотя бы одного заряженного пиона происходит при значительной передаче энергии-импульса фрагментирующему

ядру и, соответственно, его большем разрушении в сравнении с событиями без образования заряженных пионов. На это указывает также среднее значение суммарного заряда фрагментов с  $3 \leq z \leq 8$   $\langle Q_{38} \rangle$  в рассматриваемых классах событий. В событиях без образования заряженных пионов ( $n_{\pi^\pm} = 0$ ) эта величина оказалась равной  $\langle Q_{38} \rangle = 4.92 \pm 0.04$ , а в событиях с образованием хотя бы одного заряженного пиона ( $n_{\pi^\pm} \geq 1$ )  $\langle Q_{38} \rangle = 3.88 \pm 0.04$ . Независимо от наличия заряженного пиона в событии ( $n_{\pi^\pm} = 0$  или  $n_{\pi^\pm} \geq 1$ ) в пределах статистических погрешностей совпадают средние множественности легких зеркальных ядер  ${}^3\text{H}$  и  ${}^3\text{He}$  в каждой исследуемой группе. Интересно отметить, что такое совпадение наблюдалось ранее в инклюзивной  ${}^{16}\text{O}$ -реакции [10,13].

Таблица 1

Доля событий (%), средние множественности легких фрагментов с массовыми числами  $A \leq 4$ , а также протона отдачи  $n_{\text{rc}}$  в зависимости от наличия заряженного пиона в событии

Наличие $\pi^\pm$ -мезона в событии	Доля событий (W), в %	Тип частицы или фрагмента					
		${}^1\text{H}$	${}^2\text{H}$	${}^3\text{H}$	${}^3\text{He}$	${}^4\text{He}$	$n_{\text{rc}}$
$n_{\pi^\pm}=0$	$44.7 \pm 0.7$	$1.58 \pm 0.03$	$0.28 \pm 0.01$	$0.11 \pm 0.01$	$0.12 \pm 0.01$	$0.46 \pm 0.02$	$0.70 \pm 0.01$
$n_{\pi^\pm} \geq 1$	$55.3 \pm 0.7$	$1.94 \pm 0.03$	$0.37 \pm 0.01$	$0.17 \pm 0.01$	$0.16 \pm 0.01$	$0.54 \pm 0.02$	$0.59 \pm 0.01$

Из табл. 1 также видно, что средняя множественность протона отдачи больше в событиях без образования пионов, чем в таковых с рождением заряженных пионов. Это можно объяснить тем, что часть  $\pi^+$ -мезонов может быть образована за счет неупругой перезарядки протона мишени на  $\pi^+$ -мезон и нейтрон. Из табл. 1 нетрудно определить долю заряда потерянного протонмишени в результате его неупругой перезарядки согласно реакции  $p \rightarrow n + \pi^+$  и зарядообменного процесса с нейтроном снаряда  $pn \rightarrow pr$ . Доля заряда потерянного протонмишени рассчитывалась по формуле

$$W(p \rightarrow n) = W(n_{\pi^\pm} = 0)(1 - n_{\text{rc}}(n_{\pi^\pm} = 0)) + W(n_{\pi^\pm} \geq 1)(1 - n_{\text{rc}}(n_{\pi^\pm} \geq 1)),$$

которая оказалась равной  $W(p \rightarrow n) = 0.36 \pm 0.02$ . Этот результат совпадает с коэффициентом неупругой перезарядки протонмишени ( $0.37 \pm 0.01$ ) в  ${}^{16}\text{O}$ -реакции, полученным в работе [14].

Чтобы выяснить связаны ли наблюдаемые в табл. 1 корреляции между множественностями легких фрагментов и наличием заряженного пиона в событии, с зависимостями механизмов образования этих фрагментов и заряженных пионов, мы исследовали кинематические характеристики легких фрагментов отдельно в каждой из анализируемых групп.

В табл. 2 приведены средние значения полного импульса в системе покоя ядра кислорода и поперечного импульса, а также их ширины для легких фрагментов  ${}^1\text{H}$ ,  ${}^2\text{H}$ ,  ${}^3\text{H}$ ,  ${}^3\text{He}$  и  ${}^4\text{He}$  в зависимости от наличия или отсутствия заряженного пиона в событии. В связи с тем, что средние множественности и кинематические характеристики зеркальных ядер  ${}^3\text{He}$  и  ${}^3\text{H}$  совпадают [10,13], для лучшей статистики данные по этим ядрам объединены в данной и последующих таблицах.

Таблица 2

Средние значения полного и поперечного импульсов и их ширины (в МэВ/с) для легких фрагментов с массовыми числами  $A \leq 4$  в зависимости от наличия заряженного пиона в событии.

Величина	Наличие $\pi^\pm$ -мезона в событии	Тип фрагмента		
		${}^2\text{H}$	${}^3\text{H}+{}^3\text{He}$	${}^4\text{He}$
$\langle P \rangle$	$n_{\pi^\pm} = 0$	$352 \pm 7$	$367 \pm 8$	$293 \pm 4$
	$n_{\pi^\pm} \geq 1$	$351 \pm 5$	$362 \pm 6$	$296 \pm 3$
$D(P)$	$n_{\pi^\pm} = 0$	$243 \pm 9$	$236 \pm 9$	$180 \pm 7$
	$n_{\pi^\pm} \geq 1$	$241 \pm 6$	$229 \pm 9$	$179 \pm 5$
$\langle P_T \rangle$	$n_{\pi^\pm} = 0$	$257 \pm 6$	$234 \pm 6$	$189 \pm 3$
	$n_{\pi^\pm} \geq 1$	$253 \pm 5$	$236 \pm 4$	$189 \pm 3$
$D(P_T)$	$n_{\pi^\pm} = 0$	$215 \pm 8$	$173 \pm 8$	$149 \pm 8$
	$n_{\pi^\pm} \geq 1$	$207 \pm 6$	$175 \pm 7$	$143 \pm 6$
$\langle P_L \rangle$	$n_{\pi^\pm} = 0$	$116 \pm 8$	$122 \pm 10$	$21 \pm 6$
	$n_{\pi^\pm} \geq 1$	$118 \pm 6$	$129 \pm 7$	$29 \pm 5$
$D(P_L)$	$n_{\pi^\pm} = 0$	$234 \pm 4$	$282 \pm 8$	$244 \pm 3$
	$n_{\pi^\pm} \geq 1$	$239 \pm 5$	$288 \pm 10$	$239 \pm 4$

Из табл. 2 видно, что:

- в пределах статистических погрешностей средние значения полного и поперечного импульсов и их ширин для легких фрагментов не зависят от наличия или отсутствия заряженного пиона в событии;
- средние значения полного импульса и их ширин в пределах статистических погрешностей оказались одинаковыми для дейтронов и зеркальных ядер ( ${}^3\text{H}+{}^3\text{He}$ );
- все исследуемые кинематические характеристики  $\alpha$ -частиц оказались меньше, чем у дейтрона и зеркальных ядер, которое связано с характером образования ядер  ${}^4\text{He}$  (ядра  ${}^4\text{He}$  являясь исходной структурой ядра-снаряда [15] образуются в основном, при малых возбуждениях ядра кислорода);
- среднее значение полного импульса зеркальных ядер ( ${}^3\text{H}+{}^3\text{He}$ ), оказалось заметно меньшим, чем таковое у дейтронов, что связано с относительно малым средним углом вылета ядер ( ${}^3\text{H}+{}^3\text{He}$ ) в сравнении с ядрами  ${}^2\text{H}$ .

Следует ли из наблюдаемого в эксперименте совпадения средних значений импульсных характеристик и их ширин для рассматриваемых ядер в двух группах событий идентичность форм их импульсных спектров? Как показал анализ, формы импульсных спектров исследуемых фрагментов ( ${}^2\text{H}$ ,  ${}^3\text{H}$ ,  ${}^3\text{He}$  и  ${}^4\text{He}$ ) совпали в пределах статистических погрешностей для обеих групп событий. В качестве примера, на рис. 1 и 2 приведены спектры полного (в системе покоя ядра кислорода) и поперечного импульсов для ядер  ${}^2\text{H}$ . Как видно из рис. 1 и 2, как спектры полного, так и поперечного импульсов дейтронов совпадают в пределах погрешностей в двух исследуемых классах событий, что указывает на независимость механизмов формирования этих фрагментов и образования заряженных пионов.

Из приведенного выше следует, что также средние кинематические характеристики заряженных пионов не должны зависеть от механизма образования легких фрагментов. Известно, что в образовании легких фрагментов вылетающих в переднюю полусферу в системе покоя ядра кислорода ( $\Theta \leq 90^\circ$ ) основной вклад дают механизмы: «испарение», Ферми-развал, квазиупругое выбивание протоном-мишенью, слияние двух и более нуклонов, а также распады высоковозбужденных ядер с массовыми числами  $A \geq 3$ . Тогда как легкие фрагменты, вылетающие в заднюю полусферу ( $\Theta > 90^\circ$ ), образуются в основном за счет механизмов «испарения» и Ферми-развала. В связи с этим мы сравнили средние значения полного и поперечного импульсов и их ширин для  $\pi^-$ -мезонов от угла вылета легких фрагментов в системе покоя ядра кислорода (см. табл. 3).

Как видно из табл. 3, средние значения полного, поперечного импульсов и их ширин для отрицательных пионов оказались в пределах статистических погрешностей независимыми от угла вылета легких фрагментов. Это подтверждает независимость механизмов образования заряженных пионов от механизмов образования легких фрагментов в  ${}^{16}\text{O}$ -соударениях при  $3.25A$  ГэВ/с.

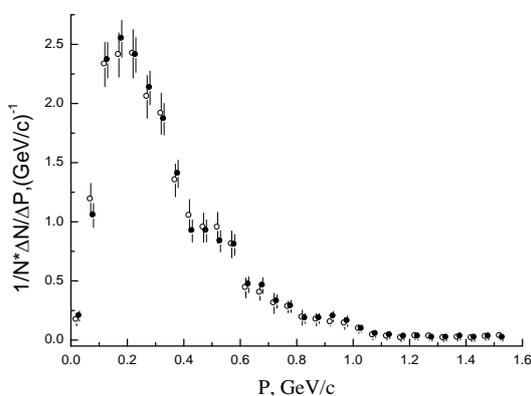


Рис. 1. Распределение дейтронов по полному импульсу в системе покоя ядра кислорода в событиях с образованием хотя бы одного заряженного пиона ( $\circ$ ) и без рождения заряженного пиона ( $\bullet$ ).

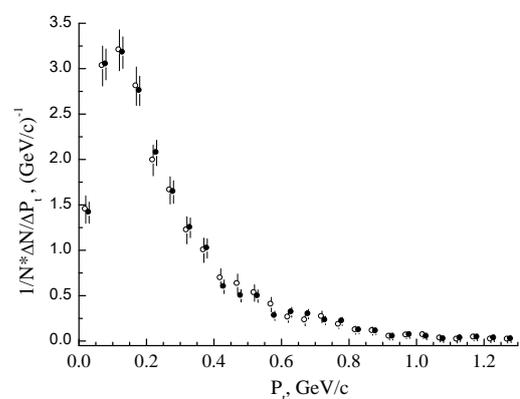


Рис. 2. Распределение дейтронов по поперечному импульсу в событиях с образованием ( $\bullet$ ) и без рождения заряженного пиона ( $\circ$ ).

Таблица 3

Средние значения полного (в лабораторной системе) и поперечного импульсов и их ширин (в МэВ/с) для  $\pi^-$ - мезонов в зависимости от угла вылета (в системе покоя ядра кислорода) легких фрагментов –  ${}^2\text{H}$ ,  ${}^3\text{H}+{}^3\text{He}$  и  ${}^4\text{He}$

Величина	Угол вылета фрагмента	Тип фрагмента		
		${}^2\text{H}$	${}^3\text{H}+{}^3\text{He}$	${}^4\text{He}$
$\langle P \rangle$	$\Theta \leq 90^\circ$ , вперед	$653 \pm 15$	$655 \pm 17$	$622 \pm 14$
	$\Theta > 90^\circ$ , назад	$654 \pm 21$	$648 \pm 22$	$613 \pm 16$
$D(P)$	$\Theta \leq 90^\circ$ , вперед	$428 \pm 17$	$432 \pm 18$	$411 \pm 15$
	$\Theta > 90^\circ$ , назад	$414 \pm 22$	$407 \pm 22$	$424 \pm 16$
$\langle P_\perp \rangle$	$\Theta \leq 90^\circ$ , вперед	$189 \pm 5$	$193 \pm 5$	$186 \pm 4$
	$\Theta > 90^\circ$ , назад	$189 \pm 7$	$197 \pm 7$	$189 \pm 5$
$D(P_\perp)$	$\Theta \leq 90^\circ$ , вперед	$125 \pm 6$	$128 \pm 6$	$127 \pm 5$
	$\Theta > 90^\circ$ , назад	$124 \pm 7$	$135 \pm 8$	$130 \pm 6$

Этот вывод подтверждается также независимостью средних множественностей заряженных пионов (для событий с образованием по меньшей мере одного заряженного пиона) от угла вылета легких фрагментов, которые представлены в табл. 4.

Таблица 4

Средние множественности заряженных пионов в зависимости от угла вылета легких фрагментов в системе покоя ядра кислорода

Угол вылета фрагмента	Тип фрагмента		
	${}^2\text{H}$	${}^3\text{H}+{}^3\text{He}$	${}^4\text{He}$
$\Theta \leq 90^\circ$ , вперед	$1.53 \pm 0.02$	$1.56 \pm 0.02$	$1.57 \pm 0.02$
$\Theta > 90^\circ$ , назад	$1.53 \pm 0.03$	$1.57 \pm 0.03$	$1.53 \pm 0.02$

Из табл. 4 видно, что средние множественности заряженных пионов, сопровождающих образование легких фрагментов, в пределах статистических погрешностей не зависят от их типа. Также видно, что средние множественности заряженных пионов в пределах статистических погрешностей не зависят от угла вылета этих фрагментов. Если учесть, что механизмы образования фрагментов, вылетающих в заднюю и переднюю полусферу отличаются, то можно заключить, что механизмы образования легких фрагментов и заряженных пионов являются независимыми.

### Заключение

Изучены корреляции в образовании заряженных пионов и легких фрагментов ядра кислорода во взаимодействиях с протонами при 3.25 А ГэВ/с. Для изучения корреляций в образовании заряженных пионов и легких фрагментов ядра кислорода во взаимодействиях с протонами при 3.25 А ГэВ/с полный ансамбль  ${}^{16}\text{O}$ -соударений был разделен на следующие 2 группы: а) в событии отсутствует какой-либо заряженный пион; б) в событии имеется хотя бы один заряженный пион.

Средние множественности всех легких фрагментов ядра кислорода –  ${}^1\text{H}$ ,  ${}^2\text{H}$ ,  ${}^3\text{H}$ ,  ${}^3\text{He}$  и  ${}^4\text{He}$  в событиях с образованием хотя бы одного заряженного пиона оказались существенно больше, чем в событиях без образования заряженных пионов. Это связано с тем, что образование хотя бы одного заряженного пиона происходит при значительной передаче энергии-импульса фрагментирующему ядру и, соответственно, его большем разрушении в сравнении с событиями без образования заряженных пионов.

Средние значения полного и поперечного импульсов и их ширин для ядер  ${}^2\text{H}$ ,  ${}^3\text{H}+{}^3\text{He}$  и  ${}^4\text{He}$ , оказались не зависящими от наличия в событии заряженного пиона. Также формы импульсных спектров исследуемых фрагментов ( ${}^2\text{H}$ ,  ${}^3\text{H}+{}^3\text{He}$  и  ${}^4\text{He}$ ) совпали в пределах статистических погрешностей для обеих групп событий.

Средние значения полного и поперечного импульсов и их ширин для отрицательных пионов оказались независимыми от угла вылета (в системе покоя ядра кислорода) легких ядер  ${}^2\text{H}$ ,  ${}^3\text{H}+{}^3\text{He}$  и  ${}^4\text{He}$ .

Таким образом, можно заключить, что механизмы образования легких фрагментов с  $A = 2-4$  и процессы генерации заряженных пионов не зависят друг от друга. Наблюдаемые корреляции между множественностями легких ядер  ${}^2\text{H}$ ,  ${}^3\text{H}+{}^3\text{He}$  и  ${}^4\text{He}$  и наличием/отсутствием в событии заря-

женного пиона обусловлены большей/меньшей передачей энергии-импульса фрагментирующему ядру.

Полученные данные указывают на то, что генерация пионов в  $^{16}\text{O}$ -соударениях при 3.25 А ГэВ/с происходит преимущественным образом в нуклон-нуклонных соударениях.

## ЛИТЕРАТУРА

[1] Olimov Kh.K., Lutpullaev S.L., Olimov K. Physical Review C vol. 75, (2007) 067901. [2] Olimov Kh.K. Physical Review C vol 76 (2007) 055202. [3] ОлимовХ.К. ЯФ71 (2008) 94. [4] Olimov Kh.K.et al., European Physical Journal A vol. 44 (2010) 43. [5] ОлимовХ.К. ЯФ 73 (2010) 459. [6] Olimov Kh.K. et al., European Physical Journal A vol. 47 (2011)79. [7] Olimov Kh.K., et al., Production of baryon resonances in hadron-nucleus and nucleus-nucleus collisions at high energies// In book: Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics: Proc. of the XIX Intern. Baldin Seminar on High Energy Physics Problems (Dubna, September 29 – October 4, 2008). – Dubna: JINR, 2008. – vol. 2 – pp. 352-357. [8]ОлимовХ.К. и др. Узбекскийфизическийжурнал.№1 (2010) 29.[9] Е. Kh. Bazarov, et al., JETP Letters 81 (2005) 140. [10] V. V. Glagolev, K.G. Gulamov, M. Yu. Kratenko et al., JETP Letters 58 (1993) 497.1. [11] V. V. Glagolev, K.G. Gulamov, M. Yu. Kratenko et al., JETP Letters 59 (1994) 336. [12] V. V. Glagolev, K. G. Gulamov, V. D. Lipin et al., Eur. Phys. J A 11 (2001) 285. [13] ГлаголевВ.В., ЛутпуллаевС.Л., ОлимовА.К. и др., ЯФ70, 451(2007). [14]Х. К. Олимов, ЯФ71, 427 (2008). [15] К. Olimov, S. Lutpullaev, Kh. K. Olimov et al., Intern. Journ. of Modern Phys. E, Vol. 23, No. 12, 1450086, (2014).

## ОСОБЕННОСТИ ОБРАЗОВАНИЯ ПРОТОНОВ И ДЕЙТРОНОВ В $^{16}\text{O}$ -СОУДАРЕНИЯХ ПРИ 3.25 ГЭВ/С НА НУКЛОН

Б.С.Юлдашев, Э.Х.Бозоров, К.Олимов, С.Л. Лутпуллаев

Физико-технический институт НПО «Физика-Солнце» АН РУз

### Аннотация

Представлены экспериментальные результаты изучения механизмов образования протонов и дейтронов в  $^{16}\text{O}$ -соударениях при 3.25 А ГэВ/с. Определены вклады трех основных механизмов образования протонов.

Показано, что структурные функции по импульсу быстрых дейтронов ( $T > 75$  МэВ) удовлетворительно описывается моделью коалесценции.

**Ключевые слова:** инвариантная структурная функция, протон, дейтрон, ядро, слияния.

Количественные вклады различных механизмов образования протонов и дейтронов являются критичными для дискриминации разных теоретических подходов к описанию процессов фрагментации. К настоящему времени надежно установлено [1–5], что образование легких фрагментов ядра в адрон-ядерных взаимодействиях при высоких энергиях происходит на всех стадиях акта соударения: внутриядерного каскада налетающего адрона, при распаде возбужденного ядра-остатка (термализованный ферми-развал), оставшегося после прохождения лидирующего адрона и поглощения рожденных пионов ядром, и в процессе «испарения» исходного ядра при периферических соударениях или девозбуждения многонуклонных фрагментов (испарительный процесс), образованных в результате распада ядра-остатка. Поскольку импульсные спектры легких фрагментов, отвечающих различным механизмам их образования, накладываются друг на друга, их разделение возможно только статистически, например, с помощью инвариантных структурных функций [5] или распределений по множественности [6].

Отсутствие порога регистрации протонов-фрагментов в нашем эксперименте, позволило определить количественные вклады трех основных механизмов – «испарительного», ферми-развала и прямого выбивания в образование протонов в  $^{16}\text{O}$ -соударениях при 3.25 А ГэВ/с, с помощью фитирования экспериментальных спектров специально выбранными функциями.

На рис.1(а,б) приведена зависимость от импульса в антилабораторной системе координат (ал.с.к.) экспериментальной инвариантной структурной функции протонов  $E/\sigma_{\text{in}}d^3\sigma/dp^3$  в  $^{16}\text{O}$ -соударениях при 3.25 А ГэВ/с для всех протонов (а) и для протонов вылетающих в переднюю и заднюю полусферы (б). Рассмотрение обеих полусфер вылета протонов позволяет выяснить кинематическую локализацию механизмов образования протонов. Сравнение импульсных спектров в

этих полусферах позволяет заключить, что в передней полусфере вылета протонов кроме «испарительного» механизма и термализованного ферми-развала ядра действует также механизм высокоэнергичного каскада протона-мишени, в результате реализации которого появляются выбитые из ядра кислорода быстрые протоны-фрагменты.

Сплошные линии на рис.1(а,б). – результаты аппроксимации экспериментальных данных функцией вида

$$f(p) = a_1 \exp(-b_1 p^2) + a_2 \exp(-b_2 p^2) + a_3 \exp(-b_3 p^2) \quad (1)$$

где  $a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3$  - фитируемые параметры распределения. На рис 1.а штриховыми кривыми 1, 2, 3 показаны парциальные вклады каждого члена выражения (1).

Из рисунка видно, что функция (1) удовлетворительно описывает экспериментальные спектры для протонов. Параметры аппроксимации приведены в таблице. Используя эти данные и интегрируя выражение (1), нами были определены доли протонов, описываемых каждым из трех членов выражения (1) (соответствующим «испарительному» механизму, механизму ферми-развала и механизму прямого выбивания) для  $^{16}\text{Oр}$ -взаимодействий, которые оказались равными  $(27.4 \pm 0.5)\%$ ,  $(32.0 \pm 0.6)\%$  и  $(40.6 \pm 0.7)\%$ , соответственно.

Из рис 1.б видно, что среди протонов, летящих в заднюю полусферу, вклад механизма прямого выбивания (т.е. быстрых протонов) практически отсутствует, и основными механизмами является испарение (импульсный интервал  $0 - 0.22$  МэВ/с) и ферми- развал (импульсный интервал  $0 - 0.8$  МэВ/с).

Для исследования механизмов образования дейтронов мы использовали распределение по полному импульсу этих частиц в системе покоя ядра кислорода. Экспериментальные данные были сравнены расчетами по каскадной фрагментационно-испарительной модели (КФИМ) [7, 8]. На рис. 2 приведено экспериментальное импульсное распределение дейтронов, а также расчет соответствующих спектров в КФИМ. Видно, что модельные расчеты качественно описывают экспериментальные данные в интервале импульсов  $\leq 0.4$  ГэВ/с. Это свидетельствует о том, что рождение дейтронов с импульсами  $\leq 0.4$  ГэВ/с происходит, в основном, через испарительный механизм.

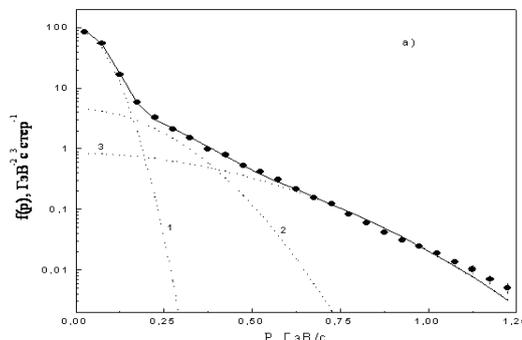


Рис. 1а. Инвариантная структурная функция для протонов-фрагментов в ал.с.к. для  $^{16}\text{Oр}$ -соударений при 3.25 А ГэВ/с. Сплошная кривая – результат аппроксимации экспериментального спектра функцией (1), пунктиры- вклад каждой экспоненты (1) по отдельности.

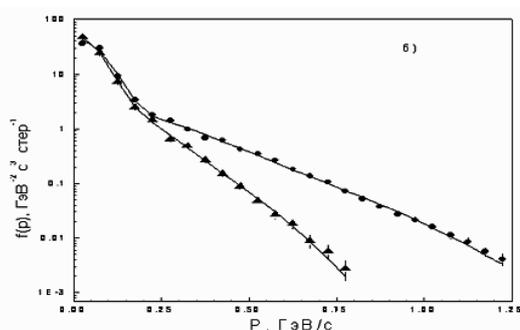


Рис. 1б. Инвариантная структурная функция для протонов-фрагментов в ал.с.к. для  $^{16}\text{Oр}$ -соударений при 3.25 А ГэВ/с (• - с  $\theta < \pi/2$ , ▲ - с  $\theta > \pi/2$ )

В пользу этого свидетельствуют данные рис.3, на котором сравнены импульсные распределения дейтронов, вылетающих в переднюю и заднюю полусферу в системе покоя ядра кислорода.

Видно, что формы спектров в этих двух случаях кардинально различаются. При этом согласие экспериментальных спектров для дейтронов, вылетающих в заднюю полусферу, в которой основным механизмом их образования является испарительный механизм, с расчетами по КФИМ выражено значительно лучше.

Расхождение предсказаний КФИМ с экспериментальными данными особенно сильно выражено в области импульсов  $p \geq 0.4$  ГэВ/с, т.е. вероятность образования энергичных дейтронов по механизму ферми-развала с ростом их энергии уменьшается существенно быстрее, чем в эксперименте. Наличие быстрой части импульсного в эксперименте указывает на действие не учтенных в КФИМ механизмов образования дейтронов. Наиболее вероятным процессом, приводящим к образованию быстрых фрагментов, может являться слияние каскадных нуклонов с малыми относительными импульсами.

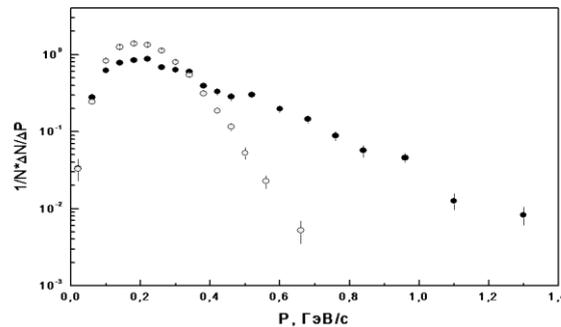


Рис. 2. Распределение дейтронов по импульсу в системе покоя ядра кислорода в  $^{16}\text{O}$ -соударениях при 3.25 А ГэВ/с (● – эксперимент, ○ – КФИМ).

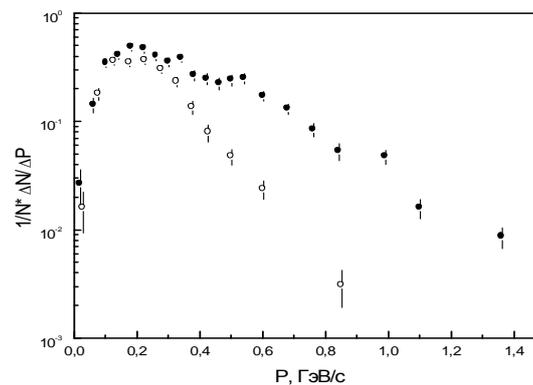


Рис. 3. Распределение дейтронов по полному импульсу в системе покоя ядра кислорода. Обозначения: кружки ● – для дейтронов, летящих в переднюю полусферу; ○ – для дейтронов, летящих в заднюю полусферу.

Сечение образования фрагментов с массовым числом А в рамках моделей слияния [9] выражается через сечение выхода протонов как:

$$E_A d^3 \sigma_A / dp^3_A = C_A (E_p d^3 \sigma_p / dp^3_p)^A, \quad (2)$$

в пренебрежении различием импульсных спектров протонов и нейтронов. Здесь  $P_A = AP_p$ ,  $C_A$  – коэффициент слияния, который слабо зависит от массы мишени и не зависит от энергии снаряда и угла вылета фрагмента [10].

Из сравнения импульсных спектров фрагментов с предсказаниями двух различных моделей – КФИМ и коалесценции можно сделать заключение, что в  $^{16}\text{O}$ -взаимодействиях имеется, по крайней мере, два источника формирования дейтронов. Одним из них является остаточное термализованное возбужденное ядро, распадающееся по механизму ферми-развала. Фрагменты этого источника составляют основную часть сечения общего выхода. Другим источником, испускающим быстрые фрагменты, является область ядра, охваченная внутриядерным каскадом вдоль направления снаряда. В ней за счет слияния быстрых и близких по импульсам нуклонов образуются малонуклонные фрагменты –  $^2\text{H}$ ,  $^3\text{H}$  и  $^3\text{He}$ . Нельзя исключить также образования медленных фраг-

ментов и от распада остаточного ядра, когда энергия его возбуждения мала, но достаточна для испускания им малонуклонного ядра.

Таблица 1

Результаты аппроксимации импульсного распределения в ал.с.к. инвариантной структурной функции протонов для  $^{16}\text{O}$ -взаимодействий при 3.25 А ГэВ/с формулой (1)

Параметры	Тип взаимодействия		
	$^{16}\text{O}$		
	Все протоны	Испущенные вперед	Испущенные назад
$a_1$	94.46±3.47	45.29±2.17	49.45±2.88
$b_1$	126.1±3.8	111.9±4.1	149.7±8.4
$a_2$	4.55±0.30	1.80±0.13	3.22±0.46
$b_2$	14.57±0.91	9.83±0.99	24.34±3.91
$a_3$	0.84±0.07	0.56±0.09	0.54±0.24
$b_3$	3.71±0.12	3.28±0.19	8.78±1.23
$\chi^2/\text{ч.с.в.}$	1.35	1.12	0.72

В заключение приведем основные выводы проведенного исследования.

Во-первых, установлен количественный вклад трех основных механизмов образования протонов – испарительного, ферми-развала и прямого выбивания. Во-вторых, на основе сопоставления экспериментальных данных с расчетами по модели слияния и КФИМ показано, что образование дейтронов происходит как в результате испарительного механизма, так и слияния быстрых каскадных нуклонов.

## ЛИТЕРАТУРА

[1] Барашенков В.С., Тонеев В.Д. Взаимодействия высокоэнергетических частиц и атомных ядер с ядрами// Атомиздат. – Москва, 1972. - с.648. [2] Барашенков В.С., Ильинов А.С., Соболевский Н.М. Взаимодействие частиц и ядер высоких и сверхвысоких энергий с ядрами// УФН. – Москва, 1973. -№ 109. –с. 91. [3] Яковлев Ю.П. Фрагментация ядер под действием частиц высокой энергии// ЭЧАЯ. – Москва, 1977. -№ 8. –с. 255. 1983. -№ 14. – с.1285. [4] Тонеев В.Д., и др. На пути исследования горячей и сжатой ядерной материи в столкновениях тяжелых ионов// ЭЧАЯ. – Москва, 1986. -№17. –с.1093. [5] Э. Х. Базаров, В. В. Глаголев, К. Г. Гуламов и др., ЯФ, 67, 736(2004). [6] К. Олимов, Э. Х. Базаров, К. Г. Гуламов, В.В. Луговой и др., ЯФ, 71, 201(2008). [7] А.С.Ботвина, Л.В.Ланин и др. Препринт ИЯФ, Москва, 1989, П0601. [8] А.С. Ботвина, Е.С. Голубева, А.С. Ильинов. Препринт ИЯИ АН СССР – Москва -1990 –П0657 - с.15. [9] A.S. Botvina, A.S. Piginov, I.N. Mishustin. Nucl.Phys. A.507, 649 (1990); Препринт ОИЯИ №626, 1989.[10] A.Z. Mekjian. Phys.Rev.Lett. 64, 2125(1990).[11] De Angelis and A.Z.Mekjian.Phys.Rev. 40, 105(1989).

## НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ОБРАЗОВАНИЯ $\alpha$ -ЧАСТИЦ В РАЗЛИЧНЫХ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ КАНАЛАХ РАЗВАЛА ЯДЕР КИСЛОРОДА ВО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ С ПРОТОНАМИ ПРИ 3.25А ГЭВ/С

Б.С.Юлдашев., С.Л.Лутпуллаев, К.Олимов, Э.Х.Бозоров, Ш.Д.Тожимаматов

Физико-технический институт НПО «Физика-Солнце» АН РУз

### Аннотация

Представлены экспериментальные результаты изучения различных кинематических характеристик  $\alpha$ -частиц в зависимости от топологии событий в  $^{16}\text{O}$ -соударениях при 3.25 А ГэВ/с. Обнаружено, что средние значения полного и поперечного импульсов, а также углов вылета  $\alpha$ -частиц являются максимальными в топологическом канале (2). Основной вклад в сечение образования  $\alpha$ -частиц дают топологии с образованием различного числа двухзарядных фрагментов – (2), (22), (222) и (2222).

**Ключевые слова:** топология,  $\alpha$ -частица, фрагменты, многонуклонные ядра, инклюзивное сечение, кластерная структура.

Изучение различных характеристик фрагментов многонуклонного ядра, образованных в его взаимодействиях с протоном, дает важную информацию о возможных механизмах адрон-ядерных

взаимодействий при высоких энергиях и роли исходного состояния ядра в формировании конечных продуктов реакции. В наших работах [1, 2] при изучении фрагментации ядра кислорода во взаимодействиях с протонами при 3.25 А ГэВ/с было установлено, что среди многозарядных фрагментов доминирует образования двухзарядных фрагментов, основную часть ( $\approx 80\%$ ) которых составляют  $\alpha$ -частицы. Инклюзивное сечение образования  $\alpha$ -частиц в этих соударениях оказалось равным  $164 \pm 1.9$  мбн, что составляет половину неупругого сечения  $^{16}\text{Oр}$ -реакции ( $334 \pm 6$  мбн). Общее число возможных топологических каналов развала ядра кислорода равно 22. В эксперименте не наблюдаются топологии (35), (44) и (233), в которых полностью сохраняется исходный заряд снаряда. Интерпретация их отсутствия приведена в работе [3]. Из экспериментально наблюдаемых 19 топологий развала ядер кислорода ((1), (2), (3), (4), (5), (6), (7), (8), (22), (23), (24), (25), (26), (222), (223), (224), (2222), (33), (34)) – 10 включают двухзарядные фрагменты [4]. Здесь цифры в скобках означают заряд многозарядного фрагмента, а их число – количество указанных фрагментов за исключением топологии (1), которая означает развал ядра кислорода только на однозарядные фрагменты. Суммарное сечение топологий, содержащих один и более двухзарядных фрагментов, составляет  $134.6 \pm 2$  мбн – 40% неупругого сечения  $^{16}\text{Oр}$ -реакции.

Отметим, что из экспериментально наблюдаемых 3-х каналов ((26), (224) и (2222)) с суммарным зарядом фрагментов равным 8 только в двух ((26) и (2222)) сохраняются все нуклоны исходного ядра кислорода. В топологическом канале (224) 4-х зарядный фрагмент состоит только из  $^7\text{Be}$  [5]. Основная часть (2/3) топологического канала развала ядра кислорода на  $\alpha$ -частицу и  $^{12}\text{C}$  реализуется за счет выбивания одного из  $\alpha$ -кластеров ядра кислорода, а остальные три сливаются в ядро углерод-12 [6]. Этот результат интерпретируется как доказательство обладания ядром  $^{16}\text{O}$   $\alpha$ -кластерной структурой.

Не давно [7] нами также было изучено поведения кинематических характеристик  $\alpha$ -частиц при различных уровнях возбуждения ядра кислорода во взаимодействиях с протонами при 3.25А ГэВ/с и обнаружена их сильная зависимость от степени возбуждения фрагментирующего ядра. Также было показано, что при малых значениях возбуждения ядра кислорода большей степени сохраняется его  $\alpha$ -кластерная структура.

Настоящая работа посвящена исследованию кинематических характеристик  $\alpha$ -частиц в различных топологических каналах развала ядер кислорода во взаимодействиях с протонами при 3.25 А ГэВ/с. Экспериментальный материал был получен с помощью 1 м водородной пузырьковой камеры ЛВЭ ОИЯИ, облученной ядрами кислорода с импульсом 3.25А ГэВ/с на Дубненском синхрофазотроне и состоит из 8712 полностью измеренных неупругих  $^{16}\text{Oр}$ -событий. Для более надежной идентификации фрагментов по массе рассматривались события, в которых длина треков двухзарядных фрагментов в рабочем объеме камеры составляла не менее 30 см, что обеспечивает высокую точность импульсных измерений. Двухзарядные фрагменты с  $p > 10.75$  ГэВ/с относились к  $\alpha$ -частицам. При таком отборе примесь ядер  $^3\text{He}$  среди  $\alpha$ -частиц не превышает 3.4%.

Рассмотрим зависимости средних значений полного (в системе покоя ядра кислорода), поперечного импульсов, а также углов вылета  $\alpha$ -частиц от топологии события в  $^{16}\text{Oр}$ -соударениях при 3.25 А ГэВ/с. В эксперименте образования  $\alpha$ -частиц наблюдается из возможных 11 топологических каналов в следующих 10-ти каналах: (2), (22), (222), (2222), (23), (24), (25), (26), (223), (224) (здесь цифра в скобках указывает на заряд фрагмента, а их число – количество фрагментов в событии). В эксперименте не наблюдается топологический канал (233), отсутствие которого связано как с высоким значением энергии возбуждения ядра для реализации этой топологии по сравнению с экспериментально наблюдаемыми каналами, так и перестраиванием исходной ( $\alpha$ -кластерной) структуры ядра кислорода [8].

В табл. 1 приведены средние значения полного (в системе покоя ядра кислорода) и поперечного импульсов, а также углов вылета  $\alpha$ -частиц в рассматриваемых топологиях развала ядер кислорода в  $^{16}\text{Oр}$ -соударениях при 3.25 А ГэВ/с. Как видно из табл. 1, что средние значения полного, поперечного импульсов, а также углов вылета  $\alpha$ -частиц имеют свое максимальное значение в топологии (2), т.е. в каналах с образованием одной  $\alpha$ -частицы.

Остальная часть экспериментальных данных по средним значениям кинематических характеристик  $\alpha$ -частиц по топологиям делятся на две группы: I группа – это топологии (22), (23), (24) и (26), соответствующая, в основном выбиванию одного из  $\alpha$ -кластеров ядра; II группа – (25), (222), (223), (224) и (2222), соответствующая периферическому развалу фрагментирующего ядра. Хотя топология (26) имеет меньшую пороговую энергию реализации, чем каналы (22), (23), (24), тем не

менее в этих топологиях средние значения полного и поперечного импульсов, а также углов вылета  $\alpha$ -частиц в пределах экспериментальных погрешностей оказались одинаковыми.

Таблица 1

Средние значения полного (в системе покоя ядра кислорода) и поперечного импульсов, а также углов вылета  $\alpha$ -частиц в зависимости от топологии развала ядер кислорода в  $^{16}\text{O}p$ -соударениях при 3.25 А ГэВ/с

Топология	$\langle P \rangle$ , МэВ/с	$\langle P \rangle$ , МэВ/с	$\langle \theta \rangle$ , в угловых минутах
(2)	$384 \pm 11$	$254 \pm 9$	$66 \pm 2$
(22)	$317 \pm 5$	$208 \pm 4$	$55 \pm 1$
(23)	$338 \pm 16$	$202 \pm 12$	$52 \pm 3$
(24)	$326 \pm 19$	$202 \pm 15$	$51 \pm 4$
(222)	$291 \pm 5$	$170 \pm 4$	$44 \pm 1$
(223)	$284 \pm 16$	$176 \pm 13$	$47 \pm 4$
(25)	$293 \pm 13$	$168 \pm 8$	$45 \pm 2$
(26)	$306 \pm 14$	$213 \pm 12$	$55 \pm 3$
(224)	$290 \pm 23$	$174 \pm 15$	$45 \pm 4$
(2222)	$283 \pm 8$	$174 \pm 7$	$47 \pm 2$

Как показал анализ периферического канала развала ядер кислорода на двух- и шестизарядные фрагменты (топология (26)) [9], что заметная часть событий этой топологии реализуется за счет выбивания протоном-мишенью одного из  $\alpha$ -кластеров ядра кислорода. Благодаря этому процессу средние значения кинематических характеристик  $\alpha$ -частиц из топологии (26) становятся на 15-20% больше, чем в топологиях (25), (222), (223), (224) и (2222).

Теперь для полноты информации о механизме образования  $\alpha$ -частиц рассмотрим инклюзивные сечения их образования в зависимости от топологии событий. Для этой цели будем использовать результаты работ по сечениям выхода различных топологических каналов с участием двухзарядных фрагментов [10], а также долям  $\alpha$ -частиц среди двухзарядных фрагментов в рассматриваемых топологических каналах [11] развала ядер кислорода во взаимодействиях с протонами при 3.25 А ГэВ/с. Инклюзивные сечения образования  $\alpha$ -частиц в различных топологических каналах развала ядер кислорода определялись следующим образом:

$$\sigma_{\text{incl}}(\text{top}) = \sigma(\text{top}) * n * p_{\alpha}(\text{top}),$$

где  $\sigma(\text{top})$  – сечение выхода данного топологического канала,  $n$  – число двухзарядных фрагментов в данной топологии и  $p_{\alpha}(\text{top})$  – доля  $\alpha$ -частиц среди двухзарядных фрагментов в данной топологии. Из этой формулы видно, что инклюзивное сечение образования  $\alpha$ -частиц в рассматриваемом топологии определяется, в основном сечением выхода данного топологического канала и числом двухзарядных фрагментов в нем (доли  $\alpha$ -частиц ( $p_{\alpha}(\text{top})$ ) среди двухзарядных фрагментов изменяются совсем мало, всего лишь от 0.6 до 0.84) [11].

В табл. 2 приведены инклюзивные сечения образования  $\alpha$ -частиц в рассматриваемых топологических каналах развала ядер кислорода во взаимодействиях с протонами при 3.25 А ГэВ/с.

Таблица 2

Инклюзивные сечения образования  $\alpha$ -частиц в различных топологических каналах развала ядер кислорода в  $^{16}\text{O}p$ -соударениях при 3.25 А ГэВ/с

Топология	(2)	(22)	(23)	(24)	(25)
$\sigma_{\text{incl}}$ , мбн	$14.0 \pm 1.0$	$47.1 \pm 1.4$	$7.9 \pm 0.8$	$4.6 \pm 0.6$	$5.0 \pm 0.6$
Топология	(26)	(222)	(223)	(224)	(2222)
$\sigma_{\text{incl}}$ , мбн	$7.3 \pm 0.7$	$65.5 \pm 1.05$	$4.2 \pm 0.5$	$1.3 \pm 0.3$	$10.0 \pm 0.7$

Как видно из табл. 2, максимальное сечение образования  $\alpha$ -частиц наблюдается в топологическом канале (222), а минимальное – в топологии (224). Последнее обстоятельство связано с маленьким значением сечения выхода самой топологии (224). В топологиях (24), (25) и (223) инклюзивные сечения образования  $\alpha$ -частиц в пределах статистических погрешностей совпадают. Суммарное инклюзивное сечение образования  $\alpha$ -частиц в рассматриваемых топологических каналах оказалось равным  $166.9 \pm 2.1$  мбн, что в пределах статистических погрешностей совпадает с инклюзивным сечением образования  $\alpha$ -частиц ( $164.0 \pm 1.9$  мбн) в  $^{16}\text{O}p$ -реакции при 3.25 А ГэВ/с [12].

Анализ изотопного состава в топологиях с выходом ядер бериллия (224) и углерода (26) показывает, что в первом случае наблюдается только ядра  $^7\text{Be}$ , а во втором 70% состоит из ядер  $^{12}\text{C}$ ,  $\approx 25\%$  –  $^{11}\text{C}$  и  $\approx 5\%$  –  $^{10}\text{C}$ .

В топологическом канале (25) вклад изотопов  $^{10}\text{B}$  и  $^{11}\text{B}$  в пределах погрешностей эксперимента оказывается одинаковыми и не зависит от того, какой изотоп гелия образуется в конечном состоянии.

Таким образом, можно заключить, что максимальные средние значения кинематических характеристик  $\alpha$ -частиц наблюдаются в топологическом канале (2), соответствующему наибольшему возбуждению ядра кислорода, а минимальные – в топологических каналах (25), (222), (223), (224) и (2222). Основной вклад ( $82 \pm 1.4\%$ ) в сечение образования  $\alpha$ -частиц дают топологические каналы (2), (22), (222) и (2222). Вклад других топологий, в которых образования  $\alpha$ -частиц сопровождается другим многозарядным фрагментом – (23), (24), (25), (26), (223) и (224) составляет всего лишь ( $18 \pm 0.3\%$ ).

## ЛИТЕРАТУРА

[1] В. В. Глаголев, К. Г. Гуламов, М. Ю. Кратенко и др., Письма в ЖЭТФ 58, 497 (1993). [2] Э. Х. Базаров, В. В. Глаголев и др. Письма в ЖЭТФ 81, 174(2005). [3] М. А. Белов, Э. Х. Базаров, В. Д. Липин и др., ДАН РУз №3, 16(2002). [4] К. Н. Абдуллаева, М. Азимова, К. Г. Гуламов, К. Олимов, ДАН РУз, № 5, 21 (1996). [5] В.В. Глаголев, К.Г. Гуламов, В.Д. Липин и др. ЯФ 61, 2132 (1998). [6] В. Глаголев, К. Г. Гуламов, С. Л. Лутпуллаев и др., ДАН РУз, №12, 16 (1999). [7] Kosim Olimov et al. Intern. Journ. of Modern Physics E Physics E Vol. 23, 1450086 (2014) [8] Белов М. А. и др. ДАН РУз №3, 16 (2002). [9] Kosim Olimov et al. Intern. Journ. of Modern Physics E Physics E Vol. 25, 1650060 (2016). [10] Абдуллаева К. Н. и др. ДАН РУз №5, 21 (1996). [11] Glagolev V.V. et al. Europ.Phys. Journ. vol 11A, 285 (2001). [12] Bazarov E.Kh., JETPLett. vol. 81, N 4, 140 (2005).

## ОСОБЕННОСТИ ИСПУСКАНИЯ НЕ(Z=2) ФРАГМЕНТОВ СНАРЯДА ВО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ ЯДЕР ЗОЛОТА С ЭНЕРГИЕЙ 10.6 А ГЭВ С AG, BR ЯДРАМИ ЭМУЛЬСИИ

У.У.Абдурахманов, В.Ш.Навотный

Физико-технический институт НПО "Физика--Солнце" АН Республики Узбекистан, Ташкент

### Аннотация

Во взаимодействиях ядер золота с энергией 10.6 А ГэВ с Ag, Br ядрами эмульсии при средних параметрах удара изучены зависимости характеристик индивидуальных актов испускания He-фрагментов снаряда от центральности взаимодействия и степени дезинтеграции ядра.

**Ключевые слова:** средний поперечный импульс, He-фрагмент, снаряд, мишень, ядра, столкновения.

### 1. Эксперимент

В ядерной фотоэмульсии, облучённой на ускорителе BNL/AGS ядрами золота с кинетической энергией 10.6 А ГэВ было найдено 1057 неупругих взаимодействий. В каждом событии в зависимости от ионизации все треки вторичных заряженных частиц, испущенных при взаимодействии, подразделялись на следующие категории: черные ( $b$ -треки), серые ( $g$ -треки), релятивистские ( $s$ -треки), а также фрагменты снаряда с зарядом  $z \geq 2$ . Критерии разделения различных категорий треков приведены, например, в работе [1]. Для всех перечисленных категорий частиц были измерены полярные  $\theta$  и азимутальные  $\varphi$  углы испускания, а также определены заряды многозарядных ( $z \geq 2$ ) фрагментов снаряда. К фрагментам снаряда (группа  $f$ ) относились фрагменты снаряда с зарядом  $z \geq 2$  и однозарядные фрагменты снаряда, представляющие собой  $s$ -частицы с углами испускания  $\theta < 1^\circ$ . Фрагменты снаряда с зарядом  $z = 2$  идентифицировались визуально. Ионизация на треках таких частиц постоянна на большой длине и равна  $I \approx 4I_0$ , где  $I_0$  - минимальная ионизация на треках однозарядных частиц. Для определения зарядов фрагментов с  $z \geq 3$  использовались измерения плотности  $\delta$ -электронов на длине не менее 10мм; калибровка проводилась на первичных следах известного заряда и фрагментов с  $z = 2$ . Точность определения зарядов для фрагментов с  $z < 10$ ,  $10 \leq z < 28$ ,  $28 \leq z < 40$  и  $z \geq 40$  составляла  $\pm 0.5$ ,  $\pm 1$ ,  $\pm 2$ ,  $\pm 3$ , соответственно.

Для анализа были отобраны 340 событий неупругого взаимодействия ядер золота с Ag, Вг ядрами эмульсии при средних параметрах удара. Эти события удовлетворяли следующим критериям отбора:

1. число фрагментов мишени  $n_g + n_b \geq 8$ ;
2. число фрагментов снаряда с зарядом  $z = 2$   $N_{(z=2)} \geq 3$ .

В отобранных событиях число  $He_{(z=2)}$  фрагментов снаряда изменялось от 3 до 16. Средняя множественность  $He_{(z=2)}$  фрагментов снаряда в рассматриваемом ансамбле событий составляла  $\langle n_{He} \rangle = 5.75 \pm 0.12$ .

## 2. Средний поперечный импульс на нуклон He-фрагментов снаряда в индивидуальном событии

Изучение образования He-фрагментов снаряда производилось с помощью величин, характеризующих индивидуальные события. Одной из таких величин является средний поперечный импульс на нуклон He-фрагментов снаряда в индивидуальном событии

$$\langle (P_T / A)_{He} \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n (P_{T_i} / A)_{He}}{n}, \quad (1)$$

где  $n$  - число He-фрагментов в индивидуальном событии. В предположении, что каждый  $i$ -ый He-фрагмент снаряда имеет продольный импульс на нуклон как первичное ядро, величина поперечного импульса на нуклон  $i$ -го He-фрагмента снаряда определяется как  $(P_{T_i} / A)_{He} = P_0 \sin \theta_i$ , где  $\theta_i$  - полярный угол испускания He-фрагмента и  $P_0$  - импульс, приходящийся на нуклон налетающего ядра.

Экспериментальное распределение по  $\langle (P_T / A)_{He} \rangle$  - среднему поперечному импульсу на нуклон He-фрагментов снаряда в индивидуальном событии, показанное на рис. 1, не согласуется с распределением, полученным в рамках модели FRITIOF-M [2].

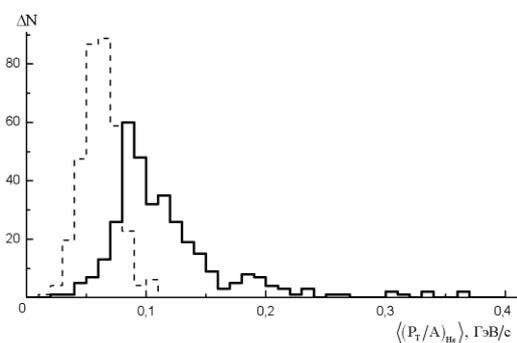


Рис. 1. Распределение по среднему поперечному импульсу на нуклон He-фрагментов снаряда в индивидуальных актах взаимодействия ядер золота с энергией 10.6 А ГэВ с Ag, Вг ядрами эмульсии при средних параметрах удара. Сплошная линия - эксперимент, пунктир - модель FRITIOF-M.

Экспериментальное распределение по  $\langle (P_T / A)_{He} \rangle$  - среднему поперечному импульсу на нуклон He-фрагментов снаряда в индивидуальном событии, показанное на рис. 1, не согласуется с распределением, полученным в рамках модели FRITIOF-M [2].

В модели FRITIOF-M осуществлено полное моделирование взаимодействий ядер золота с энергией 10.6 А ГэВ с ядрами фотоэмульсии и сгенерированные события подвергались отбору, имитирующему экспериментальную ситуацию. Модель FRITIOF-M представляет собой комбинированную модель, где первая стадия реакций разыгрывается с помощью феноменологического подхода [3], используемого в модифицированной версии модели FRITIOF [4], а распад ядер-остатков по статистической модели мультифрагментации ядер [5]. В модели FRITIOF-M учтены законы сохранения энергии-импульса и предполагается статистически изотропный распад ядер-

остатков, находящихся в покое, но не заложены корреляции, обусловленные какими либо другими причинами.

В табл. 1 приведены величины:

$$\langle \langle (P_T / A)_{He} \rangle \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \langle (P_T / A)_{He} \rangle_i \quad (2)$$

усредненных по  $N$  событиям ансамбля значений средних поперечных импульсов на нуклон He-фрагментов снаряда в индивидуальных актах взаимодействия ядер золота с энергией 10.6 А ГэВ с ядрами эмульсии при средних параметрах удара и ряда подансамблей, дающие информацию

о зависимости  $\langle\langle(P_T / A)_{He}\rangle\rangle$  от прицельного параметра взаимодействия (характеризующегося величиной связанного заряда ядра-остатка  $z_{bound}$ , т.е. суммарного заряда фрагментов снаряда с зарядом  $z \geq 2$ ) и от степени дезинтеграции фрагментирующего ядра (характеризующейся величиной максимального заряда  $z_{max}$  продуктов его распада).

Таблица 1

**Усредненные по  $N$  событиям ансамбля значения средних поперечных импульсов на нуклон He-фрагментов снаряда индивидуального события, а также  $\langle\langle g'_1 \rangle\rangle_{He}$  - средние значения показателей асимметрии величин поперечных импульсов**

Ансамбль	$\langle\langle(P_T / A)_{He}\rangle\rangle$ , МэВ/с		$\langle\langle g'_1 \rangle\rangle_{He}$	
	эксперимент	FRITIOF-M	эксперимент	FRITIOF-M
<i>весь</i>	$116 \pm 3$	$61 \pm 1$	$0.21 \pm 0.03$	$0.05 \pm 0.04$
$6 \leq z_{bound} < 30$	$131 \pm 6$	$59 \pm 1$	$0.30 \pm 0.05$	$0.12 \pm 0.04$
$30 \leq z_{bound} < 50$	$109 \pm 4$	$64 \pm 1$	$0.18 \pm 0.04$	$-0.07 \pm 0.07$
$z_{bound} \geq 50$	$106 \pm 4$	$70 \pm 1$	$0.14 \pm 0.05$	$-0.28 \pm 0.13$
$2 \leq z_{max} < 10$	$126 \pm 6$	$55 \pm 1$	$0.28 \pm 0.05$	$0.15 \pm 0.06$
$10 \leq z_{max} < 30$	$114 \pm 4$	$64 \pm 1$	$0.22 \pm 0.04$	$0.07 \pm 0.05$
$z_{max} \geq 30$	$104 \pm 4$	$66 \pm 1$	$0.08 \pm 0.06$	$-0.24 \pm 0.09$

Как видно из табл. 1, экспериментальное значение  $\langle\langle(P_T / A)_{He}\rangle\rangle$  растет при переходе к более центральным взаимодействиям (с уменьшением  $z_{bound}$ ), а также растет с уменьшением  $z_{max}$ , в то время как в модели FRITIOF-M наблюдается падение этой величины с уменьшением параметра удара.

Одной из причин несогласия формы модельного и экспериментального распределений (рис. 1), а также повышенного по сравнению с модельным экспериментального значения  $\langle\langle(P_T / A)_{He}\rangle\rangle$  (см. табл. 1), по-видимому, является коллективное движение ядра-остатка, как целого, в поперечной плоскости взаимодействия, не учитываемое в модели FRITIOF-M

### 3. Показатель асимметрии величин поперечных импульсов He-фрагментов в индивидуальном событии

Помимо среднего поперечного импульса, другой величиной, характеризующей индивидуальный акт испускания He-фрагментов, может служить величина  $g'_1$ -показатель асимметрии расположения He-фрагментов в шкале величин их поперечных импульсов [6]:

$$g'_1 = \frac{\sqrt{n-1}}{n-2} \frac{m_3}{\sqrt{m_2^3}}, \quad (3)$$

где  $m_l$  - центральный момент  $l$ -порядка

$$m_l = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^l, \quad \langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (4)$$

$n$ -число He-фрагментов в событии;  $x_i = (P_{T_i} / A)_{He} = P_0 \sin \theta_i$  - величина поперечного импульса на нуклон  $i$ -го He-фрагмента снаряда.

Если в событии  $(n-1)$  He-фрагментов снаряда имеют одинаковые значения величины  $(P_{T_i} / A)$ , равные  $a$ , а для одного He-фрагмента  $(P_{T_i} / A) = b$ , то

$$g'_1 = 1 \text{ при } a < b$$

$$g'_1 = -1 \text{ при } a > b \quad (5)$$

при любом значении  $a$  и  $b$  ( $a \neq b$ ) независимо от  $n$ .

Вышеуказанные значения (5) величины  $g'_1$  соответствуют событиям с наивысшей степенью асимметрии величин поперечных импульсов. При симметричном расположении величин поперечных импульсов значения  $g'_1 = 0$ .

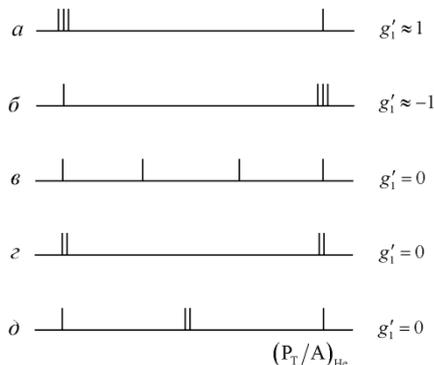


Рис. 2. Примеры расположения He-фрагментов в шкале величин их поперечных импульсов индивидуального события и соответствующие этим конфигурациям значения показателя асимметрии  $g'_1$ .

В распределении экспериментальных событий по величине  $g'_1$  (рис. 3) преобладают события с положительными значениями  $g'_1$ , т.е. события с такой асимметрией, когда большинство He-фрагментов смещено к началу шкалы упорядоченных в порядке возрастания их поперечных импульсов индивидуального события.

Как видно из приведенных в табл. 1 значений  $\langle g'_1 \rangle$ , усредненных по  $N$ -событиям ансамблей, эффект асимметрии относительно  $g'_1 = 0$  экспериментального распределения по  $g'_1$  усиливается с ростом центральности столкновений. Форма распределения по величине  $g'_1$  в модели FRITIOF-M (рис. 3) не соответствует экспериментальной.

#### 4. Заключение

Во взаимодействиях ядер золота с энергией 10.6 А ГэВ с Ag, Вг ядрами эмульсии при средних параметрах удара изучены зависимости характеристик индивидуальных актов испускания He-фрагментов снаряда от центральности взаимодействия и степени дезинтеграции ядра. Показано, что среднее значение поперечного импульса He-фрагментов снаряда на нуклон растет при переходе к более центральным событиям, а также растет с уменьшением степени дезинтеграции ядра  $Z_{\max}$ , в то время как в модели FRITIOF наблюдается падение этой величины с уменьшением параметра удара.

Авторы благодарны участникам EMU-01 сотрудничества за совместную работу по набору экспериментального материала.

На рис. 2 показаны характерные картины расположения He-фрагментов снарядов в шкале поперечных импульсов индивидуального события в случае экстремальной асимметрии ( $a$ ,  $б$ ) и в случаях симметрии ( $в$ ,  $г$ ,  $д$ ).

Отметим, что величина  $g'_1$  является параметрически инвариантной, т.е. не зависит от сдвига начала отсчета и изменения масштаба шкалы поперечных импульсов индивидуального события. Экспериментальное распределение событий по величине  $g'_1$  заключено в интервале  $-1 \div +1$ .

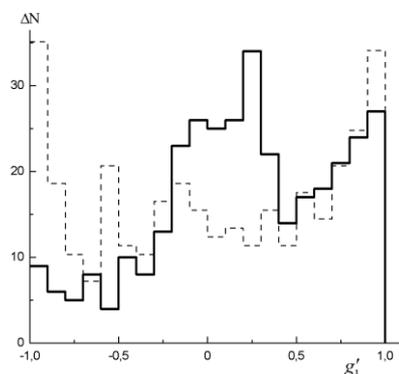


Рис. 3. Распределения событий по величине  $g'_1$  - показателя асимметрии He-фрагментов снаряда в шкале величин их поперечных импульсов. Сплошная линия - эксперимент, пунктир - модель FRITIOF-M.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] M. I. Adamovich et al. (EMU-01 Collab.), Eur. Phys. J. A 2, 61 (1998). [2] M. I. Adamovich et al. (EMU-01/12 Collab.), Z. Phys. A 359, 277 (1997). [3] Kh. El-Waged, V. V. Uzhinskii, ЯФ60, 925 (1997). [4] M. I. Adamovich et al. (EMU-01/12 Collab.), Z. Phys. A 358, 337 (1997). [5] J. P. Bondorf, A. S. Botvina et al., Phys. Rep. 257, 133 (1995). [6] Ш. Абдужамилов и др., ЯФ25, 575 (1977).

## К ИЗУЧЕНИЮ СЕЧЕНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НЕЙТРОНОВ С ИЗОТОПАМИ ТОРИЯ И УРАНА

Б.С. Юлдашев<sup>1</sup>, С.В.Артемов<sup>2</sup>, Г.А. Кулабдуллаев<sup>2</sup>,  
Т.Т. Рахмонов<sup>3</sup>, Э.Х.Бозоров<sup>2</sup>, Б.Ш. Абдиев<sup>2</sup>

1-Академия Наук Республики Узбекистан,  
2-Национальный Университет Узбекистана,  
3-Ташкентское Высшее Военно-Техническое Училище.  
e-mail: [ekzouz@gmail.com](mailto:ekzouz@gmail.com)

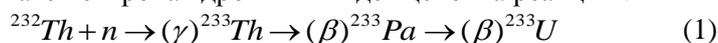
### Аннотация

Представлены новые результаты, полученные с использованием Нейтронного Генератора (НГ-150) ИЯФ АН РУз в качестве источника быстрых нейтронов. Получены первые результаты по измерению сечения взаимодействия нейтронов с  $^{232}\text{Th}$ . Следует отметить, также, что полученные полные сечения тория под действием быстрых нейтронов нашего генератора в целом согласуются с данными, полученными другими авторами с использованием различных других генераторов быстрых нейтронов. А небольшие (примерно 10%) расхождения могут относиться к недостаткам метода измерения и они могут быть устранены с использованием новых разработок спектрометра.

Существующие проблемы традиционной атомной энергетики: 1) вероятность аварий с выбросом радиоактивности в окружающую среду, 2) недостаточность технологии переработки и утилизации отработанного ядерного топлива и долго временная хранение высокоактивных радиоактивных отходов, 3) ограниченность запаса  $^{235}\text{U}$  по оценке экспертов приведет к непомерному удорожанию энергии и может существенно замедлить мировое экономическое развитие. Поэтому некорректно говорить об атомной энергетике, основанной только на обогащенном уране, как полноценной альтернативе органическому топливу. В связи с этим в последнее время ученые в мире начали обращать внимание на возможности использования  $^{238}\text{U}$  и  $^{232}\text{Th}$  для этой цели, которые имеют значительные запасы на Земле. Но в существующих и даже в перспективных реакторах они практически не «горят» в силу высокого порога деления 1-2 МэВ. Альтернативным способом получения атомной энергии может служить использование управляемых ускорителем подкритических размножающих систем называемых элетроядерными [1] или ADS (Accelerator Driven Subcritical) [2]. В таких системах ядерное топливо в рабочей зоне подкритического реактора облучается нейтронами или другими излучениями [3].

Эти нейтроны могут быть получены с помощью интенсивных пучков высокоэнергичных электронов, протонов или более тяжелых ядер. В последние годы работа в этом направлении значительно активизировалась как в области фундаментальных исследований, так и в разработке конкретных проектов установок, производящих энергию [1- 6].

Для производства энергии в подкритическом режиме интересным оказывается вариант, связанный с изотопом  $^{233}\text{U}$ . Этот изотоп может воспроизводиться в реакторе, у которого ядерное топливо состоит из смеси природного тория  $^{232}\text{Th}$  и  $^{233}\text{U}$ , при облучении интенсивным потоком нейтронов. А это и есть непременное условие работы реактора в подкритическом режиме. Тогда при облучении реактора нейтронами, полученными с помощью ускорителя, идут два основных процесса: во-первых, при взаимодействии нейтрона с  $^{233}\text{U}$  происходит деление, которое и является источником энергии, и, во-вторых, при захвате нейтрона ядром  $^{232}\text{Th}$  идет цепочка реакций:



Каждая реакция деления приводит к убыли одного ядра  $^{233}\text{U}$ , а каждая реакция (1) приводит к появлению такого ядра. Если вероятности процесса деления и процесса (1) равны, то коли-

чество изотопа  $^{233}\text{U}$  при работе реактора приходит к некоторому равновесному значению, то есть топливо воспроизводится автоматически.

Поэтому, в настоящее время, большое внимание уделяется изучению сечения взаимодействия нейтронов с этими изотопами тория и урана. Также представляет интерес изучение сечения взаимодействия нейтронов с топливом, состоящих из смесей этих изотопов. В работах [4-11] приведены обширные данные о сечениях захвата нейтронов торием и ураном при различных энергиях. Однако анализ этих работ показал, что пока не существует окончательно установленных данных по этим процессам.

Как правило, нейтронные эффективные сечения измеряют в зависимости от энергии нейтронов. Наиболее точно и просто может быть измерено полное сечение взаимодействия нейтронов с веществом  $\sigma_{tot}$  по ослаблению пучка нейтронов в образце (метод пропускания)[12].

Пропускание есть отношение плотности потока, прошедшего через образец  $\Phi$ , к падающему на него первичному потоку  $\Phi_0$ :

$$T = \frac{\Phi}{\Phi_0} = \exp(-N_{nuc} \cdot \sigma_{tot} \cdot x) \quad (2)$$

где  $N_{nuc}$  – число ядер в  $1\text{см}^3$  образца;  $x$  – его толщина.

Экспоненциальный закон ослабления плотности потока нейтронов строго выполняется при условии, что нейтроны в образце рассеиваются не более одного раза, что накладывает ограничение на толщину мишени. Из выражения (2) получаем

$$\sigma_{tot} = \frac{\ln\left(\frac{1}{T}\right)}{N_{nuc} \cdot x} \quad (3)$$

Отсюда видно, что для измерения полного сечения нет необходимости в абсолютной градуировке детектора по эффективности. Отношение плотностей потоков нейтронов можно определить с хорошей точностью. Все величины в правой части соотношения (3) могут быть определены с высокой точностью. Измерение толщины затруднено только в случае очень тонких образцов или наличия неоднородностей в толщине образца. Поскольку скорость счета электрических импульсов от детектора пропорциональна числу падающих на него нейтронов, то пропускание  $T$  можно находить непосредственно из отношения скоростей счета нейтронов с энергией  $E_0$  детектором с образцом  $N$  и без образца  $N_0$ :

$$T = \frac{N}{N_0}. \quad (4)$$

Любое взаимодействие в образце, выводящее нейтроны из пучка в результате рассеяния или другой реакции, дает вклад в измеряемое таким образом полное сечение.

Пропускание измеряют в условиях «хорошей геометрии». Элементы экспериментального устройства (детектор, источник и образец) должны быть расположены вдоль одной прямой.

Так как образец должен полностью затенять детектор от источника, то накладываются условия на диаметр образца. Использовать образец слишком большого диаметра нежелательно, так как выступающие за пределы пучка части образца увеличивают рассеяние нейтронов в детектор. При точных измерениях пропускания необходимо рассмотреть вопросы, связанные с составом образца. Желательно использовать химически чистые элементы. Измерения скорости счета с образцом и без него разделены во времени, поэтому необходимо контролировать значение плотности потока первичных нейтронов.

При измерениях полных сечений с помощью источников моноэнергетических нейтронов каждая пара измерений с образцом и без него позволяет получить  $\sigma_{tot}$  для одного значения энергии нейтронов  $E$ . Для получения зависимости  $\sigma_{tot}(E)$  последовательно изменяют энергию нейтронов.

Перед вычислением полного сечения в полученные экспериментальные данные необходимо вводить поправки. В экспериментах по пропусканию нужно учитывать фон нейтронов, рассеянных от стен помещения, который измеряется при установлении на месте расположения образца «теневого конуса», исключая попадание в детектор нейтронов первичного пучка.

Для изучения сечения взаимодействия нейтронов с этими изотопами тория и урана нами была создана установка, принципиальная схема которой показана на Рис.1. На первом этапе измерений был реализован простейший вариант с использованием полупроводниковый кремниевый

детектор с толщиной 700мкм и диаметром 24 мм в качестве детектора - спектрометра быстрых нейтронов. На рисунке 1 приведена принципиальная схема этой установки.

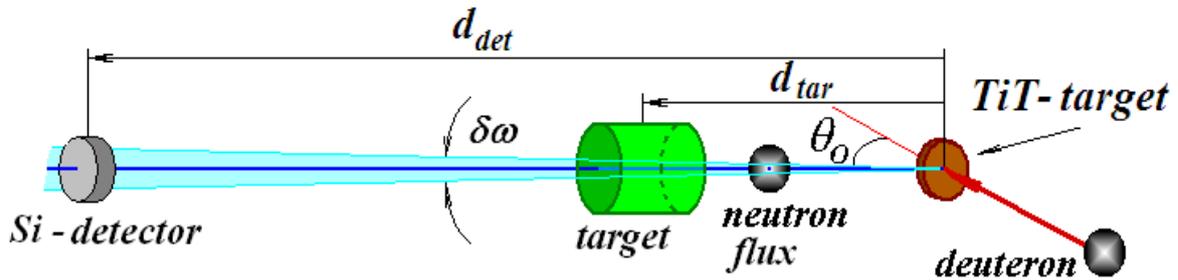


Рис. 1. Принципиальная схема спектрометрии нейтронов одним Si-детектором

В качестве источника быстрых моноэнергетических нейтронов использовался нейтронный генератор ИЯФ АН РУз НГ-150. Быстрые нейтроны, возникающие по реакции  $T+d \rightarrow n+\alpha$  при взаимодействии ускоренного до энергии  $\sim 150$ кэВ пучка дейтронов с тонкой тритий - содержащей мишенью (*TiT – target*), имеют энергию  $E_0 \sim 14$  МэВ и практически изотропное угловое распределение. В таком эксперименте исследуемая мишень и детектор располагаются без вакуумирования на одной прямой с источником нейтронов (с точкой попадания дейтронного пучка на тритиевую мишень) под некоторым углом ( $\theta_0$ ) относительно направления внутреннего дейтронного пучка НГ - 150, который выбирается с учетом конструктивных особенностей мишенного узла НГ-150 и необходимой степени монохроматичности потока нейтронов. Расстояния  $d_{tar}$  и  $d_{det}$  выбираются оптимальными с учетом интенсивности нейтронного потока и минимизации апертуры детектора  $\delta\omega$ , увеличение которого приводит к росту вклада детектируемых упруго рассеянных в мишени нейтронов. Кроме того, расстояние от мишени до детектора ( $d_{det} - d_{tar}$ ) должно быть больше пробега в воздухе всех заряженных частиц, которые образуются при взаимодействии нейтронов с ядрами мишени. При этом исследуемая мишень и детектор помещаются в узкий канал, окруженный замедлителем нейтронов (парафин).

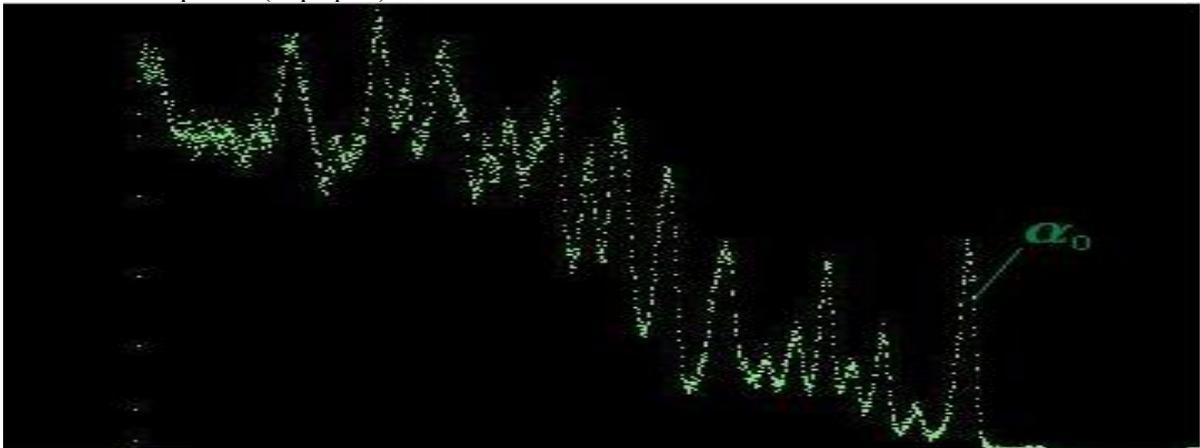


Рис. 2. Полный спектр от детектора(без мишени)

Измерения проводятся с мишенью и без мишени. При отсутствии мишени при взаимодействии первичного потока нейтронов энергией  $E_0$  с материалом детектора, содержащего в основном изотоп  $^{28}\text{Si}$ , в детекторе протекает ряд реакций (в основном (n,p) и (n, $\alpha$ )), наиболее экзотермической из которых является реакция  $^{28}\text{Si}(n,\alpha)^{25}\text{Mg}$ . Соответственно, в энергетическом спектре всех заряженных частиц, возникающих в детекторе и им же регистрируемых (см. Рис. 2.), группа  $\alpha$ -частиц, соответствующая образованию ядра  $^{25}\text{Mg}$  в основном состоянии, имеет наибольшую энергию, и хорошо отделена от остальной части спектра. Понятно, что площадь пика этой группы  $\alpha$ -частиц пропорциональна интегралу от потока нейтронов с энергией  $E_0$ , прошедшего через детектор. Соответственно, при перекрытии потока нейтронов в детектор исследуемой мишенью, интенсивность этого пика уменьшается за счет реакций и неупругого рассеяния нейтронов в мишени. Так же очевидно, что часть упруго рассеянных нейтронов все же попадает в телесный угол  $\delta\omega$ . Эти нейтроны имеют практически ту же энергию  $E_0$ , и будут зарегистрированы как первичный, не про взаимодействовавший с мишенью нейтронный поток.

На втором варианте измерений этот пучок коллимировалось с помощью специального коллиматора длиной 20 см, также была использована дополнительные защитные средства. Нами были получены следующие результаты:

$$\sigma_1 (\text{для } {}^{232}_{90}\text{Th}) = 0,41 \pm 0,06 \text{ барн}; \sigma_2 (\text{для } {}^{232}_{90}\text{Th}) = 0,38 \pm 0,06 \text{ барн};$$

Таким образом, с использованием Нейтронного Генератора (НГ- 150) ИЯФ АН РУз в качестве источника быстрых нейтронов, получены первые результаты по измерению сечения взаимодействия нейтронов с  ${}^{232}\text{Th}$ . Следует отметить, также, что полученные полные сечения тория под действием быстрых нейтронов нашего генератора в целом согласуется с данными полученными другими авторами [4-10] с использованием других различных генераторов быстрых нейтронов. А маленькие (примерно 10%) расхождения относятся к недостаткам метода измерений и они могут быть устранены с использованием новых разработок спектрометра.

## ЛИТЕРАТУРА

[1] Васильев Р.Г. и др. Атомная энергия. 1970. Т.29, вып.3. С.151-158) [2] Nifinecker H., David S., Loiseaux J.M., Meplan O. Basics of accelerator driven subcritical reactors, Nucl. Instrum. And Methods in Physics Research A 463 (2001) 428-467. [3] Brown P.M. Effective radioactive waste remediation//Journal of New Energy.- 2001.V.5.-P.22-34. [4] М. Х. Гашев, А. В. Григораш, А. В. Долотов, А. В. Носовский, А. М. Дыбач, А. И. Бережной, А. В. Кухоцкий. Вопросы лицензирования ядерной подкритической установки «Источник нейтронов, основанный на подкритической сборке, управляемой линейным ускорителем электронов» Ядерная радиационная безопасность 4(60).2013. [5] Е.В. Гусев, П.А. Демченко, Л.И. Николайчук. Подкритический реактор с совмещенной мишенью, управляемый протонным пучком. Вопросы атомной науки и техники. 2004. № 4. Серия: Плазменная электроника и новые методы ускорения (4), с. 27-36. [6] S.S. Kapoor. Accelerator-driven sub-critical reactor system (ADS) for nuclear energy generation. PRAMANA journal of physics vol. 59, No. 6 December 2002 pp. 941-950. [7] H. Nifenecker, S. Davidb, J.M. Loiseaux, O. Meplan. Review Basics of accelerator driven subcritical reactors Nuclear. Instruments and Methods in Physics Research A 463 (2001) 428-467. [8] EVALUATED NUCLEAR DATA FOR NUCLIDES WITHIN THE THORIUM-URANIUM FUEL CYCLE. IAEA, 2010 Printed by the IAEA in Austria May 2010 STI/PUB/1435. (<http://www.iaea.org/books>) [9] <http://www-nfcis.iaea.org/NFCIS>. [10] Энциклопедия нейтронных данных РОСФОНД (Российская библиотека файлов оцененных нейтронных данных) Обнинск, 2006. [www.ippe.ru](http://www.ippe.ru) [11] Б.А. Арбузов. Физика подкритического ядерного реактора // Сорсовский Обзорательный Журнал, № 1, 1997, стр.75-78. [12] Ю. В. Стогов. Основы нейтронной физики. Москва, 2008.

## ВЫСОКОЧУВСТВИТЕЛЬНЫЙ ЦВЕТОВОЙ ИНДИКАТОР ПОГЛОЩЕННОЙ ДОЗЫ ИЗЛУЧЕНИЯ ЭПИТЕПЛОВЫХ НЕЙТРОНОВ

Г.А.Кулабдуллаев, А.А.Ким, А.Ф.Небесный,  
Г.А.Абдуллаева, Э. Х.Бозоров, Г.Т.Джураева, Ш. Н.Сайтджанов

Национальный Университет Узбекистана

### Аннотация

Представлены результаты разработки нейтронного индикатора, состоящего из раствора арсената III с гадопентетовой кислотой, который позволяет оценивать поглощенную дозу эпитепловых нейтронного облучения с хорошей точностью, и снижает ошибку измерения, связанную с изменением цвета красителей под воздействием других факторов (свет, температура и т.д.)

Исследования по НЗТ требуют проведения дозиметрии позволяющей в реальном масштабе времени определять поглощенную дозу. Существующие на сегодняшний день методы и средства дозиметрии нейтронов как правило рассчитаны на нейтроны высоких энергий, а для нейтронов низких энергий не обладают достаточной точностью и не дают возможность определения поглощенной дозы сразу после облучения. Целью исследования была разработка высокочувствительного цветового индикатора поглощенной дозы излучения эпитепловых нейтронов с энергией от 0 до 10 кЭв.

Наряду с дозиметрами различных типов в течение долгого времени используется химическая дозиметрия ионизирующих излучений, в том числе цветовые индикаторы поглощенной дозы ионизирующих излучений. Такие индикаторы могут быть использованы для экспрессного опреде-

ления поглощенной дозы излучения эпитепловых нейтронов при нейтрон-захватной терапии. Кроме того, такие индикаторы могут найти широкое применение для дозиметрии пучка эпитепловых нейтронов и в качестве индивидуальных дозиметров при нейтрон-захватной терапии.

Хорошо известен химический индикатор дозы, состоящий из раствора сульфата железа, так называемый ферросульфатный дозиметр или дозиметр Фрикке. Широко распространенный дозиметр Фрикке представляет собой насыщенный воздухом водный раствор, содержащий  $1.10^{-3}$  моль/л  $\text{FeSO}_4$ , 0,4 моль/л  $\text{H}_2\text{SO}_4$ ,  $1.10^{-3}$  моль/л  $\text{NaCl}$ . Продукты радиолиза воды окисляют  $\text{Fe}^{2+}$  до  $\text{Fe}^{3+}$ , при этом выход ионов  $G = 15,6$  (для энергии  $\gamma$ -квантов  $E_\gamma / 0,3$  МэВ). На выход  $\text{Fe}^{3+}$  влияют концентрация кислорода и присутствие органических загрязнений. Пределы применимости дозиметра Фрикке от  $10^{-1}$  до  $10^4$  Гр [1].

Кроме того, в ядерной физике также используется химический дозиметр Фрикке с равномерно распределенным гадолинием. Дозиметр позволяет измерять суммарную поглощенную энергию от гамма-излучения, конверсионных электронов, электронов Оже, рентгеновского излучения нейтрон-захватной реакции гадолиния. В качестве стандартного ферросульфатного дозиметра использован следующий состав: 2 г  $\text{FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ , 3 г  $\text{NaCl}$ ,  $110 \text{ см}^3$  концентрированной  $\text{H}_2\text{SO}_4$ , растворенной в дистиллированной воде, на 5 л дозиметрического раствора. В готовый раствор добавляют  $\text{GdCl}_3 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  в концентрации 10 г/л. Раствор разливают в прозрачные ампулы, которые затем помещают в поле излучения для определения дозы. Появление ионов трехвалентного железа характеризуется изменением оптической плотности раствора. Максимум поглощения в спектре видимого света регистрируется при 305 нм. Применение  $\text{GdCl}_3 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  не вносит изменений в фон дозиметра при сохранении линейности «оптическая плотность — доза», что делает дозиметр Фрикке с хлоридом гадолиния наиболее подходящим для дозиметрических исследований  $\text{GdHЗТ}$ . Выход дозиметра остается постоянным при значении мощности до  $10^3$  Гр/с.

Диапазон ферросульфатного дозиметра с хлоридом гадолиния, в котором его можно применять для измерения поглощенных доз, лежит в пределах от 5 -  $2 \cdot 10^3$  Гр. Раствор дозиметра требует насыщения кислородом и применения химически особо чистых соединений [2].

Химические дозиметры имеют много преимуществ. Среди них: тканеэквивалентность, прямое измерение поглощенной дозы, простота приготовления, высокая стабильность, хорошо известная чувствительность к  $\gamma$ -излучению и электронам, возможность измерять дозу в объекте с инкорпорированным источником, высокая точность и простота измерений, чувствительность к нейтронам, дешевизна раствора, возможность принятия дозиметром любой формы, т.к. раствор жидкий.

К недостаткам можно отнести: влияние посторонних примесей на показания, необходимость быстрой обработки показаний после эксперимента, в связи с возможными посторонними реакциями, необходимость достаточно большой дозы облучения стандартного раствора для получения достоверных показаний. Также недостатком является то, что растворы индикатора не сохраняются после облучения в течение длительного времени, что может давать не очень высокую точность определения поглощенной дозы и довольно большую погрешность в оценке поглощенной дозы.

Целью исследования была разработка точного, простого в изготовлении и эффективного высокочувствительного цветового индикатора поглощенной дозы излучения эпитепловых нейтронов с энергией от 0 до 10 кЭв.

Нами был разработан индикатор на основе раствора красителя арсеназо III и гадопентетовой кислоты, позволяющего достаточно точно определять поглощенную дозу в диапазоне от 2 до  $10^3$  Гр. В данной разработке использованы свойства арсеназо III, который используется в качестве металлоиндикатора, меняющего окраску при связывании с ионами металлов. При пороговой поглощенной дозе происходит разрушение гадопентетовой кислоты с высвобождением ионов  $\text{Gd}^{3+}$ , которые образуют комплекс с арсеназо III, изменяющий окраску раствора с красного на синий. Используемый для дозиметра раствор устойчив при хранении при комнатной температуре и дневном освещении в течение нескольких месяцев.

При облучении индикаторного раствора пучком эпитепловых нейтронов медицинского назначения при мощности дозы от 0,009 Гр/с до 0,035 Гр/с поглощенную дозу от 2 до 1000 Гр определяют спектрофотометрически на длине волны 540 нм. Поглощенную дозу определяют по калибровочному графику.

При облучении индикаторного раствора пучком эпитепловых нейтронов медицинского назначения при мощности дозы от 0,009 Гр/с до 0,035 Гр/с поглощенную дозу от  $3,5 \cdot 10^3$  Гр до

$6,5 \cdot 10^3$  Гр определяют визуально по цветовой шкале. При использовании растворов с различными концентрациями гадопентетовой кислоты (от 15% до 50%) происходит пороговое изменение цвета индикатора с красного на синий. Пороговое изменение цвета четко выраженное и позволяет определять поглощенную дозу визуально. Цвет растворов индикаторов до облучения и после него достаточно устойчив во времени при хранении в темноте или при искусственном освещении или рассеянном солнечном свете.

Таким образом, разработанный нами индикатор, состоящий из раствора арсената III с гадопентетовой кислотой, позволяет оценивать поглощенную дозу эпителиального нейтронного облучения с хорошей точностью и снижает ошибку измерения, связанную с изменением цвета красителей под воздействием других факторов (свет, температура и т.д.)

Разработанный дозиметр обладает повышенной чувствительностью к нейтронному излучению за счет содержания в растворе гадолиния, имеющего большое сечение захвата нейтронов, и является ткане-эквивалентным. Кроме того, предложенный дозиметр сохраняет спектрофотометрические характеристики после облучения в течение нескольких недель, что позволяет использовать его для измерения поглощенной дозы, как в режиме реального времени, так и с отсроченным измерением в течение нескольких недель. Данная разработка была подана и зарегистрирована как заявка на патент: «Кулабдуллаев Г. А., Ким А. А., Небесный А. Ф., Джураева Г. Т., Сайтджанов Ш. Н. Цветовой индикатор поглощенной дозы нейтронного излучения. Заявка на патент № IAP 2014 0320 от 30.07.2014».

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Голубев Б.П. Дозиметрия и защита от ионизирующих излучений. Москва, «Атомиздат», 1976.  
[2] Клыков С.А. Реакция  $Gd(n, \gamma)$  как источник ионизирующего излучения для нейтрон-захватной терапии. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Обнинск 2003.

### РАДИАЦИОННО-СТИМУЛИРОВАННЫЕ $Yb^{3+} \leftrightarrow Yb^{2+}$ И $Yb^{3+} \leftrightarrow Yb^{3+}$ ПРЕВРАЩЕНИЯ В МОНОКРИСТАЛЛАХ И НАНОКЕРАМИКАХ $CaF_2-YbF_3$

М.Х.Ашуров<sup>1</sup>, И.Нуритдинов<sup>2</sup>, С.Т.Бойбобоева<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ГНПП «Фонон» РУз., ул. С. Юсупова 50, Ташкент, 100054, Узбекистан.

<sup>2</sup> Институт Ядерной Физики АН РУз., пос. Улугбек, Ташкент, 100214, Узбекистан, [karimboev@inp.uz](mailto:karimboev@inp.uz)

#### Аннотация

Исследована радиационная устойчивость лазерной керамики  $CaF_2:Yb^{3+}$  (3 мол. %  $YbF_3$ ) в сравнении с монокристаллом близкого состава (3.6 мол. %  $YbF_3$ ) под действием гамма-излучения источника  $^{60}Co$ . Установлена близость спектральных характеристик необлученных образцов. Хотя облучение стимулирует одинаковые валентные изменения  $Yb^{3+} \leftrightarrow Yb^{2+}$  в монокристаллах и в керамике в керамических образцах создаются специфические радиационно-наведенные дефектные центры, которые обуславливают существенные отличия скоростей валентных превращений и отжига наведенных дефектов.

**Ключевые слова:** радиационная устойчивость, лазерная керамика, гамма-излучение, спектральные характеристики, дефекты.

#### 1. Введение

В последнее время усилие исследователей направлено на исследование свойств монокристаллов и нанокерамик  $CaF_2$ , активированных ионами  $Yb^{3+}$ , как перспективных лазерных материалов, накачиваемых лазерными диодами, а также возможностью для получения перестраиваемого лазерного излучения [1]. Известно, что ионы  $Yb$  в структуру кристаллов и нанокерамик одновременно могут входить в двух- и трехвалентном виде в различных состояниях симметрии. В зависимости от условий роста, наличия соактиваторов и ионизирующего излучения могут изменяться соотношения иттербиевых центров, что имеет важное значение при управлении свойствами этих материалов [1-5]. В настоящей работе были исследованы радиационно-стимулированные изменения различных иттербиевых центров в монокристаллах и нанокерамиках  $CaF_2-YbF_3$ .

## 2. Экспериментальная часть

Спектры оптического поглощения (ОП) исходных кристаллических и керамических образцов были идентичными и содержали полосы поглощений (ПП) с максимумами при 214, 227, 260, 271, 320 и 360 нм в УФ- области (рис. 1, а и б, кривые 1), а также группу линий при 860-1060 нм с максимумами при 922, 940, 944, 964, 978, 1010 и 1030 нм в ИК- области (рис. 2, а и б, кривые 1). Интенсивности соответствующих полос для кристаллических и керамических образцов были сравнимы. ПП при 214-360 нм соответствуют электронным переходам из уровня  $^1S_0(4f_{14})$  на уровень  $4f_{14}5d$  ионов  $Yb^{2+}$ , а при 920-1060 нм – переходам  $^2F_{7/2} - ^2F_{5/2}$  ионов  $Yb^{3+}$  [5].

В настоящее время абсорбционные характеристики ионов  $Yb^{3+}$  исследованы относительно полнее, чем характеристики ионов  $Yb^{2+}$ . Известно, что ионы  $Yb$  входят вместо  $Ca^{2+}$ , который занимает кубическое  $O_h$  положение в решетке  $CaF_2$ . Когда иттербий входит в состоянии  $Yb^{3+}$ , для сохранения электронейтральности системы требуется компенсация дополнительного положительного заряда, которое, как правило, осуществляется отрицательно заряженными междоузельными ионами фтора  $F_i^-$  [6]. Если кристаллы синтезируются в восстановительных условиях с избытком фтора при сравнительно низком (<0,5 ат.%) содержании ионов иттербия, то в кристалле наряду с кубическими центрами ( $O_h$ ) без локальной компенсации зарядов, создаются  $Yb^{3+}$ - центры с тетрагональной симметрией ( $C_{4v}$ ), в которых ионы  $F_i^-$  занимает ближайшее соседствующее с иттербием междоузельные положения (NN), а также тригональной симметрией ( $C_{3v}$ ), где ионы  $F_i^-$  находятся в положениях (NNN) [7]. При более высоких содержаниях иттербия активаторные ионы образуют различные кластерные состояния [8]. Такая сложная структура примесных центров приводит к образованию спектров поглощения с широкими полосами.

Под действием  $\gamma$ -облучения при комнатной температуре в интервале доз  $10^5$ - $10^8$  рад интенсивности всех полос ионов  $Yb^{2+}$  в диапазоне 200-400 нм увеличиваются (рис. 1 и 2, кривые 2), интенсивность групп линий ионов  $Yb^{3+}$  в области 860-1060 нм несколько уменьшается в обоих типах образцов, что свидетельствует о валентном  $Yb^{3+} \rightarrow Yb^{2+}$  переходе на примесных ионах [6].

Анализ и сопоставление спектров ОП исходных, облученных и выдержанных после облучения образцов показывает, что в образцах при облучении и выдержки после облучения, кроме  $Yb^{3+} \rightarrow Yb^{2+}$  переходов, происходят сложные  $Yb^{3+} \rightarrow Yb^{3+}$  преобразования внутри самих  $Yb^{3+}$ - состояний.

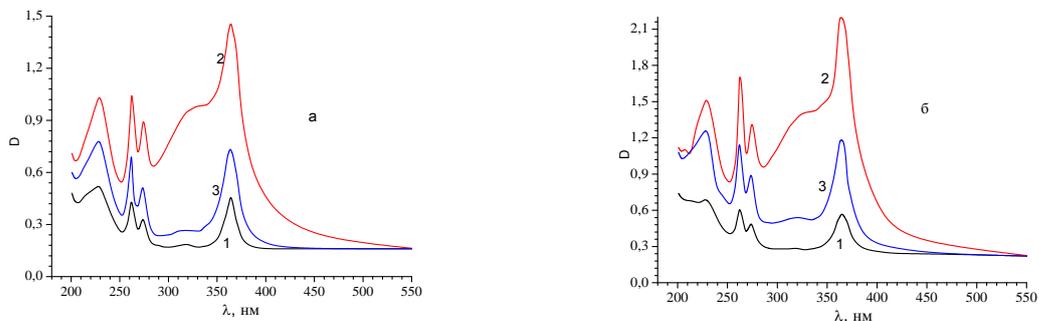


Рис. 1. Спектры оптического поглощения (а) кристалла  $CaF_2-Yb_3$  (3,63%) и (б) нанокерамики  $CaF_2-Yb_3$  (3%) в УФ- области: 1) исходный, 2) после  $\gamma$ - облучения дозой  $10^5$  рад и 3) через сутки после  $\gamma$ - облучения.

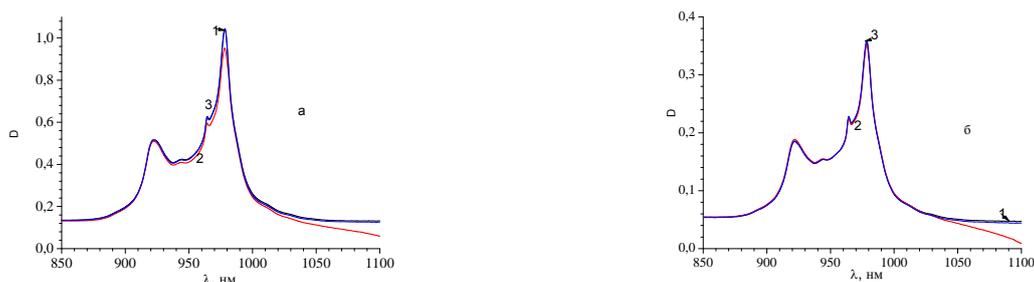


Рис. 2. Спектр оптического поглощения (а) кристалла  $CaF_2-Yb_3$  (3,63%) и (б) нанокерамики  $CaF_2-Yb_3$  (3%) в ИК- области: 1) исходный, 2) после  $\gamma$ - облучения дозой  $10^5$  рад и 3) через сутки после  $\gamma$ - облучения.

При  $\gamma$ - облучении образцов очень сильно уменьшается интенсивность полосы 779 нм, несколько уменьшаются интенсивности полос с максимумами 922, 945, 966, 979 и 990 нм, увеличивают свои интенсивности полосы с максимумами 919 и 962 нм (рис. 3 а и б, кривые 1). После прекращения облучения идёт процесс восстановления спектра, однако через сутки он не полностью восстанавливается до состояния спектра в необлученных образцах (рис. 3 а и б, кривые 2 и 3). Через сутки после облучения число центров, обусловленных полосами поглощения с максимумами 319, 362 и 376 нм в облученных образцах несколько больше, чем в исходном необлученном состоянии, однако концентрация центров, связанных с полосами поглощения 922, 945, 965, 981 нм – меньше (рис. 3 а и б, кривые 3). Этот факт действительно свидетельствует о том, что в процессе облучения, и особенно, после прекращения облучения монокристаллов и нанокерамик на основе  $\text{CaF}_2\text{-YbF}_3$ , происходят не только превращения типа  $\text{Yb}^{3+} \rightarrow \text{Yb}^{2+}$ , но и переходы типа  $\text{Yb}^{3+} \rightarrow \text{Yb}^{3+}$ , находящихся в различных симметричных состояниях ионов  $\text{Yb}^{3+}$ .

Сопоставление разностных спектров облученных и выдержанных монокристаллических и нанокерамических образцов (рис. 3) показывает, с одной стороны наличие общих тенденций, с другой – отличительные особенности процессов протекающих в монокристаллических и нанокерамических образцах во время облучения и процессе их выдержки после облучения. Основными отличиями являются: существенно малое количество ионов  $\text{Yb}^{3+}$ , переходящих в состояние  $\text{Yb}^{2+}$  в нанокерамиках по сравнению с монокристаллами; быстрое, по сравнению с монокристаллами, восстановление  $\text{Yb}^{3+}$ - центров в облученных образцах до исходного состояния в нанокерамиках; а также изменение соотношения различных  $\text{Yb}^{3+}$  центров в облученных образцах. Предполагается, что эти отличия обусловлены наличием большого количества межграницных поверхностей в нанокерамических образцах.

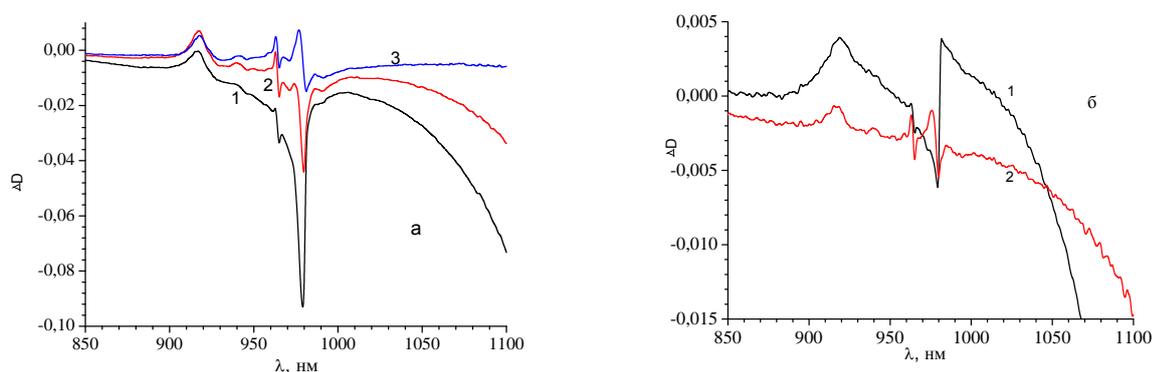


Рис. 3. Разностные спектры поглощения: (а) 1)  $\gamma$ - облученного и исходного необлученного образца; 2) выдержанного после облучения в течение 1ч и исходного; 3) выдержанного после облучения в течение 1-х суток и исходного кристалла  $\text{CaF}_2\text{-Yb}_3$  (3,63%); (б) то же для нанокерамики  $\text{CaF}_2\text{-Yb}_3$  (3%).

### 3. Результаты и обсуждение

Согласно [1,6,9,10], поглощение, наблюдаемое в образцах  $\text{CaF}_2\text{-Yb}_3$  в области 900-1000 нм, обусловлено следующим: полосы с максимумами в 922 и 963 нм – связаны с кубическими; 966 нм – тетрагональными; 910, 936 и 966 нм – тригональными центрами; 945,6 и 956 нм – малыми кластерами; 980 нм – гексаметрическими кластерами. Наши эксперименты показали, что полосы 922, 965 и 981 нм являются сложными и эти полосы перекрывают поглощение нескольких  $\text{Yb}^{3+}$  центров. Об этом же свидетельствуют исследования температурной зависимости поглощения кристаллов  $\text{CaF}_2\text{-YbF}_3$  в работе [9]. Интересно то, что те полосы, которые уменьшают свои интенсивности при повышении температуры в необлученных образцах (922, 940, 962 и 976 нм), в облученных образцах увеличивают интенсивности с увеличением времени их выдержки после облучения. Концентрация таких центров становится несколько больше после выдержки облученных образцов в течение одних суток. Разностный спектр гамма-облученного и исходного образцов точно совпадает со спектром низкотемпературного поглощения необлученного образца, приведенного на рис. 8 в работе [9]. Этот эффект можно объяснить следующим образом. Во время облучения образцов  $\gamma$ - лучами междоузельные ионы фтора, получив энергию электронных возбуждений, удаляются от тетрагональных и тригональных центров, а также от малых и гексаметрических кластеров. При этом наряду с уменьшением этих центров (о чем свидетельствует уменьшение интен-

сивностей полос 922, 940, 965 и 981 нм после облучения, см. рис. 3) увеличивается число кубических центров (происходит некоторое увеличение интенсивностей полос 916, 962 и 976 нм после облучения, см. рис. 3). На этих кубических  $\text{Yb}^{3+}$  центрах могут захватываться электроны, переводя примеси в двухвалентное состояние. С течением времени  $\text{Yb}^{2+}$  состояния могут термически ионизоваться, при этом увеличивается кубические  $\text{Yb}^{3+}$  центры, что стимулирует со временем увеличения интенсивностей их полос поглощения в 916, 962 и 976 нм. Эти полосы обусловлены электронными переходами  $1 \rightarrow 7$ ,  $1 \rightarrow 6$  и  $1 \rightarrow 5$  в кубических  $\text{Yb}^{3+}$ -центрах.

Таким образом, в кристаллах и нанокерамиках  $\text{CaF}_2\text{-YbF}_3$  во время  $\gamma$ -облучения и выдержки после облучения наряду с  $\text{Yb}^{3+} \leftrightarrow \text{Yb}^{2+}$  переходами осуществляются также  $\text{Yb}^{3+} \leftrightarrow \text{Yb}^{3+}$  превращения.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Nicoara, I., Lighezana, L., Enculescu, M., Enculescu, I., 2008. Optical spectroscopy of  $\text{Yb}^{2+}$  ions in  $\text{YbF}_3$ -doped  $\text{CaF}_2$  crystals. *Journal of Crystal Growth*, 310, 2026–2032. [2] Феофилов, П. П. Поглощение и люминесценция двухвалентных ионов редких земель в кристаллах искусственного и природного флюорита. *Оптика и спектроскопия*. 1956. Т. 1. С. 992–999. [3] Каплянский, А.А., Феофилов, П.П., 1962. Спектры двухвалентных ионов редких земель в кристаллах щелочноземельных фторидов. *Оптика и спектроскопия* 13, 235–241. [4] Реут Е. Г. Природа люминесценции двухвалентных ионов Eu и Yb в кристаллах типа флюорита. *Оптика и спектроскопия*, 1976, т. 40, с. 99. [5] Ашуров М.Х., Нуридинов И., Бойбобоева С.Т., Гарабин, Е.А., Демеденко, А.А., Кузнецов, С.В., Федоров, П.П., 2016. Радиационные характеристики кристаллово-керамического фторида кальция, легированного иттербием. *Неорганические материалы*, том 52, 8, стр. 1–9. [6] Nicoara, I., Stef, M., Pruna, A., 2008. Growth of  $\text{YbF}_3$ -doped  $\text{CaF}_2$  crystals and characterization of  $\text{Yb}^{3+}/\text{Yb}^{2+}$  conversion. *Journal of Crystal Growth* 310, 1470–1475. [7] Kirton, J., McLaughlan, S.D., 1967. Correlation of electron paramagnetic resonance and optical absorption spectra of  $\text{CaF}_2: \text{Yb}^{3+}$ . *Phys. Rev.* 155, 279. [8] Loh, E., *Ultraviolet-Absorption Spectra of Europium and Ytterbium in Alkaline Earth Fluorides*. 1996. *Phys. Rev.* 184, 348. [9] Kaczmarek, S.M., Tsuboi, T., Ito, M., Boulon G., Leniec, G., 2005. Optical study of  $\text{Yb}^{3+}/\text{Yb}^{2+}$  conversion in  $\text{CaF}_2$  crystals. *J. Phys.: Cond. Matt.* 17, 3771–3786. [10] Marius Stef, M., Pruna, P. Garjaoba and I. Nicoara, 2007. Influence of Impurities on the optical properties of  $\text{YbF}_3$ -doped  $\text{CaF}_2$  crystals. *Acta Physica Polonica*, Vol.112, 2008–2012.

## РАДИОАКТИВНОЕ РАВНОВЕСИЕ ИЗОТОПОВ $^{119m}\text{Te}/^{119}\text{Sb}$ И СТРУКТУРА МЕССБАУЭРОВСКИХ СПЕКТРОВ ПРИМЕСНЫХ АТОМОВ $^{119m}\text{Sn}$ В СТЕКЛООБРАЗНЫХ ХАЛЬКОГЕНИДАХ МЫШЬЯКА

А.В.Марченко<sup>1</sup>, Ф.С.Насрединов<sup>2</sup>, П.П.Серегин<sup>1</sup>, Н.Н.Жуков<sup>1</sup>, А.В.Шалденкова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербург, 191186, Россия, e-mail: [al7140@mail.ru](mailto:al7140@mail.ru),

Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена.

<sup>2</sup>Санкт-Петербург, 195251, Россия, e-mail: [nasfas@mail.ru](mailto:nasfas@mail.ru),

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого.

### Аннотация

Используя метод эмиссионной мессбауэровской спектроскопии с материнскими изотопами  $^{119m}\text{Te}$  и  $^{119}\text{Sb}$ , находящимися в состоянии радиоактивного равновесия, в одном эксперименте получена информация о месте локализации и валентном состоянии дочерних атомов  $^{119m}\text{Sn}$ , образующихся из материнских атомов  $^{119}\text{Sb}$  и  $^{119m}\text{Te}$  в структурной сетке стеклообразных халькогенидов мышьяка.

**Ключевые слова:** радиоактивное равновесие, мессбауэровская спектроскопия, халькогениды мышьяка.

В настоящее время для исследования состояния примесных атомов в кристаллических и стеклообразных материалах широко используется эмиссионный вариант мессбауэровской спектроскопии на изотопе  $^{119m}\text{Sn}$  с материнскими ядрами  $^{119}\text{Sb}$  и  $^{119m}\text{Te}$ , когда в исследуемое стекло вводится радиоактивный материнский изотоп, после распада которого образуется дочерний атом  $^{119m}\text{Sn}$  [1–4]. Эмиссионный вариант спектроскопии позволяет исследовать примесные атомы с предельной концентрацией  $\sim 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , что является принципиально важным из-за малой растворимости олова в халькогенидных стеклах. Схемы распада материнских атомов  $^{119}\text{Sb}$  и  $^{119m}\text{Te}$  приведены на рис.1 и очевидно, что в зависимости от химической природы материнского изотопа

возможно введение дочернего атома либо в структурную сетку, образованную атомами пниктогена (материнские атомы  $^{119}\text{Sb}$ ), либо в структурную сетку, образованную атомами халькогена (материнские атомы  $^{119m}\text{Te}$ ).

В соответствии с этим, процесс приготовления мессбауэровских источников сводится к тому, что в исследуемый материал вводится либо безносительный препарат  $^{119}\text{Sb}$ , полученный по реакции  $^{120}\text{Sn}(p, 2n)^{119}\text{Sb}$  [1], либо безносительный препарат  $^{119m}\text{Te}$ , полученный по реакции  $^{117}\text{Sn}(\alpha, 2n)^{119m}\text{Te}$  [2, 3]. Естественно, в обоих случаях для получения безносительных препаратов необходимо их хроматографическое выделение. Наконец, мессбауэровский источник  $^{119m}\text{Te}$  можно приготовить, вводя в исследуемый материал смесь  $^{119m}\text{Te} + ^{119}\text{Sb}$ , и выдерживая образец до достижения динамического радиоактивного равновесия между  $^{119m}\text{Te}$  и  $^{119}\text{Sb}$  [1 – 4] (хотя при этом теряется заметная часть активности изотопов  $^{119}\text{Sb}$  и  $^{119m}\text{Te}$ ).

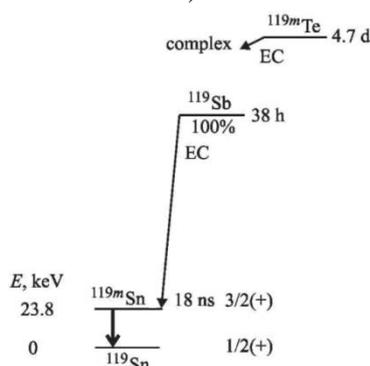


Рис. 1. Схема распада материнских изотопов  $^{119m}\text{Te}$  и  $^{119}\text{Sb}$ .

В настоящей работе предлагается метод измерения эмиссионных мессбауэровских спектров для источников, содержащих одновременно материнские изотопы  $^{119m}\text{Te}$  и  $^{119}\text{Sb}$ , не требующий длительной выдержки образцов до момента измерения мессбауэровских спектров и позволяющий получать информацию одновременно о состоянии материнских и дочерних примесных атомов теллура, сурьмы и олова. Как следует из рис. 1, распад материнских атомов  $^{119m}\text{Te}$  происходит с образованием дочерних радиоактивных ядер  $^{119}\text{Sb}$ , и к моменту установления подвижного равновесия образуется смесь радиоактивных атомов теллура (их доля в единицах исходного содержания  $^{119m}\text{Te}$  составляет 0.575, и обозначим их  $^{119m}\text{Te}1$ ) и сурьмы (их доля составляет 0.195, и обозначим их  $^{119}\text{Sb}1$ ). Эта смесь сплавлялась с соединениями  $\text{As}_2\text{S}_3$  и  $\text{As}_2\text{Te}_3$  с последующей закалкой расплава на металлическую плиту. При этом атомы  $^{119}\text{Sb}1$  оказываются в узлах мышьяка (мышьяк и сурьма являются элементами главной подгруппы пятой группы таблицы Д.И. Менделеева), а атомы  $^{119m}\text{Te}$  (следовательно, и атомы  $^{119}\text{Sb}2$ , образующиеся после их распада) оказываются в узлах халькогена структурной сетки стеклообразного сплава, так что составы мессбауэровских источников могут быть записаны, как  $(\text{As}, ^{119}\text{Sb})_2(\text{X}, ^{119m}\text{Te})_3$ .

Эмиссионные мессбауэровские спектры  $^{119m}\text{Sn}$  снимались при 80 К в интервале времени после приготовления мессбауэровского источника  $\Delta t = 0 - 9.5, 9.5 - 19.0, 19.0 - 28.6, 28.6 - 38.1, 38.1 - 47.6, 47.6 - 57.1, 57.1 - 55.6$  и  $66.7 - 76.2$  час (за  $t = 0$  взят момент закалки сплава  $(\text{As}, ^{119}\text{Sb})_2(\text{X}, ^{119m}\text{Te})_3$ ). В качестве стандартного поглотителя использовался  $\text{CaSnO}_3$  с поверхностной плотностью  $0.1 \text{ г/см}^2$  по изотопу  $^{119}\text{Sn}$ .

Из рис. 2 видно, что экспериментальные мессбауэровские спектры  $^{119m}\text{Sn}$  сплава  $(\text{As}, ^{119}\text{Sb})_2^{119m}\text{Te}_3$  представляют собой наложение двух линий. Менее интенсивная линия при измерении спектра в интервале времени  $0 - 19.05$  час имеет изомерный сдвиг  $2.61(2) \text{ мм/с}$ , он близок к изомерному сдвигу мессбауэровского спектра  $^{119}\text{Sn}$  полуметаллического соединения  $\text{SnAs}$  и, следовательно, эту линию можно приписать примесным центрам олова  $^{119m}\text{Sn}^0$ , образовавшихся после распада атомов  $^{119m}\text{Te}1$  в узлах теллура (спектр I). Изомерный сдвиг более интенсивной линии этого спектра составляет  $3.65(2) \text{ мм/с}$ , он близок к изомерному сдвигу мессбауэровского спектра  $^{119}\text{Sn}$  соединения  $\text{SnTe}$  и, следовательно, эту линию можно приписать двухвалентным примесным центрам олова  $^{119m}\text{Sn}^{2+}$ , образовавшихся после распада атомов  $^{119}\text{Sb}1$  в узлах мышьяка (спектр II). Видно, что относительная интенсивность мессбауэровского спектра  $^{119m}\text{Sn}^0$  в подрешетке теллура возрастает с возрастанием  $\Delta t$ .

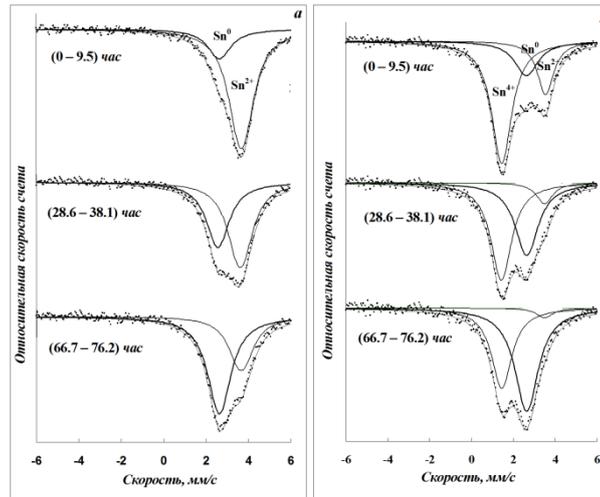


Рис. 2. Эмиссионные мессбауэровские спектры  $^{119m}\text{Sn}$  в стеклообразных  $(\text{As}, ^{119}\text{Sb})_2^{119m}\text{Te}_3$  (а) и  $(\text{As}, ^{119}\text{Sb})_2(\text{S}, ^{119m}\text{Te})_3$  (b). Мессбауэровские источники готовились сплавлением сплава  $\text{As}_2\text{X}_3$  и смеси  $^{119m}\text{Te} + ^{119}\text{Sb}$  (здесь X – халькоген). Спектры снимались при 80 К в интервале времен 0 – 9,5, 28,6 – 38,1 и 66,7 – 76,2 час после приготовления мессбауэровского источника. Показано положение линий, отвечающих центрам  $\text{Sn}^0$ ,  $\text{Sn}^{2+}$  и  $\text{Sn}^{4+}$ .

Очевидно, что в начальный период измерения мессбауэровского спектра образца  $(\text{As}, ^{119}\text{Sb})_2^{119m}\text{Te}_3$  основной вклад в спектр  $^{119m}\text{Sn}$  дают материнские атомы  $^{119}\text{Sb1}$  (постоянная радиоактивного распада для них  $\lambda_{\text{Sb}} = 5.05 \cdot 10^{-6} \text{ c}^{-1}$ ), тогда как по мере их распада будет возрастать интенсивность спектра от материнских атомов  $^{119}\text{Sb2}$  (они образуются после распада атомов  $^{119m}\text{Te1}$  и для них  $\lambda_{\text{Te}} = 1.7 \cdot 10^{-6} \text{ c}^{-1}$ ). Для количественного описания изменения структуры мессбауэровского спектра  $^{119m}\text{Sn}$  по мере изменения времени измерения были рассчитаны зависимости отношения  $P = \text{SI}/(\text{SI}+\text{SII})$  от момента  $t$  синтеза образца  $(\text{As}, ^{119}\text{Sb})_2^{119m}\text{Te}_3$  для  $\Delta t = 0.25 \times T_{1/2}$  (здесь SI и SII – площади под нормированными мессбауэровскими спектрами I и II соответственно,  $T_{1/2}$  – период полураспада  $^{119}\text{Sb}$ ). При этом распад ядер  $^{119}\text{Sb1}$  описывался соотношением

$$N_{\text{Sb1}} = N_{\text{Sb1}}^0 \exp(-\lambda_{\text{Sb}} t), \quad (1)$$

а накопление ядер  $^{119}\text{Sb}$ , образующихся в результате распада атомов  $^{119m}\text{Te1}$ , записывалось в виде

$$N_{\text{Sb2}} = \frac{\lambda_{\text{Sb}}}{\lambda_{\text{Te}} - \lambda_{\text{Sb}}} N_{\text{Sb}}^0 [\exp(-\lambda_{\text{Sb}} t) - \exp(-\lambda_{\text{Te}} t)] + N_{\text{Te}}^0 \exp(-\lambda_{\text{Te}} t), \quad (2)$$

где  $N_{\text{Sb1}}^0$ ,  $N_{\text{Te}}^0$  – число атомов  $^{119}\text{Sb1}$  и  $^{119m}\text{Te1}$  в момент времени  $t = 0$ ,  $N_{\text{Sb1}}$ ,  $N_{\text{Sb2}}$  – число атомов  $^{119}\text{Sb1}$  и  $^{119}\text{Sb2}$  в момент времени  $t$ .

Рассчитанные зависимости  $P(t)$  вместе с экспериментальными величинами  $P(t)$  приведены на рис. 3а. Видно, что если расчет отношения  $\text{SI}/(\text{SI}+\text{SII})$  ведется в предположении запрета перемещения атомов  $^{119}\text{Sb1}$  (из подрешетки мышьяка в подрешетку теллура) и атомов  $^{119m}\text{Te1}$  (из подрешетки теллура в подрешетку мышьяка) в процессе измерения мессбауэровских спектров (рис. 3а, зависимость 1), то отсутствует согласие расчетных и экспериментальных величин  $P(t)$ . Для согласования этих величин необходимо предположить, что в процессе измерения спектров происходит перемещение  $(0.15 \pm 0.02)$  доли атомов  $^{119m}\text{Te1}$  из подрешетки теллура в подрешетку мышьяка (рис. 3 а, зависимость 2). Это перемещение может происходить за счет энергии отдачи, получаемой дочерними атомами  $^{119}\text{Sb2}$  при радиоактивном распаде атомов  $^{119m}\text{Te1}$ . Отметим, что полученная нами доля смещенных атомов  $^{119m}\text{Te1}$  из подрешетки теллура в подрешетку мышьяка находится в согласии с данными, полученными авторами [4] при измерении эмиссионных мессбауэровских спектров  $^{119m}\text{Sn}$  образцов теллурида мышьяка, легированных  $^{119m}\text{Te}$ .

Как видно из рис. 2 б, экспериментальные мессбауэровские спектры  $^{119m}\text{Sn}$  сплава  $(\text{As}, ^{119}\text{Sb})_2(\text{S}, ^{119m}\text{Te})_3$  представляли собой наложение трех линий: линию с изомерным сдвигом 2.61(2) мм/с следует приписать примесным центрам олова  $^{119m}\text{Sn}^0$ , образовавшихся после распада атомов  $^{119m}\text{Te1}$  в узлах серы (спектр I), линию с изомерным сдвигом 3.75(2) мм/с следует приписать двухвалентным примесным центрам олова  $^{119m}\text{Sn}^{2+}$ , образовавшихся после распада атомов

$^{119}\text{SbI}$  в узлах мышьяка (спектр II) и, наконец, линию с изомерным сдвигом 1.48 мм/с следует приписать четырехвалентным примесным центрам олова  $^{119m}\text{Sn}^{4+}$ , образовавшихся после распада атомов  $^{119}\text{SbI}$  в узлах мышьяка (спектр III). Как и в случае спектров  $(\text{As}, ^{119}\text{Sb})_2^{119m}\text{Te}_3$ , относительная интенсивность мессбауэровского спектра  $^{119m}\text{Sn}^0$  в подрешетке халькогена возрастает с возрастанием  $\Delta t$ . Для количественного описания изменения структуры мессбауэровского спектра  $^{119m}\text{Sn}$  по мере изменения времени измерения были рассчитаны зависимости отношения  $P = SI/(SI+SII+SIII)$  от момента  $t$  синтеза образца  $(\text{As}, ^{119}\text{Sb})_2(\text{S}, ^{119m}\text{Te})_3$  для  $\Delta t = 0.25 \times T_{1/2}$  (здесь SI, SII и SIII – площади под нормированными мессбауэровскими спектрами I, II и III соответственно). Рассчитанные зависимости  $P(t)$  вместе с экспериментальными величинами  $P(t)$  приведены на рис. 3 б.

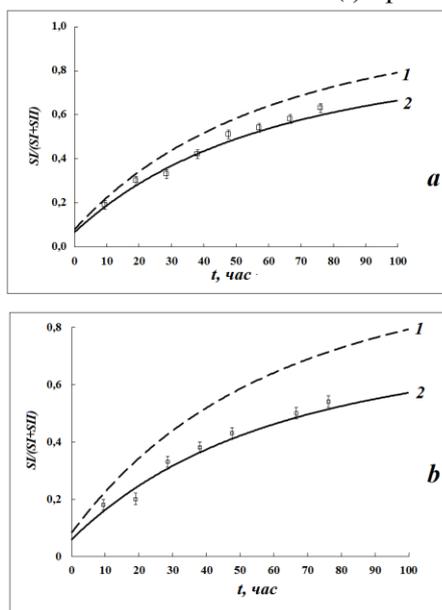


Рис. 3. Зависимости отношений  $SI/(SI+SII)$  и  $SI/(SI+SII+SIII)$  от момента синтеза стеклообразных образцов  $(\text{As}, ^{119}\text{Sb})_2^{119m}\text{Te}_3$  (а) и  $(\text{As}, ^{119}\text{Sb})_2(\text{S}, ^{119m}\text{Te})_3$  (б). SI, SII и SIII – площади под нормированными мессбауэровскими спектрами примесных атомов  $^{119m}\text{Sn}^0$ ,  $^{119m}\text{Sn}^{2+}$  и  $^{119m}\text{Sn}^{4+}$  соответственно. 1 – зависимость для случая отсутствия возможности перемещения атомов  $^{119m}\text{TeI}$  из подрешетки теллура в подрешетку мышьяка; 2 – зависимость для случая перемещения части атомов  $^{119m}\text{TeI}$  из подрешетки теллура в подрешетку мышьяка за счет пост-эффектов радиоактивного распада  $^{119m}\text{Te}$ .

Видно, что если расчет отношения  $SI/(SI+SII+SIII)$  ведется в предположении запрета перемещения атомов  $^{119}\text{SbI}$  и  $^{119m}\text{TeI}$  в процессе измерения мессбауэровских спектров (рис. 3 б, зависимость 1), то отсутствует согласие расчетных и экспериментальных величин  $P(t)$ . Для согласования этих величин необходимо предположить, что в процессе измерения спектров происходит перемещение  $(0.28 \pm 0.02)$  доли атомов  $^{119m}\text{TeI}$  из подрешетки серы в подрешетку мышьяка (рис. 3 б, зависимость 2). Отметим, что полученная нами доля смещенных атомов  $^{119m}\text{TeI}$  из подрешетки серы в подрешетку мышьяка находится в согласии с данными, полученными авторами [4] при измерении эмиссионных мессбауэровских спектров  $^{119m}\text{Sn}$  образцов сульфида мышьяка, легированных  $^{119m}\text{Te}$ .

Таким образом, в одном эксперименте получена информация о месте локализации атомов сурьмы и теллура в структурной сетке стеклообразного  $\text{As}_2\text{Te}_3$  и о валентном состоянии дочерних атомов олова, образующихся из материнских атомов  $^{119}\text{Sb}$ , локализованных в различных структурных узлах стекла.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ambe A., and Ambe S. // J. Chem. Phys. 1980. V. 73. P. 2029. [2] Мастеров В.Ф., Бондаревский С.И., Насрединов Ф.С., Серегин Н.П., Серегин П.П. // ФТП. 1999. Т. 33. С. 772-773. [3] Seregin N.P., Seregin P.P., Nemov S.A., and Yanvareva A.Y. // J. Phys: Condensed Matter. 2003. V. 15. P. 7591. [4] Бордовский Г.А., Гладких П.В., Кожокарь М.Ю., Марченко А.В., Серегин П.П., Теруков Е.И. // ФТП. 2010. Т. 44. С. 1012.

## REDUCED E2-TRANSITION PROBABILITIES OF ALTERNATING-PARITY SPECTRA OF LANTHANIDE NUCLEI

M.S. Nadirbekov<sup>1</sup>, E.B. Makhmanov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Institute of Nuclear Physics, Tashkent, 100214, Uzbekistan, nodirbekov@inp.uz

<sup>2</sup>Karshi Engineering Economics Institute, Karshi, 180100, Uzbekistan, emaxmanov.1976@mail.ru

### Abstract

Reduced B(E2)-transition probabilities for intra- and inter-band transition between the collective states in the yrast, first non-yrast and second non-yrast alternating-parity bands in the lanthanide nuclei <sup>150</sup>Nd, <sup>152,154</sup>Sm, <sup>154</sup>Gd, <sup>156</sup>Dy, <sup>162,164</sup>Er are studied. The calculated B(E2)-values and some ratios between probabilities, and are compared with available experimental data. In addition, the comparison of the B(E2)-transition probabilities with the Alaga rules provide an estimation about the sensitivity of the E2-transitions to the quadrupole deformations of the considered nuclei.

**Key words:** yrast, first non-yrast and second non-yrast alternating-parity bands, Alaga rules, quadrupole and octupole deformations, lanthanide nuclei.

### 1. Introduction

The collective spectra of atomic nuclei with quadrupole and octupole deformations are characterized by rotational bands with alternating parity [1-4]. A non-adiabatic collective model with oscillator [1] and Gaussian [2] potentials good describe the sequences of energy levels in alternating parity spectra of yrast and non-yrast bands of the lanthanide and actinide even-even nuclei with the soft and stiff collectivity. In these works were demonstrated an importance of the quadrupole-octupole motion in the collective excitation of heavy nuclei. The good agreement between experimental and theoretical values of the energy levels in the different bands motivates an extension of the study by considering the intra-/inter-band reduced transition probabilities as a necessary test for the relevance of the obtained model descriptions.

The purpose of the present work is to examine the validity of the energy descriptions with respect to the attending intra-/inter-band reduced E2-transition probabilities. The calculated values are compared with available experimental data. Also, we examine the model dependence of various transition ratios on the parity-shift parameters and compare them with the Alaga rules. As it will be seen below the implemented analysis allows us to make a conclusion about the relevance of the applied model formalism.

### 2. Wave functions

The wave functions of Schrödinger equation have the following form in polar coordinates [1,2]

$$\Phi_{lq_v^\pm}^\pm(\sigma, \varepsilon) = F_{lq_v^\pm}^\pm(\sigma) \chi_v(\xi^\pm), \quad (1)$$

where

$$\chi_v(\xi^\pm) = N_v H_v(\xi^\pm) \exp\left(-\frac{(\xi^\pm)^2}{2}\right), \quad (2)$$

with

$$\xi^\pm = \sqrt{\frac{B\omega_\varepsilon(\varepsilon \pm \varepsilon_0)}{2}}, \quad \omega_\varepsilon = \sqrt{\frac{C_\varepsilon}{B}}, \quad (3)$$

where  $N_v$  is normalization coefficients,  $H_v(\xi^\pm)$  are the Hermite polynomials,  $\omega_\varepsilon$  is the frequency of  $\varepsilon$ -vibrations,  $C_\varepsilon$  is the stiffness parameter for the  $\varepsilon$ -vibrations,  $B$  is the mass parameter,  $\pm\varepsilon_0$  represents the minimum of the potential energy of the  $\varepsilon$ -vibrations.

Now, we will determine  $F_{lq_v^\pm}^\pm(\sigma)$  for approximations in Refs. [1,2].

$$F_{lq_v^\pm}^\pm(\sigma) = \frac{N_{q_v^\pm} H_{q_v^\pm}^\pm(\zeta)}{\sqrt{2\sigma}} \exp\left(-\frac{\zeta^2}{2}\right), \quad (4)$$

here  $N_{q_v^\pm}$  is normalization coefficients,  $H_{q_v^\pm}^\pm(\zeta)$  is Hermite function

$$H_{q_v^\pm}^\pm(\zeta) = [2\Gamma(-q_v^\pm)]^{-1} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} (2\zeta)^k \cdot \Gamma\left(\frac{k - q_v^\pm}{2}\right), \quad (5)$$

here

$$\zeta = \frac{p_{Iv}^\pm (\sigma - \sigma_0)}{\mu_{Iv}^\pm \sigma_{Iv}}, \quad -\frac{p_{Iv}^\pm}{\mu_{Iv}^\pm} \leq \zeta < \infty. \quad (6)$$

Quantities  $p_{Iv}^\pm = \sigma_{Iv}^\pm / \sigma_0 \geq 1$  satisfy following equality for [14]

$$(p_{Iv}^\pm)^3 (p_{Iv}^\pm - 1) = \mu^4 \left[ \frac{I(I+1)}{3} \mp 2E_v^{\pm} \right], \quad (7)$$

where  $v=0,1,2,\dots$  are “angular” phonon numbers, quantity  $\sigma_{Iv}^\pm$  indicates new states of the equilibrium for  $I^\pm$  [16],  $\sigma_0$  is minimum of the potential energy for  $\sigma$ -vibrations.

$$\mu_{Iv}^\pm = \mu \left\{ 1 + \frac{\mu}{p_{Iv}^\pm} [I(I+1) \mp 2E_v^{\pm}] \right\}^{\frac{1}{4}}, \quad (8)$$

here  $\mu^4 = \hbar^2 / (C_\sigma B \sigma_0^4)$  is dimensionless parameter of theory,  $C_\sigma$  is the stiffness parameter for the  $\sigma$ -vibrations. And  $q_v^\pm$  is root of transcendental equation [1-3]:

$$H_{q_v^\pm}^\pm \left( -\frac{p_{Iv}^\pm}{\mu_{Iv}^\pm} \right) = 0. \quad (9)$$

$$E_v^{\pm} = \frac{2B}{\hbar^2} E_v^{\pm}, \quad (10)$$

$E_v^{\pm}$  are eigenvalues of equation for angular part of Schrödinger equation [1,2]. These quantities are the splitting energy of the  $v$ -th level [1]. Here  $E_v^{+}$  and  $E_v^{-}$  are yet doubly degenerate. Taking into account the tunneling under the potential barrier separated nuclear reflection-symmetry shapes leading to their splitting.

Quantities  $p_{Iv}^\pm$  satisfy following equality for [2]

$$(p_{Iv}^\pm)^3 (p_{Iv}^\pm - 1) \exp[-(p_{Iv}^\pm - 1)^2] = \mu^4 \left[ \frac{I(I+1)}{3} \mp E_v^{\pm} \right], \quad (11)$$

$$\mu_{Iv}^\pm = \mu \left\{ \left[ 1 - 2(p_{Iv}^\pm - 1)^2 \right] \exp[-(p_{Iv}^\pm - 1)^2] + \left( \frac{\mu}{p_{Iv}^\pm} \right)^4 [I(I+1) \mp 3E_v^{\pm}] \right\}^{\frac{1}{4}}, \quad (12)$$

### 3. Reduced E2-transition probabilities

The electric quadrupole transition between energy levels  $|q_{v_i}^\pm I_i\rangle$  and  $\langle q_{v_f}^\pm I_f|$  [1] are

$$B(E2, q_{v_i}^\pm I_i \rightarrow q_{v_f}^\pm I_f) = B_a(E2, I_i \rightarrow I_f) S_{q_{v_i}^\pm, q_{v_f}^\pm}^2(E2) \exp\left(-\frac{\hbar}{2\sqrt{BC_\varepsilon}}\right), \quad (13)$$

here [13]

$$B_a(E2, I_i \rightarrow I_f) = \frac{3}{16\pi} Q_0^2 (I_i 200 | I_f 0)^2, \quad (8)$$

are the reduced E2-transitions probabilities in the rigid axially symmetric rotor, where  $Q_0$  is the quadrupole moment of the static nucleus and we introduce new parameter by following expression

$$\Omega_2 = \sqrt{\frac{3}{16\pi}} Q_0 \exp\left(-\frac{\hbar}{4\sqrt{BC_\varepsilon}}\right). \quad (14)$$

Thus,

$$B(E2, q_{v_i}^\pm I_i \rightarrow q_{v_f}^\pm I_f) = \Omega_2^2 (I_i 200 | I_f 0)^2 S_{q_{v_i}^\pm q_{v_f}^\pm}^2(E2). \quad (15)$$

The factors  $S_{q_{v_i}^\pm q_{v_f}^\pm}^2(E2)$  are determined by expression

$$S_{q_{v_i}^\pm q_{v_f}^\pm}^2(E2) = \frac{N_{q_{v_i}^\pm} N_{q_{v_f}^\pm}}{2\sigma_0} \int_{\frac{p_{I_i v_i}^\pm}{\mu_{I_i v_i}^\pm}}^{\infty} \sqrt{\frac{1}{\mu_{I_i v_i}^\pm \zeta + 1}} \sqrt{\frac{1}{\mu_{I_f v_f}^\pm \zeta + 1}} H_{q_{v_i}^\pm}^\pm H_{q_{v_f}^\pm}^\pm e^{-\zeta^2} d\zeta. \quad (16)$$

Intra-/inter-band reduced E2-transitions probabilities (15) are expressed by parameters:  $E_v^+$ ,  $\Omega_2$  and  $\mu$ . Note that similar works were performed in Ref. [3]. But in Ref. [3] solutions  $q_v^\pm$  of transcendental equation (9) considering as approximately integers. Therefore we decided integral (16) a numerically by take into account accurate values of the quantity  $q_v^\pm$  in equation (9).

#### 4. Comparison with experimental data and conclusion

The obtained theoretical calculations, we apply to deformed axially asymmetric nuclei, for which there is enough available experimental data [5] for the E2-transition probabilities.

In tabl. 1 are presented the intra-/inter-band reduced E2-transition probabilities in yrast, first non-yrast and second non-yrast bands for deformable axial even-even nuclei:  $^{150}\text{Nd}$ ,  $^{152,154}\text{Sm}$ ,  $^{154,156,158}\text{Gd}$ ,  $^{156}\text{Dy}$ ,  $^{162,164}\text{Er}$  with quadrupole and octupole deformations. For considered nuclei were obtained good descriptions, with the exception of nuclei  $^{154}\text{Gd}$  and  $^{156}\text{Dy}$  for intra-/inter-bands E2-transition probabilities in yrast and first non-yrast-bands.

Table 1

The comparison intra-/inter-band reduced E2-transition probabilities in the energy levels of yrast- and first non-yrast-bands with experimental data [5,8].

Ядра	E2-transitions	Theory [1]	Theory [2]	Exp. [5,8]	[6,7]	
1	2	3	4	5	6	
$^{150}\text{Nd}$	$02^+ \rightarrow 00^+$	0.5765	0.5779	0.56(3)		
	$E_0^+ = 0.061$			0.82(4)		
	$04^+ \rightarrow 02^+$	0.8197	0.8251			
	$E_1^+ = 0.35$			0.98(9)		
	$06^+ \rightarrow 04^+$	0.9127	0.9113			
	$\Omega_2 = 1.7$	$08^+ \rightarrow 06^+$	0.972	0.9488	1.21(12)	
	$\mu = 0.4127$	$12^+ \rightarrow 00^+$	0.0579	0.0471	0.0014(3)	
		$12^+ \rightarrow 04^+$	0.1814	0.118	0.067(3)	
		$12^+ \rightarrow 10^+$	0.5601	0.5579	0.60(5)	
		$04^+ \rightarrow 02^+ / 02^+ \rightarrow 00^+$	1.4218	1.4282	1.46(17)	1.4286
$^{152}\text{Sm}$	$06^+ \rightarrow 04^+ / 04^+ \rightarrow 02^+$	1.5831	1.5773	1.20(11)	1.1014	
	$08^+ \rightarrow 06^+ / 06^+ \rightarrow 04^+$	1.686	1.6423	1.23(12)	1.0468	
	$^{152}\text{Sm}$	$02^+ \rightarrow 00^+$	0.6766	0.6759	0.67(15)	
	$E_0^+ = 3.377$	$04^+ \rightarrow 02^+$	0.9661	0.9662	1.017(14)	
	$E_1^+ = 4.868$	$06^+ \rightarrow 04^+$	1.0436	1.0697	1.179(33)	
	$\Omega_2 = 1.84$	$08^+ \rightarrow 06^+$	1.0961	1.1603	1.40(8)	
	$\mu = 0.3498$	$010^+ \rightarrow 08^+$	1.1483	1.1765	1.55(15)	
		$10^+ \rightarrow 02^+$	0.2644	0.3019	0.18(2)	
		$12^+ \rightarrow 04^+$	0.1318	0.1507	0.098(2)	
		$12^+ \rightarrow 10^+$	0.6814	0.6299	1.01(3)	
	$04^+ \rightarrow 02^+ / 02^+ \rightarrow 00^+$	1.4278	1.4295	1.62(13)	1.4286	

Continuation of table 1

1	2	3	4	5	6
				1.48(8)	
				1.517(38)	
				1.86(40)	
	$06^+ \rightarrow 04^+ / 04^+ \rightarrow 02^+$	1.0802	1.1071	1.21(11)	1.1014
				1.04(20)	
				1.158(32)	
				1.16(4)	
	$08^+ \rightarrow 06^+ / 06^+ \rightarrow 04^+$	1.0503	1.0847	1.19(70)	1.0468
				1.16(17)	
				1.231(186)	
	$010^+ \rightarrow 08^+ / 08^+ \rightarrow 06^+$	1.0476	1.014	1.11(12)	1.0271
				1.31(41)	
	$14^+ \rightarrow 12^+ / 12^+ \rightarrow 10^+$	1.383	1.5011	1.50	1.0125
$^{154}\text{Gd}$	$02^+ \rightarrow 00^+$	0.7682	0.7683	0.7668	
$E_0^+ = 0.274$	$04^+ \rightarrow 02^+$	1.0972	1.0976	1.3226	
$E_1^+ = 3.145$	$06^+ \rightarrow 04^+$	1.2108	1.2087	1.4010	
$\Omega_2 = 1.96$	$08^+ \rightarrow 06^+$	1.2678	1.2653	1.5260	
$\mu = 0.342$	$010^+ \rightarrow 08^+$	1.3014	1.2999	1.73	
	$10^+ \rightarrow 02^+$	0.2635	0.1954	0.2580	
	$04^+ \rightarrow 02^+ / 02^+ \rightarrow 00^+$	1.4283	1.4286	1.60(22)	1.4286
				1.516(51)	
	$06^+ \rightarrow 04^+ / 04^+ \rightarrow 02^+$	1.1035	1.1012	1.36(28)	1.1014
				1.17(5)	
	$08^+ \rightarrow 06^+ / 06^+ \rightarrow 04^+$	1.0471	1.0468	1.18(33)	1.0468
				1.11(6)	
	$010^+ \rightarrow 08^+ / 08^+ \rightarrow 06^+$	1.0266	1.0273	1.13(14)	1.0271
	$12^+ \rightarrow 10^+ / 12^+ \rightarrow 00^+$	14.9641	18.7016	125(50)	1
	$14^+ \rightarrow 12^+ / 14^+ \rightarrow 02^+$	14.0702	19.8183	408(40)	1
$^{154}\text{Sm}$	$02^+ \rightarrow 00^+$	0.834	0.834	0.843(21)	
$E_0^+ = 5.145$				0.843(21)	
$E_1^+ = 4.76$	$04^+ \rightarrow 02^+$	1.1914	1.1914	1.186(39)	
$\Omega_2 = 2.042$				1.21(7)	
$\mu = 0.2701$	$06^+ \rightarrow 04^+$	1.3122	1.3121	1.374(47)	
				1.41(6)	
	$08^+ \rightarrow 06^+$	1.3736	1.3736	1.49(15)	
				1.57(10)	
	$010^+ \rightarrow 08^+$	1.4108	1.4108	1.60(12)	
	$04^+ \rightarrow 02^+ / 02^+ \rightarrow 00^+$	1.4286	1.4286	1.29(5)	1.4286
				0.97(0.06)	
	$06^+ \rightarrow 04^+ / 04^+ \rightarrow 02^+$	1.5734	1.5734	1.16(4)	1.1014
				1.09(0.07)	
	$08^+ \rightarrow 06^+ / 06^+ \rightarrow 04^+$	1.6471	1.647	1.08(4)	1.0468
				1.03(7)	
	$010^+ \rightarrow 08^+ / 08^+ \rightarrow 06^+$	1.6917	1.6917	0.99(10)	1.0271
$^{156}\text{Dy}$	$14^+ \rightarrow 12^+ / 14^+ \rightarrow 02^+$	10.8483	18.1512	540(160)	1
$E_0^+ = 1.4$				1180	
$E_1^+ = 4.057$	$16^+ \rightarrow 14^+ / 16^+ \rightarrow 04^+$	12.0723	20.7673	1000(300)	1
$\mu = 0.3607$				2300(470)	

Continuation of table 1

1	2	3	4	5	6
162Er	06+→04+ /04+→02+	1.1025	1.1026	1.01(14)	1.1014
$E_0^+ = 1.633$	08+→06+ /06+→04+	1.0489	1.0474	0.91(7)	1.04
$E_1^+ = 0.144$	010+→08+ /08+→06+	1.0259	1.0259	0.80(7)	1.0271
$\mu = 0.3507$	012+→010+ /010+→08+	1.0169	1.0186	0.65(6)	1.0177
	014+→012+ /012+→010+	1.0144	1.0136	0.38(9)	1.0125
164Er	04+→02+	1.3828	1.3826	1.38(14)	
$E_0^+ = 2.622$	06+→04+	1.5231	1.523	--	
$E_1^+ = 0.17$	08+→06+	1.5945	1.5943	1.78(13)	
$\Omega_2 = 2.2$				1.86(9)	
$\mu = 0.3$	010+→08+	1.6377	1.6379	1.70(16)	
				1.91(12)	
	12+→00+	3.2576	3.2853	0.2969	
	04+→02+ /02+→00+	1.4285	1.4286	1.27(12)	1.4286
	06+→04+ /04+→02+	1.1015	1.1015	---	1.1014
	08+→06+ /06+→04+	1.0469	1.0468	---	1.0469
	010+→08+ /08+→06+	1.0271	1.0274	1.0271	1.0271
				1.03(10)	

In last column of tabl. 1, ratios of reduced E2-transition probabilities are compared with results for Alaga rules [6-7]. These comparisons allow to determining the sensitivity of E2-transition probabilities to the presence of axial quadrupole deformations, but give a good agreement only for ratios of reduced E2-transition probabilities in yrast-band. It seems that, in yrast-band the rotational motion plays the dominant role.

Note that in second column we use following notations for further simplification:  $q_v^\pm = 0$  for yrast band,  $q_v^\pm = 1$  for first non-yrast band. As well as introduced parameter  $\Omega_2$  has an identical value for both approximations [1-2]. It is associated with by method the solution of Schrödinger equation [1-3]. These solutions are identical.

An accounting of the nucleus deformability, in addition to changing the location of the energy levels must substantially affect the reduced E2-transition probabilities of the excited collective states. It is known that E2-transitions are very sensitive to the specific structure of the wave functions (1) and they provide an opportunity for detailed tests of nuclear wave functions. Therefore, the study of electromagnetic transition probabilities would make the model more sensitive to the presence of dynamical deformations.

## REFERENCES

- [1] Sharipov Sh., Nadirbekov M. S. and Yuldasheva G. A. Excited rotational-vibrational states of even-even nuclei with quadrupole and octupole deformations // Ukr. Jour. Phys. 2008. 53. P.112-119. [2] Nadirbekov M. S., Yuldasheva G. A. and Denisov V. Yu. Alternating parity collective states of yrast and nonyrast bands in lanthanide and actinide nuclei // Phys. At. Nucl. 2015.78. P.215-219. [3] Davydov A.S. Excited States of Atomic Nuclei, Atomizdat, Moskva, 1967. P.262 (in Russian). [4] Minkov N., Drenska S., Strecker M., Scheid W. and Lenske H. Non-yrast nuclear spectra in a model of coherent quadrupole-octupole motion // Phys. Rev. C. 2012. 85. P.034306-034344. [5] <http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/>. [6] Alaga G., Alder K., Bohr A. and Mottelson B. R. Intensity rules for beta and gamma transitions to nuclear rotational states // Dan. Mat. Fys. Medd. 1955. 29. no: 9. P. 22. [7] Becker F. et al. Coulomb excitations of  $^{78}\text{Kr}$  // Nucl. Phys. A. 2006. 770. P. 107-125. [8] Beghjanov R. B., Belenkiy B. M., Zalyubovskiy I. I., Kuznichenko A.V. Reference book of nuclear physics. FAN, Tashkent, 1989. V.I. P. 738. (in-Russian).

## ИССЛЕДОВАНИЕ СЕЧЕНИЯ ВОЗБУЖДЕНИЯ ИЗОМЕРНЫХ СОСТОЯНИЙ В РЕАКЦИЯХ $(\gamma, N)$ И $(N, 2N)$ НА ЯДРЕ $^{45}\text{Sc}$

С.Р.Палванов, М.И.Мамаюсупова, Х.Ю.Рахимов, Ч.М.Юсупова, Ф.А.Расулова

Национальный университет Узбекистана. Физический факультет  
e-mail: [satimbay@yandex.ru](mailto:satimbay@yandex.ru), [palvanov@inbox.uz](mailto:palvanov@inbox.uz)

### Аннотация

Исследование сечения возбуждения изомерных состояний в ядерных реакциях позволяет получать ценные сведения о структуре атомного ядра и механизмах ядерных реакций [1]. Сопоставление экспериментальных данных по изомерным отношениям в ядерных реакциях с результатами теоретических расчетов, позволяет получить сведения о спиновой зависимости плотности уровней ядра.

Значительная часть напечатанных работ относится к изучению изомерного отношения в реакциях, инициируемых частицами, во взаимодействии фотонов с ядрами этот вопрос исследовался очень мало и для ограниченного класса реакций. Кроме того, эти данные необходимо для приложений физики фотоядерных реакций [2].

В настоящей работе методом наведенной активности исследованы сечения возбуждения изомерных состояний в реакциях  $(\gamma, n)$  и  $(n, 2n)$  на ядре  $^{45}\text{Sc}$ . Также с помощью программного пакета TALYS-1.6 [3] моделированы сечения образования изомерных состояний  $^{44m}\text{gSc}$ . Сечения реакции определены на основе экспериментальных данных изомерных отношений выходов реакции  $^{45}\text{Sc}(\gamma, n)^{44m}\text{gSc}$ , которые измерены в работе [4].

Эксперименты проводились на нейтронном генераторе НГ-150 ИЯФ АН РУз. Нейтронный генератор НГ-150 реализует потоки быстрых нейтронов с энергиями  $\sim 2.4$  и  $14$  МэВ из реакций  $D+d \rightarrow {}^3\text{He}+n$  или  $T+d \rightarrow \alpha+n$  при использовании дейтериевых и тритиевых мишеней. При этом потоки нейтронов составляют соответственно  $\sim 10^8$  и  $10^{10}$  н/сек. Время облучения нейтронным потоком с энергией  $14$  МэВ составляет  $30$  мин. Мониторинг потока нейтронов осуществлялось с помощью пластинки из алюминия натурального изотопного состава, которые облучались вместе с мишенями. Масса мониторов составляют  $151,4$  мг. В качестве мишеней использовались образцы скандия весом  $1$  г в виде таблеток диаметром  $15$  мм.

Наведенная активность мишеней измерялась на гамма-спектрометре фирмы Canberra, состоящем из германиевого детектора HPGe (с относительной эффективностью -  $15\%$ , разрешением для линии  $^{60}\text{Co}$   $1332$  кэВ –  $1,8$  кэВ), цифрового анализатора DSA 1000 и персонального компьютера с программным пакетом Genie 2000 для набора и обработки гамма-спектров.

Идентификация заселения изомерного и основного уровней проводилась по  $\gamma$ -линиям  $271$  кэВ ( $^{44m}\text{Sc}$ :  $T_{1/2}=2,44$  сут,  $J^\pi=6^+$ ) и  $1157$  кэВ ( $^{44g}\text{Sc}$ :  $T_{1/2}=3,92$  ч,  $J^\pi=2^+$ ). Спектроскопические характеристики ядер-продуктов реакций  $(\gamma, n)$  и  $(n, 2n)$ , необходимые для обработки результатов измерений, взяты из работы [5,6].

Для получения абсолютных значений сечений реакций  $(n, 2n)$  использовались методы сравнения выходов исследуемой и мониторной реакции. В качестве мониторной реакции использовались  $^{27}\text{Al}(n, \alpha)^{24}\text{Na}$  ( $T_{1/2}=15$  ч,  $E_\gamma=1368$  кэВ), сечение которого равно:  $\sigma_m = 114 \pm 6$  мбн при  $E_n = 14,6 \pm 0,3$  МэВ [7]. При определении сечений учитывались статистическая погрешность счетов в фотопике измеряемой  $\gamma$ -линии, ошибка определения сечения мониторной реакции и эффективность регистрации  $\gamma$ -излучения. Расчеты изомерных отношений сечений осуществлялись по формуле [8].

Таблица 1

Сечение реакции  $(n, 2n)$  на  $^{45}\text{Sc}$

Реакция	$E_m, \text{МэВ}$	$\sigma_m, \text{мб}$	$\sigma_g, \text{мб}$	$\sigma_m/\sigma_g$	Источник
$^{45}\text{Sc}(n, 2n)^{44}\text{Sc}$	14,8	$192 \pm 15$	$207 \pm 17$	$0,928 \pm 0,105$	[9]
$^{45}\text{Sc}(n, 2n)^{44}\text{Sc}$	14,1	$97 \pm 5$	$114 \pm 8$	$0,87 \pm 0,05$	Настоящая работа
$^{45}\text{Sc}(n, 2n)^{44}\text{Sc}^*$	14,0	95	140	0,68	Настоящая работа

\*Расчет сечений проводилось по программе TALYS-1.0.

Ранее сечения образования изомерных состояний  $^{44m}\text{gSc}$  в фотонейтронных реакциях  $(\gamma, n)$  на ядре  $^{45}\text{Sc}$  измерялись в работе [10]. В работе [10] эксперименты проводились в области энергий

13-19 МэВ, которые полностью не охватывают области гигантского дипольного резонанса. Поэтому на основе данных этой работы невозможно определить параметры гигантского дипольного резонанса. Кроме того, в работе [10] не приведены данные анализа ошибок эксперимента.

В работе [4] изучены зависимости изомерных отношений выходов  $d=Y_m/Y_g$  реакций  $^{45}\text{Sc}(\gamma,n)^{44m,g}\text{Sc}$  от максимальной энергии тормозного излучения  $E_{\gamma\text{max}}$  в области 10÷35 МэВ с шагом 1 МэВ. Облучение мишеней проводилось на тормозном пучке бетатрона. На рис.1 приведена энергетическая зависимость изомерного отношения выходов реакции  $^{45}\text{Sc}(\gamma,n)^{44m,g}\text{Sc}$ , полученные в работе [4].

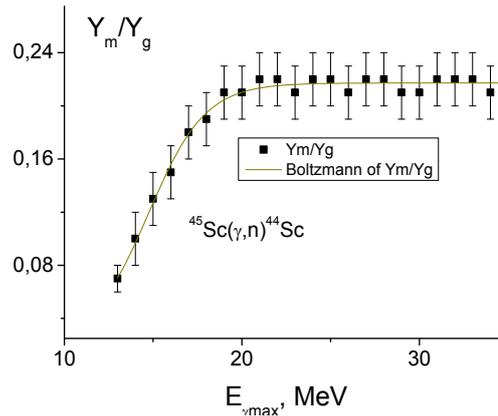


Рис. 1. Энергетическая зависимость изомерного отношения выходов реакции  $^{45}\text{Sc}(\gamma,n)^{44m,g}\text{Sc}$  [4].

Используя полученные в работе [4] экспериментальные изомерные отношения  $d$  (см. рис. 1) и имея полное сечение  $(\gamma, n)$ -реакции  $\sigma_n$  на изотопе скандия [11], нами методом обратной матрицы [12] было рассчитано сечение реакции  $^{45}\text{Sc}(\gamma,n)^{44m,g}\text{Sc}$ .

Экспериментальная зависимость сечений реакции  $^{45}\text{Sc}(\gamma,n)^{44m,g}\text{Sc}$  от граничной энергии тормозных квантов аппроксимировалась функцией Лоренца, параметры которой (положение максимума сечения  $E_m$ , значение сечения в максимуме  $\sigma_m$  и ширина распределения на половине его высоты  $\Gamma$ ) определялись методом наименьших квадратов по набору экспериментальных значений. Параметры аппроксимации и интегральные сечения реакции приведены в табл. 2. Погрешности оценены исходя из статистики зарегистрированных отчетов. Изомерные отношения сечений реакций равно  $r=\sigma_m/\sigma_n=0,16\pm 0,03$  или  $\sigma_m/\sigma_g=0,20\pm 0,03$ .

Таблица 2

Сечение реакции $^{45}\text{Sc}(\gamma,n)^{44m,g}\text{Sc}$						
Реакция	$E_m$ , МэВ	$\Gamma$ , МэВ	$\sigma_m$ , мб	$\sigma_{\text{int}}$ , МэВ·мб	$E_h$ , МэВ	Источник
$^{45}\text{Sc}(\gamma,n)^{44}\text{Sc}$	19.44	8	39.4	399	28.1	[14]
$^{45}\text{Sc}(\gamma,n)^{44}\text{Sc}$	19.5	7.5	25	158	25.2	[15]
$^{45}\text{Sc}(\gamma,n)^{44g}\text{Sc}^*$	$18,8\pm 0,2$	$6,1\pm 0,9$	45	$440\pm 77$	30	Настоящая работа
$^{45}\text{Sc}(\gamma,n)^{44m}\text{Sc}$	$18,2\pm 0,3$	$7,1\pm 0,3$	7.5	$110\pm 10$	19	[10]
$^{45}\text{Sc}(\gamma,n)^{44m}\text{Sc}^*$	$18,8\pm 0,2$	$6,4\pm 0,6$	4,5	$47\pm 6$	30	Настоящая работа
$^{45}\text{Sc}(\gamma,n)^{44m}\text{Sc}$	$19,2\pm 0,1$	$8,2\pm 0,6$	$6\pm 1$	$101\pm 8$	25	Настоящая работа

Примечание. \*Расчет сечений проводилось по программе TALYS-1.0.  $\sigma_{\text{int}}$  – интегральное сечение реакции,  $E_h$  – верхний предел интегрирования.

Для оценки и сравнения экспериментальных результатов нами проведен расчет сечения реакции с помощью программного пакета TALYS-1.0 [3]. В качестве распределения  $\gamma$ -квантов по энергии  $W(E_\gamma, E_{\gamma\text{max}})$  использовался спектр Шиффа. Это обусловлено тем, что в экспериментах для получения пучка  $\gamma$ -квантов использовалась вольфрамовая мишень толщиной 2 мм, что существенно меньше радиационной длины для вольфрама ( $L_r \approx 4,3$  мм). Результаты теоретических расчетов приведены также в табл.2. Как видно в табл. 2, значение сечения в максимуме  $\sigma_m$  и ширина рас-

пределения на половине его высоты  $\Gamma$  во всех работах в пределах погрешности измерений согласуются между собой. Энергетическое положение максимума сечения реакции  $^{45}\text{Sc}(\gamma, n)^{44\text{m}}\text{gSc}$  в пределах погрешности совпадает с энергией гигантского дипольного резонанса  $^{45}\text{Sc}$ , определяемой по эмпирическому соотношению  $E_m = 75 \cdot A^{-1/3}$ , который равно 20,8 МэВ.

Для сравнения с экспериментом нами проведены расчет изомерных отношений по статистической модели ядра. Плотность уровней возбужденного ядра оценивалась по формуле [15]:

$$\rho(U, J) = \frac{2J + 1}{24\sqrt{2}a^{1/4}U^{5/4}\sigma^3} \cdot \exp\left[2\sqrt{aU} - \frac{(J + 1/2)^2}{2\sigma^2}\right],$$

где  $\sigma$  - параметр ограничения спина,  $a$  - параметр плотности уровней,  $U$  - энергии возбуждения, под которой понимается эффективная энергия.

Улучшить количественное согласие расчетов с экспериментом удалось при фиксации параметра спинового ограничения. При этом удовлетворительное согласие достигается при  $\sigma = (2 \div 3)\hbar$

Результаты, полученные в настоящей работе, могут быть использованы для решения прикладных задач, а также при планировании экспериментов по изучению изомерных отношений в фотоядерных и нейтронных ядерных реакциях и при изучении механизма реакций.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Palvanov S.R. //Physics of Atomic Nuclei. 2014. Vol.77. No.1.P. 35. [2]Палванов С.Р., Ражабов О. // Атомная энергия. 1999. Т. 87, вып. 1. С. 75. [3] <http://www.talys.ed/>. [4] Палванов С.Р.// Узбекский физический журнал, №3, 2005, с.27. [5] R.B. Firestone. Table of Isotopes (New York, Jon Willey & Sons Inc., 2009). [6] E. Browne, I. Fireste. Tables of Radioactive Isotopes ( New York,Wiley & Sons. Inc., 2002). [7] Z.M. Bigan, Ukr. J. Phys. 2016. Vol. 61, No. 12, p.1048. [8] E. Browne, J.K. Tuli. Nucl. Data Sheets 108, 2173 (2007) [DOI: 10.1016/j.nds.2007.09.002]. [9] R. Skibi'nski, Phys. Rev. C 67, 054002 (2003) [DOI: 10.1103/PhysRevC.67.054002]. [10] ЖелтоножскийВ. А., МазурВ. М. //Яернаяфизика. 2000. V. 63. P.389.[11] Varlamov A.V., Varlamov V.V., Rudenko D.S. et al. Atlas of Giant Dipole Resonances. - Vienna, IAEA, INDC (NDS). 394. 1999. P. 311. [12] V.M. Mazur, D.M. Symochko, Z.M. Bigan, T.V. Phys. Rev. C 87, 044604, (2013) [DOI: 10.1103/PhysRevC.87.044604]. [13] R. W. Ibbotson, et al., Phys. Rev. Lett. 80, 2081-2084 (2012). [14] Veyssiere A., Beil H., Bergere R. et al. //Nucl.Phys.1974. V. A227. P. 513. [15] Sambell R.H., Spicer B.M.//Nucl.Phys. 1973, V. A205, P.139. [16] В.М. Мазур//ЭЧАЯ. 31. вып.2, 1043. (2000).

## TRIAXIALITY IN EXCITED COLLECTIVE STATES OF EVEN-EVEN NUCLEI

M.S.Nadirbekov<sup>1</sup>, I.I.Kurbanov<sup>2</sup>, K.K. Shodmonov<sup>2</sup>, B.A. Mirzakarimov<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Institute of Nuclear Physics, Tashkent, 100214, Uzbekistan, nodirbekov@inp.uz

<sup>2</sup>Tashkent Pharmaceutical Institute, Tashkent, 1000015, Uzbekistan.

<sup>3</sup>Ferghana branch of the Tashkent University of Information Technologies, Ferghana, 150118, Uzbekistan

### Abstract

*Quadrupole excited states of even-even nuclei are studied on the framework of free triaxiality model. It is shown that the inclusion of high-order terms in the expansion of the rotational-energy operator in the variable  $\gamma$  improves agreement theoretical and experimental data. The proposed model makes it possible to explain the complex character of the spectrum of excited states of even-even nuclei.*

**Key words:** collective excitation, triaxiality, ground-state,  $\beta$ - and  $\gamma$ -bands, quadrupole-vibrations, rotations, energy levels.

### 1. Introduction

Quadrupole collective states are a fundamental collective type of low-lying excitation in nuclei, which deserves a detailed analysis [1]. Therefore, the problem of describing, within non-adiabatic collective models [2,3], excited collective states in the ground-state,  $\beta$ - and  $\gamma$ -bands of even-even nuclei and changes in the spectrum of energy levels upon going over from one nucleus to another is important and great topical interest. Excited modes which are responsible for the  $\beta$ -band are peculiar to almost all deformed nuclei. In addition, these modes are characterized by quite intense E2-transitions. This allows suf-

ficient grounds to interpret excited modes generated by collective quadrupole vibrations as rotations of the respective triaxial nucleus [4].

A detailed analysis of the energy levels of excited states in the ground-state,  $\beta$ - and  $\gamma$ -bands of even-even nuclei from the lanthanide and actinide regions have been performed in Ref. [3] on the basis of various non-adiabatic collective models [4], and it was found, in the case of the zero-order approximation in the expansion of the rotational energy operator in the variable  $\gamma$ , the free triaxiality model describes the above mentioned energy levels better than the other non-adiabatic models. In Ref. [3], however, higher order terms in the expansion of the rotational-energy operator in the variable  $\gamma$  were treated as small corrections to the energy levels of the various bands. Nevertheless, the contributions of these expansion terms to the energy levels of excited states in the ground-state,  $\beta$ - and  $\gamma$ -bands of even-even nuclei have not been estimated. It is also worth noting that, for some nuclei from the lanthanide and actinide regions, low-spin energy levels of the  $\beta$ - and  $\gamma$ -bands are degenerate [5].

The goal of the present study is to perform a quantitative analysis of low-lying collective states of the positive-parity ground-state,  $\gamma$ -rotational, and  $\beta$ -rotational-vibration-bands, to describe the degeneracy of low-spin levels of the  $\beta$ - and  $\gamma$ -bands [5] in the spectra of heavy even-even nuclei with allowance for the first- and second-order terms in the expansion of the rotational-energy operator in the variable  $\gamma$ , and to estimate their contribution to the energy levels of collective states in the ground-state,  $\gamma$ - and  $\beta$ -bands.

## 2. Energy levels

The possibility of describing energy levels in the ground-state,  $\gamma$ -rotational and  $\beta$ -rotational-vibration bands on the basis of a Hamiltonian involving five dynamical variables was considered in [2,3]. It is free triaxiality model [2]. In the present study, we take into account transverse  $\gamma$  vibrations by expanding the rotational-energy operator in a power series near the equilibrium deformation of  $\gamma_0$  in the ground state.

Energy spectrum in considered approximation expressed by following expression:

$$E_{n_\beta n_\gamma I \tau} = \left( 2n_\beta + \sqrt{4n_\gamma \frac{\mu_\gamma^{-2}}{\gamma_0^2} + \varepsilon_{I\tau} + \mu_\beta^{-4} + \frac{1}{4}} \right) \mu_\beta^{-2} + E_1 + E_2, \quad (1)$$

where  $n_\gamma$  and  $n_\beta$  are the quantum numbers;  $I$  is total angular momentum; for given  $I$ , the quantum number  $\tau = 0, 1, 2, \dots$  labels the different eigenvalues;  $\mu_\gamma$  and  $\mu_\beta$  are dimensionless fitting parameters;  $\varepsilon_{I\tau}$  is the eigenvalues of the rigid-rotor equation [2]. The energy levels of excited states (1) are described in terms of the quantum numbers  $n_\gamma, n_\beta, I, \tau$ .

The quantities  $E_1$  and  $E_2$  in (1) take into account first and second terms of the perturbation theory on the rotational energy operator in the variable  $\gamma$  and are expressed by following formulas:

$$E_1 = - \sum_{K \geq 0} A_{IK}^\tau A_{IK}^{\tau'} \left\{ \left[ \frac{2 \cos(\gamma + 2\pi/3)}{\sin^3(\gamma + 2\pi/3)} + \frac{2 \cos(\gamma - 2\pi/3)}{\sin^3(\gamma - 2\pi/3)} \right] \frac{I(I+1) - K^2}{8} + \frac{2 \cos \gamma}{4 \sin^3 \gamma} K^2 \right\} \times \\ \times \frac{1}{16} \left[ \frac{2 \cos(\gamma + 2\pi/3)}{\sin^3(\gamma + 2\pi/3)} - \frac{2 \cos(\gamma - 2\pi/3)}{\sin^3(\gamma - 2\pi/3)} \right] \sum_{K \geq 0} \left[ 1 + (-1)^I \delta_{K0} \right] \frac{(A_{IK+2}^\tau A_{IK}^{\tau'} + A_{IK}^\tau A_{IK+2}^{\tau'}) f(K)}{\sqrt{1 + \delta_{K0}}}, \quad (2)$$

where  $A_{IK}^\tau$  is the eigenfunctions of the rigid-rotor equation [2];  $K$  is the projections of the total angular momentum  $I$  onto third axes of the intrinsic frames;  $\delta_{K0}$  is a Kroneckersymbol.

And

$$E_2 = \sum_{K \geq 0} A_{IK}^\tau A_{IK}^{\tau'} \left\{ [2a(3a-2) + 2b(3b-2)] \frac{I(I+1) - K^2}{8} + \frac{2c(3c-2)K^2}{4} \right\} \times \\ \times \sum_{K \geq 0} \left[ 1 + (-1)^I \delta_{K0} \right] \frac{(A_{IK+2}^\tau A_{IK}^{\tau'} + A_{IK}^\tau A_{IK+2}^{\tau'}) f(K)}{\sqrt{1 + \delta_{K0}}}, \quad (3)$$

here

$$a = \sin^{-2}(\gamma - 2\pi/3), \quad b = \sin^{-2}(\gamma + 2\pi/3), \quad c = \sin^{-2} \gamma, \quad (4)$$

$$f(K) = \sqrt{(I+K+2)(I+K+1)(I-K-1)(I-K)}. \quad (5)$$

Formulas (1), (2) and (3) expressed by fitting parameters:  $\hbar\omega$  (keV),  $\gamma_0$  (deg),  $\mu_\gamma$  and  $\mu_\beta$ .

In the present study, the Davidson potential for variables [3] is used to solve the Schrodinger equation [3]. We note that, this potential take into account a contribution of the centrifugal energy. In the proposed model, the projection of the total angular momentum onto the axis orthogonal to the symmetry axis of the nucleus is not conserved.

### 3. Comparison with experimental data

In the tab. 1 given values of the theoretical parameters:  $\hbar\omega$ ,  $\gamma_0$ ,  $\mu_\gamma$ ,  $\mu_\beta$ , values of the root-mean-square (RMS) by taking into account quantities  $E_1$  and  $E_2$  in expression (1) and contribution of the expressions(2) and (3) to results of zero-order approximation [3] (in percent). The values presented in the Table show that the inclusion of higher order terms in the expansion of the rotational energy operator in the variable  $\gamma$  improves substantially the results that we obtain for nuclei:  $^{152,154}\text{Sm}$ ,  $^{154}\text{Gd}$ ,  $^{156,158}\text{Dy}$ ,  $^{162}\text{Er}$ ,  $^{170}\text{Hf}$  and  $^{232,234}\text{U}$ .

Nuclei are characterized by an equilibrium shape. In many cases, these shapes are rigid with respect to changes in the nuclear surface [2]. In the Table is shown that the above mentioned nuclei are predominantly rigid with respect to the  $\beta$ -deformation. This is not so only for the  $^{150}\text{Nd}$ ,  $^{152}\text{Sm}$  and  $^{156}\text{Dy}$  nuclei, which are soft with respect to the  $\beta$ -deformation [2].

Nuclear collective motions belong to the most interesting cases of dynamics between the order and chaos regions, which is characterized by the Alhassid-Whelan arc of regularity. Investigation into classical motion makes it possible to find the dependence of chaos on the nuclear excitation energy. In the Alhassid- Whelan arc of regularity [5], the  $\beta$ - and  $\gamma$ -band states are nearly degenerate that is,  $E_{0101} \approx E_{0022}$ . Among the nuclei included in the table, those that satisfy the condition

$$R = \frac{|E_{0022} - E_{0101}|}{E_{0022}} \leq 0.05. \quad (6)$$

are the following:  $^{156}\text{Gd}$  ( $R_{\text{exp}}=0.0907$  and  $R_{\text{theor}}=0.0994$ ),  $^{158}\text{Dy}$  ( $R_{\text{exp}}=0.0467$  and  $R_{\text{theor}}=0.0546$ ),  $^{168}\text{Hf}$  ( $R_{\text{exp}}=0.0754$  and  $R_{\text{theor}}=0.0068$ ),  $^{232}\text{Th}$  ( $R_{\text{exp}}=0.0696$  and  $R_{\text{theor}}=0.0780$ ) and  $^{236}\text{U}$  ( $R_{\text{exp}}=0.0405$  and  $R_{\text{theor}}=0.0553$ ).

The Nuclear collective motion belong to the most interesting case of the dynamic in the boundary between order and chaos, which characterized by Alhassid-Whelan arc of regularity. Degenerated energy levels of the  $\beta$ - and  $\gamma$ -bands ( $E_{0101}$  and  $E_{0022}$ , respectively) are connecting with three types of dynamical symmetries by chains U(5) (spherical nuclei), SU(5) (deformed nuclei), O(6) ( $\gamma$ -non-stable nuclei). This regularity is depicted in fig. 1.

### 4. Results and discussions.

The comparison theoretical and experimental values [6] of energy levels show that the inclusion of higher order terms in the expansion of the rotational energy operator in the variable  $\gamma$  improves substantially the results are obtained for nuclei:  $^{152,154}\text{Sm}$ ,  $^{154}\text{Gd}$ ,  $^{156,158}\text{Dy}$ ,  $^{162}\text{Er}$ ,  $^{170}\text{Hf}$ , and  $^{232,234}\text{U}$ .

This is also confirmed by improved changes in the values of the root-mean square deviation for the  $^{150}\text{Nd}$ ,  $^{152,154}\text{Sm}$ ,  $^{154,162}\text{Gd}$ ,  $^{156,158}\text{Dy}$ ,  $^{162}\text{Er}$ ,  $^{166}\text{Yb}$ ,  $^{170}\text{Hf}$ ,  $^{232,234}\text{U}$ , and  $^{240}\text{Pu}$  nuclei. It is noteworthy that at energies not higher than 100 keV, the RMS value is a good criterion of the applicability of various models [3]. In conclusion, we can estimate that the deformation and the triaxiality change rather smoothly for a broad range of nuclei under study with the exception of  $^{150}\text{Nd}$ ,  $^{152}\text{Sm}$ , and  $^{156}\text{Dy}$ .

We have shown that the proposed free triaxiality approximation [3] describes well the energy levels of excited states in the ground-state,  $\beta$ - and  $\gamma$ -bands of heavy and super-heavy nuclei and may predict better as-yet-unknown bands in newly synthesized super-heavy nuclei. The inclusion of higher order terms in the expansion of the rotational energy operator in the variable  $\gamma$  improves the results substantially. We have also shown that the model in question permits explaining a more intricate spectrum of excited state of heavy nuclei, including the degeneracy of low-energy levels of these states. The proposed approximation can be applied to describe other high-spin effects of high order.

Table 1

Values of the theoretical parameters:  $\hbar\omega$ ,  $\gamma_0$ ,  $\mu_\gamma$ ,  $\mu_\beta$ , RMS values and contribution of the expressions(2) and (3) to results of zero-order approximation [3] (in present).

Nucleus	$\hbar\omega$	$\mu_\gamma$	$\mu_\beta$	$\gamma_0$	RMS	%
<sup>150</sup> Nd	369.3	0.9233	1.4699	12	35.6	3.523
<sup>152</sup> Sm	317.7	0.4231	1.7806	11.5	123.6	8.849
<sup>154</sup> Gd	438.4	0.3471	14.1344	13.1	241.96	5.998
<sup>154</sup> Sm	538.6	0.2688	1.3572	8.9	41.66	9.039
<sup>156</sup> Dy	349.4	0.4383	0.8928	13.9	64.94	22.321
<sup>156</sup> Gd	529.2	0.2806	0.2158	10.4	100	-1.112
<sup>158</sup> Dy	519.4	0.2873	0.2941	12.6	75.32	12.824
<sup>160</sup> Dy	519.98	0.2746	0.1840	11	160.2	-1.2
<sup>162</sup> Er	524.8	0.2987	0.5446	12.8	36.77	8.075
<sup>162</sup> Gd	712.9	0.2189	0.9823	11.5	13.4	3.597
<sup>164</sup> Er	563.7	0.2777	0.1346	12.9	85.3	0
<sup>166</sup> Dy	578.1	0.2625	0.2078	12.4	43.3	0.688
<sup>166</sup> Er	659.6	0.2289	0.2047	12.2	123.4	0
<sup>166</sup> Yb	468.8	0.3191	0.4888	12.5	124.9	2.422
<sup>168</sup> Er	574.8	0.2699	0.2042	12.2	67.56	0
<sup>168</sup> Hf	456.5	0.3504	0.2000	13.6	35.36	0
<sup>168</sup> Yb	567.6	0.2675	0.2126	11.5	9.9	0
<sup>170</sup> Hf	446.3	0.3238	1.7527	12.2	32.6	8.683
<sup>170</sup> W	523.3	0.3439	0.1990	14.4	40.87	0
<sup>170</sup> Yb	416.3	0.3309	0.2159	10.6	139.87	0
<sup>228</sup> Th	410	0.2465	0.2261	8.9	14	0
<sup>230</sup> Th	333.4	0.2872	0.2163	10.5	71.7	0.417
<sup>232</sup> Th	356.5	0.2622	0.2183	9.8	87.11	0.559
<sup>232</sup> U	333.4	0.2650	1.1963	9.2	25.7	5.861
<sup>234</sup> U	408.3	0.2219	1.0272	8.3	12.1	14.789
<sup>236</sup> U	454.2	0.2166	0.2057	8.4	5.5	0
<sup>238</sup> U	427.5	0.2222	0.2222	7.9	43.96	0
<sup>240</sup> Pu	372.9	0.2408	1.5529	7.8	104	2.164

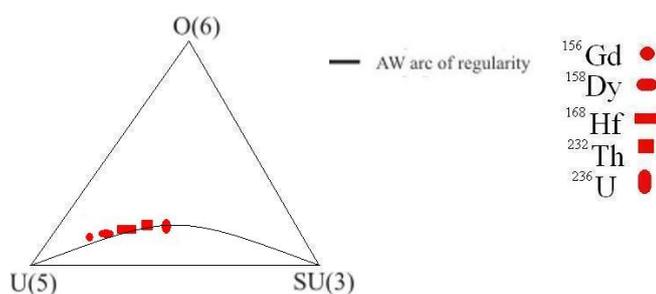


Fig. 1 Alhassid-Whelan arc of regularity.

## REFERENCES

- [1] Fortunato L. Solutions of the Bohr Hamiltonian, a compendium // Eur. Phys. Jour. A. 2005. 26, P.1-30.  
 [2] Davydov A. S. and Chaban A. A. Rotation-vibration interaction in non-axial even nuclei // Nucl. Phys. 1960. 20, P.499-508. [3] Nadirbekov M. S. and Yuldasheva G. A. Triaxiality in excited states of lanthanide and actinide even-even nuclei // IJMP E . 2014.,23, P.1450034-01450050. [4] Raduta A. A., Buganu P. and Faessler A. New features of the triaxial nuclei described with a coherent state model // Jour. Phys. G. 2012. 39, P.025103-025200. [5] Alhassid Y. and Whelan N. Chaotic properties of the interacting-boson: A Discovery of a new regular region // Phys. Rev. Lett. 1991. 67, P.816-819. [6] <http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/>

## ЭНЕРГИЯ И ВРЕМЯ ЖИЗНИ АЛЬФА-РАСПАДА НОВЫХ СВЕРХТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР С ВОССТАНОВЛЕННОЙ ВИГНЕРОВСКОЙ $SU(4)$ -СИММЕТРИЕЙ

А.Нурмухамедов<sup>1,2</sup>, И.Ханова<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Ташкентский педиатрический медицинский институт,  
223, ул. Богишамол, г.Ташкент, 100240, Республики Узбекистан, fattah52@mail.ru

<sup>2</sup>Институт ядерной физики АН,  
пос. Улугбек, г.Ташкент, 100214, Республики Узбекистан, fattah@inp.uz

### Аннотация

Рассчитаны энергии и времена жизни  $\alpha$ -распада нескольких  $\alpha$ -цепочек новых сверхтяжелых ядер на основе вигнеровской массовой формулы без вклада в массу ядра спин-орбитального взаимодействия, что соответствует восстановленной вигнеровской спин-изоспиновой симметрии. Рассчитанные энергии  $\alpha$ -распада согласуются с экспериментом лучше, чем другие современные теоретические подходы. Сделан вывод, что в случае полного восстановления вигнеровской спин-изоспиновой  $SU(4)$ -симметрии структура сверхтяжелых ядер будет аналогична структуре атома.

**Ключевые слова:**  $\alpha$ -распад,  $\alpha$ -цепочка, массовая формула, спин, изоспин,  $SU(4)$ -симметрия, сверхтяжелые ядра, восстановление симметрии.

### 1. Введение

В последние годы на пучках тяжелых ионов экспериментально идентифицированы новые элементы с порядковым номером  $Z=114-118$  [1,2]. Эти сверхтяжелые ядра относятся региону нуклидов под названием “остров стабильности” [3,4]. Согласно теоретическим предсказаниям [3,4] ядра из области “острова стабильности” должны иметь времена жизни в миллионы и даже миллиарды лет. Но открытые новые сверхтяжелые ядра не стабильны, хотя живут гораздо дольше более легких соседей из трансурановой области.

В работе [5], на основе экспериментальных данных по массам атомных ядер, было доказано восстановление нарушенной вигнеровской спин-изоспиновой  $SU(4)$ -симметрии в области тяжелых ядер. В настоящей работе предлагается новый метод вычисления энергии  $\alpha$ -распада и времени жизни новых сверхтяжелых ядер в рамках восстановленной вигнеровской спин-изоспиновой  $SU(4)$ -симметрии. Полученные результаты сравниваются с экспериментальными данными, и результатами современных теоретических методов. Прогнозируется энергии  $\alpha$ -распада ряда изотопов  $\alpha$ -цепочек для ядер с порядковым номером  $Z=120$ , поиск которых в настоящее время ведется.

### 2. Расчет энергии альфа-распада

Важной характеристикой зарегистрированных детекторами  $\alpha$ -частиц является их энергия, которая позволяет определить энергию  $\alpha$ -распада ядра. Энергия  $\alpha$ -распада  $Q_\alpha$  определяется с учетом эффекта отдачи через разность масс связанных  $\alpha$ -распадом ядер выражением [6]

$$Q_\alpha(Z, N) = M_1 - M_2 - M_\alpha + E_1 - E_2 \quad (1)$$

где  $M_1$  и  $M_2$  масса основного состояния материнского и дочернего ядра,  $M_\alpha$ —масса  $\alpha$ -частицы,  $E_1$ ,  $E_2$  — энергия возбужденного состояния материнского и дочернего ядра соответственно. Зная экспериментальные значения энергии  $\alpha$ -распада  $Q_\alpha$ , можно вычислит время жизни обнаруженного нового изотопа по эмпирической формуле Виолы–Сиборга [7]

$$\lg T_\alpha(Z, N) = (aZ + b)Q_\alpha^{-1/2} + (cZ + d) + h_i \quad (2),$$

где  $a, b, c, d, h_i$  — эмпирические параметры, или по формуле Пархоменко–Собичевского [8]

$$\lg T_\alpha(Z, N) = aZ[Q_\alpha((Z, N) - \bar{E}_2)^{-1/2} + bZ + c \quad (3).$$

В последнем выражении  $a = 1.5372$ ,  $b = -0.1607$  и  $c = -36.573$ . Параметр  $\bar{E}_2$  представляет собой среднюю энергию возбуждения дочернего ядра. Для четно-четных ядер  $\bar{E}_2 = 0$  для нечетно-

четных ядер  $\bar{E}_2 = E_p = 0.113$  МэВ, для четно-нечетных ядер  $\bar{E}_2 = E_n = 0.171$  МэВ и для нечетно-нечетных ядер  $\bar{E}_2 = E_p + E_n$  [8].

В работе [9] авторы выполнили расчет энергий  $\alpha$ -распада 25 новых сверхтяжелых ядер в рамках самосогласованной теории конечных Ферми-систем (ЭФП). Они произвели детальное сравнение полученных результатов с предсказаниями метода Скирма-Хартри-Фока (СХФ) [10], микро-макроскопического метода (МММ) [11] и полуэмпирической модели оболочек для масс (ПЭМОМ) [12]. Расчеты этим методом сложны, не обладают наглядностью и используют большое количество подгоночных параметров.

В тоже время массовая формула Вигнера в области сверхтяжелых ядер с восстановленной спин-изоспиновой  $SU(4)$ -симметрией обладает наибольшей наглядностью и простотой. В настоящее время массовая формула Вигнера имеет следующий вид [13]

$$M_{\text{nucl}}(A, Z) = a(A) + b(A)C_2 + E_{\text{Coul}}(A, Z) + E_{sl}(Z, N), \quad (4)$$

где  $M_{\text{nucl}}(A, Z)$  – масса ядра (не атома),  $a(A)$ ,  $b(A)$  – эмпирические функции Вигнера,  $E_{\text{Coul}}(A, Z)$  – кулоновская энергия ядра,  $E_{sl}(Z, N)$  – вклад спин-орбитального взаимодействия в массу основного состояния ядра, и  $C_2$  – оператор Казимира  $SU(4)$ -алгебры [14].

Эмпирические функции  $a(A)$  и  $b(A)$  имеют следующий явный вид [15]

$$a(A)/A = a_1 \exp(a_2 A) + a_3 \exp(a_4 A) + a_5 \exp(a_6 A) + a_7 \exp(a_8 A), \quad (5)$$

$$b(A) = b_1 \exp(b_2 A) + b_3 \exp(b_4 A). \quad (6)$$

Численные значения параметров  $a_1$ – $a_8$  и  $b_1$ – $b_4$  в формулах (5) и (6) таковы [15], что в области сверхтяжелых нуклидов ( $A \gg 1$ ) члены кроме первых являются незначимыми. Поэтому формулы (5) и (6) для сверхтяжелых ядер упрощаются и имеют вид

$$a(A)/A = a_1 \exp(a_2 A), \quad (7)$$

$$b(A) = b_1 \exp(b_2 A). \quad (8)$$

В работе [16] на основе экспериментальных данных было показано убывание вклада в массу ядра спин-орбитального взаимодействия. По нашему мнению, этот факт является следствием восстановления вигнеровской спин-изоспиновой  $SU(4)$ -симметрии в области трансурановых и сверхтяжелых ядер. В области сверхтяжелых ядер вклад в массу ядра спин-орбитального взаимодействия малы ( $\sim 100$  кэВ) в результате восстановления вигнеровской симметрии. Поэтому расчеты энергии  $\alpha$ -распада  $Q_\alpha$  по формуле (1) произведем при  $E_{sl}(Z, N) = 0$ , что соответствует восстановленной симметрии Вигнера. Подставляя (7) и (8) в (4), учитывая явный вид оператора Казимира  $C_2 = 0.5(T_z^2 + 4T_z + \delta)$ , и положив  $E_{sl}(Z, N) = 0$  имеем

$$M_{\text{nucl}}(A, Z) = Aa_1 \exp(a_2 A) + 0.5b_1 \exp(b_2 A)(T_z^2 + 4T_z + \delta) + E_{\text{Coul}}(A, Z). \quad (9)$$

В (9)  $\delta = 3.0, 1.5$  и  $0$  для нечетных  $Z, N$ , нечетного  $A$  и четных  $Z, N$ , соответственно [5].

В работа [17] Владимиров и Шульгина в предположении о реализации в ядерных явлениях вигнеровской  $SU(4)$ -симметрии теоретически изучили спин-изоспиновую зависимость кулоновской энергии для основного и аналогового состояний ядра. Для кулоновской энергии ядра полученное аналитическое выражение состоит из гладкой и осциллирующей частей. Авторы [17] зависимость гладкой части кулоновской энергии от массового числа  $A$  аппроксимируют выражением  $70216A^{-1/3}(1 - 1.28A^{-2/3})$ . Согласно [17] осциллирующая часть кулоновской энергии зависит от квантовых чисел супермультиплета, которому принадлежит основное состояние рассматриваемого ядра. К сожалению, в настоящей работе воспользоваться результатами работы [17] не представляется возможным ввиду неопределенности некоторых эмпирических параметров. Осциллирующая часть кулоновской энергии не велика. Поэтому кулоновская энергия в (15) нами вычислялось по формуле [15]

$$E_{\text{Coul}}(A, Z) = 703.2 Z^2 A^{-1/3} (1 - 1.28A^{-2/3}) \pm 4.5, \text{ кэВ}. \quad (10)$$

Численные значения энергии  $\alpha$  – распада  $Q_\alpha$  вычислены по формуле (1) с использованием массовой формулы Вигнера (9) с параметрами  $a_1 = 93179(11)$  кэВ,  $a_2 = -5.11(5) * 10^{-6}$ ,  $b_1 = 1522(47)$  кэВ и  $b_2 = -0.0029(1)$ . Полученные результаты приведены в табл. 1. Там же приведены экспериментальные значения  $Q_\alpha$  и теоретические предсказания упомянутых выше подходов, заимствованные из работы [9].

Для количественной оценки точности теоретических подходов на последней строке табл. 1 приведены среднеквадратические отклонения от экспериментальных данных для каждого метода. Известно, что чем меньше среднеквадратическое отклонение, тем больше согласие теории с экспериментом. Как видно из табл. 1, наилучшим предсказательным качеством при расчете энергии  $\alpha$  – распада  $Q_\alpha$  сверхтяжелых ядер обладает наш метод, опирающийся на массовую формулу Вигнера.

Таблица 1

Энергия  $\alpha$  – распада  $Q_\alpha$  (МэВ) сверхтяжелых ядер. Экспериментальные значения  $Q_\alpha$  и предсказания ЭФП, СХФ, МММ и ПЭМОМ подходов заимствованы из работы [9].

Материн. ядро	Эксп.	По Вигнеру	ЭФП	СХФ	МММ	ПЭМОМ
<sup>294</sup> 118	11.81	11.33	11.45	11.40	12.11	11.55
<sup>290</sup> Lv	11.00	10.92	11.81	10.70	11.08	11.42
<sup>286</sup> Fl	10.33	10.51	10.06	10.30	10.86	11.11
<sup>294</sup> 117	10.96	10.77	10.98	11.10	11.43	10.90
<sup>290</sup> 115	10.09	10.36	10.24	10.40	10.65	10.80
<sup>286</sup> 113	9.76	9.94	9.31	9.40	9.98	10.50
<sup>282</sup> Rg	9.13	9.52	9.16	9.10	9.85	10.00
<sup>278</sup> Mt	9.69	9.10	9.76	9.45	9.55	9.49
<sup>274</sup> Bh	8.93	8.67	9.35	8.77	8.83	8.88
<sup>293</sup> 117	11.14	10.95	11.07	11.00	11.53	11.23
<sup>289</sup> 115	10.45	10.54	10.58	10.40	10.74	11.05
<sup>285</sup> 113	9.88	10.12	9.33	9.50	10.21	10.69
<sup>291</sup> Lv	10.89	10.75	10.56	10.80	10.91	11.17
<sup>287</sup> Fl	10.16	10.33	9.81	9.80	10.56	10.89
<sup>283</sup> Cn	9.67	9.91	9.66	9.60	10.16	10.46
<sup>279</sup> Ds	9.84	9.49	10.35	10.08	10.24	9.93
<sup>275</sup> Hs	9.44	9.07	10.11	9.60	9.11	9.33
<sup>271</sup> Sg	8.67	8.64	8.57	8.20	8.71	8.70
<sup>289</sup> 115	10.523	10.54	10.59	10.40	10.74	11.05
<sup>285</sup> 113	10.027	10.12	9.33	9.50	10.21	10.69
<sup>288</sup> 115	10.63	10.71	10.72	10.70	10.95	11.27
<sup>284</sup> 113	10.11	10.29	9.35	9.50	10.68	10.87
<sup>280</sup> Rg	9.89	9.87	10.18	10.20	10.77	10.36
<sup>276</sup> Mt	9.81	9.45	10.19	9.85	10.09	9.77
<sup>272</sup> Bh	9.14	9.03	8.95	8.66	9.08	9.13
Среднеквадратическое отклонение		0.26	0.40	0.30	0.40	0.55

В табл. 2 приведены время жизни  $\alpha$  – распада  $T_\alpha$  сверхтяжелых ядер рассчитанные по формуле (3). Величина  $T_\alpha^{эксп}$  получена для  $Q_\alpha^{эксп}$ .

Согласие расчетных значений энергий  $\alpha$  – распада  $Q_\alpha$  выполненных на основе простой массовой формулы Вигнера (9) с экспериментом является дополнительным аргументом в пользу восстановления вигнеровской спин-изоспиновой  $SU(4)$ -симметрии в сверхтяжелых ядрах.

В заключение в качестве прогноза мы приводим таблицу 3 с расчетом энергии  $\alpha$  – распада  $Q_\alpha$  и времени жизни  $T_\alpha^{Вигнер}$  ряда сверхтяжелых ядер для  $\alpha$  – цепочки из 5 элементов, начинающийся с элемента порядковым номером  $Z = 120$  и массовым числом от  $A = 300$  до  $A = 304$ . Поиск гипотетического ядра с порядковым номером 120 в настоящее время ведется [18].

Таблица 2

Время жизни  $\alpha$  – распада  $T_\alpha$  сверхтяжелых ядер. Экспериментальные значения  $T_\alpha$  и расчеты по ЭФП, СХФ, МММ и ПЭМОМ методам, заимствованы из работы [9].  $T_\alpha^{эксп}$  вычислены по формуле (2) на основе

экспериментальных значений  $Q_\alpha$ .

Материн.ядро	$T_\alpha$	$T_\alpha^{эксп}$	$T_\alpha^{Вигнер}$	$T_\alpha^{ЭФП}$	$T_\alpha^{СХФ}$	$T_\alpha^{МММ}$	$T_\alpha^{ПЭМОМ}$
<sup>294</sup> 118	0.89 мс	1.76 мс	22 мс	11.7 мс	15.4 мс	0.39 мс	6.88 мс
<sup>290</sup> Lv	7.1 мс	35.5 мс	54.8 мс	0.47 мс	199 мс	22.7 мс	3.6 мс
<sup>286</sup> Fl	0.13 с	0.13 с	0.14 с	2.3 с	0.5 с	19 мс	4.8 мс
<sup>294</sup> 117	78 мс	0.47 с	1.44 с	0.41 с	0.21 с	31 мс	0.67 с
<sup>290</sup> 115	16 мс	25 мс	4.4 с	9.4 с	3.4 с	0.7 с	0.3 с
<sup>286</sup> 113	20 с	50 с	14.5 с	20.3 с	10.5 с	11.3 с	0.4 с
<sup>282</sup> Rg	0.51 с	15.1 м	53.9 с	12.1 м	19 м	5.7 с	2.1 с
<sup>278</sup> Mt	7.7 с	3.5 с	3.7 м	2.2 м	18 м	9 м	13.6 м
<sup>274</sup> Bh	53 с	148 с	18.1 м	7.2 м	8.3 м	5.2 м	3.6 м
<sup>293</sup> 117	14 мс	61 мс	180 мс	91 мс	136 мс	7 мс	37 мс
<sup>289</sup> 115	0.22 с	0.85 с	0.5 с	0.39 с	1.2 с	0.15 с	0.025 с
<sup>285</sup> 113	5.5 с	7.1 с	1.5 с	5.1 м	92 м	0.8 с	0.05 с
<sup>291</sup> Lv	18 мс	178 мс	420 мс	1300 мс	302 мс	158 мс	36 мс
<sup>287</sup> Fl	0.48 с	3.6 с	1.2 с	36 с	38 с	0.3 с	0.4 с
<sup>283</sup> Cn	3.8 с	19 с	3.8 с	20.1 с	31.4 с	0.8 с	0.1 с
<sup>279</sup> Ds	0.2 с	1.3 с	13.6 с	0.6 с	0.3 с	0.1 с	0.7 с
<sup>275</sup> Hs	0.19 с	4 с	54 с	0.5 с	1.4 с	40 с	8.5 с
<sup>271</sup> Sg	1.9 м	3.2 м	4.1 м	6.9 м	131 м	2.4 м	2.6 м
<sup>289</sup> 115	0.26 с	0.55 с	0.5 с	0.36 с	1.16 с	0.15 с	0.025 с
<sup>285</sup> 113	1.4 с	2.7 с	1.5 с	304 с	92 с	0.8 с	0.05 с
<sup>288</sup> 115	0.17 с	0.81 с	0.51 с	0.47 с	0.53 с	0.12 с	0.02 мс
<sup>284</sup> 113	0.94 с	4.8 с	1.5 с	907 с	306 с	0.14 с	0.04 с
<sup>280</sup> Rg	3.53 с	4.4 с	4.9 с	0.7 с	0.6 с	0.02 с	0.2 с
<sup>276</sup> Mt	0.68 с	1.6 с	17.8 с	0.1 с	1.2 с	0.3 с	2.1 с
<sup>272</sup> Bh	3.53 с	32 с	73 с	127 с	1160 с	49 с	34 с

Таблица 3.

Энергия  $\alpha$  – распада  $Q_\alpha$  (МэВ) сверхтяжелых ядер из  $\alpha$  – цепочки, начинающийся с  $Z = 120$ , рассчитанные с использованием массовой формулы Вигнера (9). Под значениями  $Q_\alpha$  приводится время жизни  $T_\alpha$  соответствующего нуклида.

Нуклид	$Q_\alpha$								
	$T_\alpha$								
<sup>300</sup> 120	11.42	<sup>301</sup> 120	11.24	<sup>302</sup> 120	11.07	<sup>303</sup> 120	10.89	<sup>304</sup> 120	10.73
	0.58 с		0.14 с		14.9 с		3.34 с		11 м
<sup>296</sup> 118	11.01	<sup>297</sup> 118	19.83	<sup>298</sup> 118	10.66	<sup>299</sup> 118	10.48	<sup>300</sup> 118	10.31

$^{292}\text{Lv}$	1.58 с 10.60 0.58 с	$^{293}\text{Lv}$	3.5 с 10.72 66.8 с	$^{294}\text{Lv}$	46 с 10.25 14.9 с	$^{295}\text{Lv}$	10.1 с 10.07 55.3 м	$^{296}\text{Lv}$	39.1 м 9.89 11 м
$^{288}\text{Fl}$	10.18 16 м	$^{289}\text{Fl}$	10.00 3.5 м	$^{290}\text{Fl}$	9.83 45 с	$^{291}\text{Fl}$	9.65 3.36 ч	$^{292}\text{Fl}$	9.47 39.1 м
$^{284}\text{Cn}$	9.76 5 м	$^{285}\text{Cn}$	9.58 66.8 с	$^{286}\text{Cn}$	9.41 4.65 ч	$^{287}\text{Cn}$	9.22 1.88 м	$^{288}\text{Cn}$	9.05 11 м

### 3. Обсуждение полученных результатов

В годы теоретических поисков “острова стабильности” [3,4] существенных экспериментальных данных, свидетельствующих о восстановлении вигнеровской  $SU(4)$ -симметрии в области сверхтяжелых ядер, не было. Поэтому в теоретических расчетах механизмы, восстанавливающие вигнеровскую симметрию, конечно, не учитывались. В связи с этим для уточнения характеристик “острова стабильности” требуются новые исследования теоретического характера с учетом восстанавливающих вигнеровскую симметрию факторов.

Существующий фактический материал не позволяет делать вывод о полном подавлении спин-орбитального взаимодействия в сверхтяжелых ядрах. Имеется надежда на наличие вблизи магического  $N=184$  достаточно интенсивного спин-орбитального взаимодействия, благодаря которому “остров стабильности” будет возможно экспериментально обнаружено. В противном случае, если магическое  $N=184$  недостаточно проявить себя, гипотезу существования “острова стабильности” следует считать необоснованной.

Новые сверхтяжелые ядра с порядковым номером  $Z=116, 117$  и  $118$  [1,2] из “острова стабильности” оказались нестабильными. Недавно открытые новые элементы живут гораздо дольше более легких соседей из наблюдаемой трансурановой области. В то же время они живут гораздо меньше гипотетических, теоретически предсказанных ядер из “острова стабильности” [3, 4]. Предсказанные и наблюдаемые времена различаются на  $10^6-10^{12}$  раз. Последнее обстоятельство воспринимается многими авторами как приемлемое. Некоторые авторы справедливо считают “острова стабильности” – “мелью стабильности” [9]. Такая оценка связана с экспериментально определенными значениями времен  $\alpha$  – переходов сверхтяжелых ядер.

В предыдущем пункте нами были вычислены с использованием массовой формулы Вигнера энергия  $\alpha$  – распада ряда  $\alpha$  – цепочек сверхтяжелых ядер. Простая и наглядная методика позволяет получить результаты, которые хорошо согласуются с экспериментом и обладают наилучшим качеством среди современных теоретических подходов к решению проблемы. Причем расчеты произведены в предположении  $E_{sl}(Z, N) = 0$ , которая соответствует полному подавлению вклада в массу ядра спин-орбитального взаимодействия. В реальных сверхтяжелых ядрах  $E_{sl}(Z, N)$  отличается от нуля и по нашим оценкам  $E_{sl}(Z, N) \approx -100$  кэВ. Физически это соответствует полному восстановлению вигнеровской спин-изоспиновой  $SU(4)$ -симметрии в сверхтяжелых ядрах, когда спин-спиновое взаимодействие между нуклонами преобладает над спин-орбитальным взаимодействием. Поэтому в сверхтяжелых ядрах должно реализоваться  $LS$ - связь, как в области легких ядер, в отличие от средних и тяжелых ядер, для которых имеет место  $jj$ - связь. Согласие результатов эксперимента и наших расчетов, позволяет, выдвинут предположение о возможности объяснения наблюдаемых времен жизни новых сверхтяжелых ядер восстановлением вигнеровской  $SU(4)$ -симметрии. Наилучшее согласие между экспериментом и расчетом  $Q_\alpha$ , выполненные по Вигнеру без вклада спин-орбитального взаимодействия в массу ядра, чем другие современные теоретические подходы, указывают на необходимость другого подхода к проблеме сверхтяжелых ядер. В случае полного восстановления вигнеровской спин-изоспиновой  $SU(4)$ -симметрии структура сверхтяжелых ядер будет аналогична структуре атома.

В заключение выражаю свою благодарность проф. У.С. Салихбаеву за предоставленную возможность выполнить настоящую работу, покойному проф. Ю.Н. Коблик за обсуждения и ценные замечания, д.ф.-м.н. А.Д. Рахимову и Э.М. Турсунову за обсуждения результатов и критику. Приношу свою благодарность К.С. Жиянходжаеву за техническую помощь.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Oganessian Yu.Ts. et al., Synthesis of the isotopes of elements 118 and 116 in the  $^{249}\text{Cf}$  and  $^{245}\text{Cm}+^{48}\text{Ca}$  fusion reactions. 2006. Phys. Rev. C 74, 044602-044617. [2] Oganessian Yu.Ts. et al., Synthesis of a New Element with  $Z=117$ . 2010. Phys.Rev. Lett. 104, 142502-14515. [3] Mayers W.J., Swiatecki W.J., Nuclear masses and deformations, 1966. Nucl. Phys. 81, 1-60. [4] Струтинский В.М. Влияние нуклонных оболочек на энергию ядра, 1966. ЯФ. 3, 614-625. [5] Нурмухамедов А.М., Оценка степени восстановления нарушенной вигнеровской спин-изоспиновой SU(4)-симметрии в атомных ядрах, 2012. ЯФ 75, 29-34. DOI: 10.1134/S106377881107012X. [6] Кадменский С.Г., Фурман В.И., 1985. Альфа-распад и родственные ядерные реакции, Энергоатомиздат, Москва. [7] Viola Jr. V.E., Seaborg G.T., Inorg J.. Nuclear systematics of the heavy elements, 1966. Nucl.Chem. 28, 741-761. [8] Parkhomenko A., Sobiczewski A., Description and predictions of the properties of superheavy nuclei, 2005. ActaPhys. Pol. B36, 3095-3111. [9] Толоконников С.В., Лютостанский Ю.С., Саперштейн Э.Е., Самосогласованные расчеты энергий альфа-распада, 2013. ЯФ 76, 758-765. [10] Vautherin D., Brink D.M., Hartree-Fock Calculations with Skyrme's Interaction, 1972. Phiz.Rev. C 5, 626-649. [11] Moeller P., Nix J.R., Myers W.D., Swiatecki W.J., Nuclear ground state masses and deformations, 1995. At. Data Nucl. Data Tables 59, 186-381. [12] Liran S., Marinov A., Zeldes N., Semiempirical Shell Model Masses with Magic Number  $Z = 126$  for Superheavy Elements, 2000. Phys. Rev. C 62, 047301-047308. [13] Нурмухамедов А.М., Свойства универсальных функций массовой формулы Вигнера для атомных ядер, 2009. ЯФ 72, 1489-1497. DOI: 10.1134/S1063778809090038. [14] Гапонov Ю.В., Шульгина Н.В., Владимиров Д.М., Wigner SU(4)-symmetry restoration in heavy nuclei and many body forces problem, 1982. Nucl. Phys. A 391, 93-117. [15] Нурмухамедов А.М., Анализ экспериментальных данных по массам атомных ядер в рамках вигнеровской спин-изоспиновой SU(4)-симметрии, 2009. ЯФ 72, 434-443. DOI: 10.1134/S106377880903003X. [16] Nurmuhamedov A.M., The restoration of Wigner's SU(4)-symmetry in the superheavy nucleus and its correlation with the problem "island of stability", or does the "island of stability" exist?, 2016. Modern Physics Letters A31, 1650145-165160, DOI: 10.1142/S0217732316501455. [17] Владимиров Д.М., Шульгина Н.Б., Кулоновская энергия ядра для случая реализации вигнеровской симметрии, 1987. ЯФ 45, 1586-1591. [18] Oganessian Yu.Ts. et al., Attempt to produce element 120 in the  $^{244}\text{Pu}+^{58}\text{Fe}$  reaction, 2009. Phys.Rev. C 79, 024603-024617.

## WHY THE RATE OF $p+p \rightarrow d+e^++\nu_e$ REACTION IN THE SUN DOES NOT DEPEND ON THE FORM OF NN POTENTIAL?

B.F.Irgaziev, Z.Kanakov, F.Safarov

National University of Uzbekistan, E-mail irgaziev@yahoo.com

### Abstract

The proton-proton reaction is a key reaction in the Sun and many stars which luminosity lies on main-sequence of the Hertzsprung–Russell diagram. We have calculated the astrophysical S-factors and the rate of proton-proton reaction going in the core of the Sun as well as the flux of neutrino at the distance 1AU (astronomic unit) applying the simplest nucleon-nucleon (NN) potentials (Gauss and Yukawa types) being only attractive, and two potential having the repulsive core at small distance between nucleons (Malfliet-Tjon and Reid potentials). Application of all considered potentials describes well the effective range parameters. Analyzing of this reaction shows that all calculated data is not sensitive to the type of NN potential if we apply the parameters under the conditions created in the core of the Sun.

**Keywords:** weak interaction, pp-chain, neutrino flux, nucleon-nucleon potentials

### 1. Introduction

It is known that the main source of radiated energy by stars of mass equal to or less than the mass of the Sun is the nuclear chain converting four protons into one helium nucleus:



The generated energy in the cycle is  $Q=26.73$  MeV. This chain starts from reaction



where kinetic energy of 0.42 MeV is distributed between positron and neutrino. We note the reaction (2) as  $pp$  reaction. For the first time this reaction, going through a weak interaction, was considered by Bethe and Critchfield [1]. The detailed analysis of this reaction was carried out in the work [2]. We have calculated the reaction of (2) (see Ref. [3]) with a few number of the simple attractive nucleon-nucleon potentials, while in the calculations performed by Bahcall and May the wave functions of the relative motion of

the protons and the wavefunction of the deuteron were based on the theory of the effective range. The reaction (2) was assumed independent on the type of nucleon-nucleon potential according to approach applied by Bachall and May.

The present work was undertaken to perform accurate calculation of the rate reaction (1) and flux of neutrinos at one astronomic unit (AU) and to check its sensitivity to form of the nucleon-nucleon potential. We applied Gauss, Yukawa, Malfliet-Tjon (M-T) [4] and Reid [5] potentials.

## 2. Theoretical concept of pp reaction and its rate

The differential cross section of the reaction (2) can be written according to the golden Fermi rule as

$$d\sigma = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | H_w | i \rangle|^2 \frac{\rho(E_e)}{v_i} dp_e, \quad (3)$$

where  $H_w$  is the Gamov-Teller weak transition operator;  $v_i$  is the relative velocity of two protons;  $\langle i |$  ( $\langle f |$ ) is the initial (final) state of the system;  $\rho(E_e)$  is the density of states of positron.

The final state wave function  $\langle f |$  is the product of the deuteron wave function and plane waves corresponding to positron and neutrino. The deuteron wave function is decreasing exponentially and it leads to cutoff the range of integration in the matrix element. The initial wave function  $\langle i |$  is a continuum wave function of the relative motion two protons which is superposition of the regular and irregular Coulomb wave functions in the asymptotic region.

If we present the initial and final state wave function as

$$\langle i | = \Psi_{pp}, \quad \langle f | = \Psi_d \Psi_e \Psi_\nu, \quad (4)$$

we can rewrite the transition matrix element in form

$$\langle f | H_w | i \rangle = H_{if} = \int [\Psi_d \Psi_e \Psi_\nu]^+ H_w \Psi_{pp} d\tau, \quad (5)$$

where wave functions of positron and neutrino can be taken as plane waves. The transition operator is a Hamiltonian of the weak interaction (effective):

$$H_w = G_A \delta(\vec{r}_p - \vec{r}_{e^+}) \delta(\vec{r}_p - \vec{r}_{\nu^-}) \vec{\sigma} \cdot \vec{\tau}^{(-)}. \quad (6)$$

Here for the Gamow-Teller transition  $H_w$  we have applied the zero-range interaction of leptons with nucleon;  $\vec{r}_p$ ,  $\vec{r}_{e^+}$  and  $\vec{r}_{\nu^-}$  are coordinates of the proton, positron and neutrino, respectively;  $G_A$  is coupling constant. The operator  $\vec{\sigma}$  is the Pauli operator while the operator  $\vec{\tau}^{(-)}$  converts proton into neutron. The spin vectors of the released positron and electron neutrino are parallel.

The total cross section is obtained by integration over the total range of the positron momentum and summation over spins. Finally, total cross section of the  $pp$  reaction is given by equation

$$\sigma = \frac{6(m_e c^2)^5 G_A^2}{\pi^2 (\hbar c)^7 (v_{pp} / c) k_{pp}^2} f(W) M_{space}^2, \quad (7)$$

where  $m_e$  is electron mass,  $v_{pp}$  relative velocity of colliding protons,  $M_{space}$  equals to

$$M_{space} = \int_0^\infty u_{pp}(r) \varphi_d(r) dr, \quad (8)$$

where  $u_{pp}(r)$  and  $\varphi_d(r)$  are the radial wave function of  $pp$  system in continuum and deuteron, respectively, and  $f(w)$  is

$$f(W) = \int_1^W \frac{2\pi\eta_e}{1 - \exp(-2\pi\eta_e)} (W_e^2 - 1)^{1/2} (W^2 - W_e^2)^2 W_e dW_e, \quad (9)$$

$$W = \frac{E + m_e c^2}{m_e c^2},$$

where  $\eta_e$  is Sommerfeld parameter for positron.

It is convenient to introduce the so-called astrophysical S-factor defined by equation

$$S(E) = (\sigma E) e^{2\pi\eta}, \quad (10)$$

where  $\eta$  is the Sommerfeld parameter for colliding protons. It is slow changing with energy and at  $E=0$  it is not equal to null. This allows us to parameterize the cross section of reaction near zero energy which cannot be achieved by experiment. Usually the astrophysical S-factor is approximated by a polynomial

$$S(E) = S_0 + S_1 E + S_2 E^2. \quad (11)$$

The number of reaction per unit of time and per unit of volume (**rate of reaction**) is

$$R_{pp} = \frac{n_p^2}{2} \langle \sigma v_{pp} \rangle, \quad (12)$$

where  $\langle \rangle$  means averaging over the standard Maxwell-Boltzmann distribution function;  $n_p$  is density of protons in the star interior. Integrating the reaction rate (12) over the volume of the Sun we find the total flux of neutrinos emitted by the Sun. Dividing this total flux by the area of the sphere of the radius of 1AU we obtain the neutrino flux  $\Phi_{pp}$  passing through a unit area of the Earth surface.

### 3. Applied potentials

We performed the calculations with the four types of nucleon-nucleon potentials: the Gauss, Yukawa, Malfliet-Tjon (M-T), Reid (soft-core) potentials.

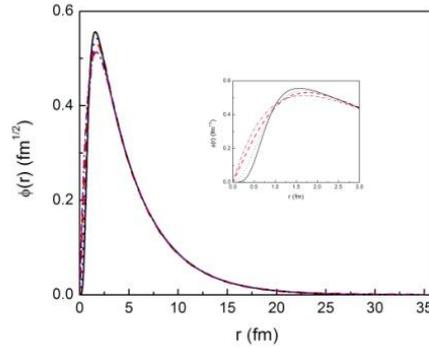


Fig. 1. The deuteron wave function vs distance calculated by the Gauss (dash), Yukawa (dash-dot), M-T (dot), and Reid (solid) potentials.

The parameters of the Gauss potential

$$V(r) = -V_0 \exp(-r^2 / R_N^2), \quad (13)$$

the Yukawa potential

$$V(r) = -\frac{V_0}{\mu \cdot r} e^{-\mu r}, \quad (14)$$

the M-T potential

$$V(r) = V_A \frac{\exp(-r/R_A)}{r/R_A} + V_R \frac{\exp(-r/R_R)}{r/R_R}, \quad V_A < 0, V_R > 0, \quad (15)$$

and the Reid potential

$$V(r) = \sum_{n_i} V_i \frac{\exp(-n_i \mu r)}{\mu r}, \quad \mu = 0.7 \text{ fm}^{-1}, \quad (n_i \text{ is integer number}) \quad (16)$$

are determined through the low energy nucleon-nucleon data for the singlet and triplet spin states, moreover Reid potential describes the scattering phase shift up to 300 MeV in the laboratory frame.

The solutions of the radial Schrödinger equation with these potentials are shown of fig. 1 and 2. The figures show that the asymptotic behavior of the wave functions as a continuous energy spectrum, so the boundstate behave the same way in the asymptotic region while small difference exist inside the nucleon-nucleon potential region. The difference at small distance can be explained by various type of the nucleon-nucleon potential which is short-range potential.

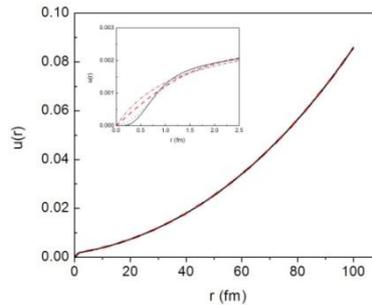


Fig. 2. The pp continuum wave function vs distance calculated by Gauss (dash), Yukawa (dash-dot), M-T (dot), and Reid (solid) potentials.

#### 4. Results for the astrophysical S-factor, rate and flux of neutrino

The results of calculation of the astrophysical S-factor (Eq. (11)) with the considered potentials are: with the Gauss potentials

$$S_0 = 4.21 \times 10^{-25} \text{ MeV} \cdot \text{b}, S_1 = 4.75 \times 10^{-24} \text{ b}, S_2 = 3.02 \times 10^{-23} \text{ MeV}^{-1} \cdot \text{b};$$

Yukawa potential

$$S_0 = 4.11 \times 10^{-25} \text{ MeV} \cdot \text{b}, S_1 = 4.64 \times 10^{-24} \text{ b}, S_2 = 2.93 \times 10^{-23} \text{ MeV}^{-1} \cdot \text{b};$$

M-T potential

$$S_0 = 4.18 \times 10^{-25} \text{ MeV} \cdot \text{b}, S_1 = 4.74 \times 10^{-24} \text{ b}, S_2 = 3.37 \times 10^{-23} \text{ MeV}^{-1} \cdot \text{b};$$

Reid potential

$$S_0 = 4.16 \times 10^{-25} \text{ MeV} \cdot \text{b}, S_1 = 4.71 \times 10^{-24} \text{ b}, S_2 = 3.31 \times 10^{-23} \text{ MeV}^{-1} \cdot \text{b}.$$

The difference between wave functions at small distance does not occur on the rate of pp reaction which is shown in fig. 3. We see that the deuteron fusion reaction occurs inside of the core of the Sun does not exceed one third of the solar radius.

The modern devices for the measurement of the flux of neutrino from pp reaction is not possible owing smallest energy of neutrino. However, there are the several theoretical prediction for this flux. We present the results for the flux of neutrino obtained by us at 1 AU with application of the Standard Solar Model BS2005-OP.

The Gauss potential:  $\Phi_{pp} = 6.196 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ ;

The Yukawa potential:  $\Phi_{pp} = 6.070 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ ;

The M-T potential:  $\Phi_{pp} = 6.156 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ ;

The Reid potential:  $\Phi_{pp} = 6.135 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ .

The Bahcall et. al [6] applied the simple approach without using any nucleon-nucleon potential and got the result for the flux:  $\Phi_{pp} = (5.987 \pm 0.052) \times 10^{10} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ .

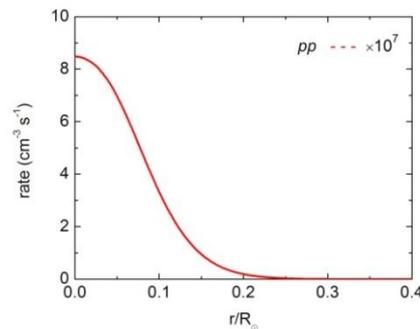


Fig.3. The rate of pp reaction vs the interior radius of the Sun.

The calculated rate by the Gauss, Yukawa, M-T, and Reid potentials are almost the same.

### 3. Conclusion

The obtained results for the astrophysical S-factor defined only by the description of elementary pp process confirm the independence on the type to the nucleon-nucleon potential. Calculations with the most widely used NN potentials like the Paris, the Argonne AV18, the CD-Bonn and the Nijmegen potentials must give the same result for astrophysical S-factor as we received using the Gauss, Yukawa, M-T and Reid potentials, because the small distance between nucleon at the considered energies gives very small contribution into overlap integral. The flux of neutrinos obtained by us coincides with the Bahcall's results if we take into account the d-part of the deuteron wave function. We mention that the survival probability of solar neutrino from pp reaction is under question.

### REFERENCES

- [1] H.A. Bethe, and C.L. Critchfield, Phys. Rev. 54 (1938) 103. [2] J. N. Bahcall, and R. M. May. Ap. J. 155 (1968) 501. [3] B.F. Irgaziev, V.B. Belyaev, and Jameel-Un Nabi Phys. Rev. C 87 (2013) 035804. [4] R.A. Malfliet, and J.A. Tjon, Nucl. Phys. A127 (1969) 161. [5] R. V. Reid, ANNALS OF PHYSICS, 50 (1968) 411. [6] J. N. Bahcall, A. M. Serenelli, and S. Basu, ApJ Suppl., 165 (2006) 400.

## B(E1)-REDUCED TRANSITION PROBABILITIES IN ALTERNATING PARITY SPECTRA OF EVEN-EVEN NUCLEI

E.B.Makhmanov, M.J. Korjovov

Karshi Engineering Economics Institute,  
Karshi, 180100, Uzbekistan, [emaxmanov.1976@mail.ru](mailto:emaxmanov.1976@mail.ru)

### Abstract

(E1) reduced probabilities for intra- and inter-band transition between the collective states in the yrast, first non-yrast and second non-yrast alternating-parity bands in the lanthanide  $^{152,154}\text{Sm}$ ,  $^{154}\text{Gd}$ ,  $^{156}\text{Dy}$ ,  $^{162,164}\text{Er}$  and the actinide  $^{224}\text{Ra}$ ,  $^{236,238}\text{U}$ ,  $^{240}\text{Pu}$  nuclei are studied. The calculated B(E1)-values and some ratios of the reduced probabilities are compared with available experimental data.

**Key words:** collective states, yrast, first non-yrast and second non-yrast alternating-parity bands, lanthanide nuclei, transition probabilities.

### 1. Introduction

The collective spectra of atomic nuclei with quadrupole and octupole deformations are characterized by rotational bands with alternating parity [1-15]. The non-adiabatic models which provides not only a qualitative but also a quantitative explanation of the properties of alternating parity bands. Descriptions of the excitation spectra and EL-transition probabilities (L=1;2;3) are important. Here the formalism [14-15] is modified so as to describe B(E1)-reduced transition probabilities in the higher lying alternating-parity bands along with the extended treatment of the model energy quantum numbers.

The aim of the present work is to examine the validity of the energy descriptions reported in [14-15] with respect to the attending intra-/inter-band E1-transition probabilities. In present work simple expressions for energy levels of even and odd bands are obtained. The calculations of B(E1)-values and some ratios probabilities are performed by numerically.

### 2. Energy levels and wave functions

Schrödinger equation for Bohr's Hamiltonian with quadrupole and octupole deformations has the following form in terms of polar coordinates ( $\sigma, \varepsilon$ ) [10-13]:

$$-\frac{\hbar^2}{2B} \left[ \frac{d^2}{d\sigma^2} + \frac{1}{\sigma} \frac{d}{d\sigma} + \frac{1}{\sigma^2} \frac{d^2}{d\varepsilon^2} \right] + \left[ \frac{\hbar^2 I(I+1)}{6B\sigma^2} + V(\sigma, \varepsilon) - E_I^\pm \right] \Phi_I^\pm(\sigma, \varepsilon) = 0, \quad (1)$$

where

$$V(\sigma, \varepsilon) = V(\sigma) + \frac{C_\varepsilon}{2\sigma^2} (\varepsilon \mp \varepsilon_0)^2, \quad (2)$$

here B is mass parameter,  $\pm\varepsilon_0$  and  $C_\varepsilon$  are present the minimum of the potential energy and the stiffness parameter for the of  $\varepsilon$ -vibrations. In these case variables ( $\sigma, \varepsilon$ ) in (1) are separated:

$$\Phi_I^\pm(\sigma, \varepsilon) = F_I^\pm(\sigma) \chi_\nu(\xi^\pm), \quad (3)$$

Where wave functions  $\chi_\nu(\xi^\pm)$  and  $F_I^\pm(\sigma)$  satisfactory following equations, respectively:

$$\frac{d^2 \chi_\nu(\xi^\pm)}{d\xi^2} + \frac{2B}{\hbar^2} \left[ E_\nu^\pm + \frac{C_\varepsilon}{2} (\varepsilon \mp \varepsilon_0)^2 \right] \chi_\nu(\xi^\pm) = 0, \quad (4)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2B} \left[ \frac{d^2 F_I^\pm(\sigma)}{d\sigma^2} + \frac{dF_I^\pm(\sigma)}{\sigma d\sigma} \right] + \left[ \frac{\hbar^2 I(I+1)}{6B\sigma} + V(\sigma) \mp \frac{E_\nu^\pm}{\sigma^2} - E_I^\pm \right] F_I^\pm(\sigma) = 0. \quad (5)$$

Eigenvalues of equation (5) for oscillator potential energy [14]:

$$V(\sigma) = \frac{C_\sigma}{2} (\sigma - \sigma_0)^2, \quad (6)$$

$$E_{I\nu q_\nu^\pm}^\pm = \hbar\omega \left\{ \left( q_\nu^\pm + \frac{1}{2} \right) \sqrt{1 + \left( \frac{\mu}{p_{I\nu}^\pm} \right)^4 [I(I+1) \mp 3E_\nu^\pm]} + \left( \frac{\mu}{p_{I\nu}^\pm} \right)^2 \left[ \frac{I(I+1)}{6} \mp E_\nu^\pm \right] + \frac{1}{2} \left( \frac{p_{I\nu}^\pm - 1}{\mu} \right)^2 \right\}. \quad (7)$$

Quantities  $p_{I\nu}^{\pm} = \sigma_{I\nu}^{\pm} / \sigma_0 \geq 1$  satisfy following equality for (6) [14]

$$(p_{I\nu}^{\pm})^3 (p_{I\nu}^{\pm} - 1) = \mu^4 \left[ \frac{I(I+1)}{3} \mp 2E_{\nu}^{\pm} \right], \quad (8)$$

here  $\nu=0,1,2,\dots$  – “angular” phonon numbers [15], quantities  $\sigma_{I\nu}^{\pm}$  indicate new states of the equilibrium for  $I_{\nu}^{\pm}$  [16],  $\sigma_0$  – minimum of the potential energy for  $\sigma$ -vibrations,

$$\mu_{I\nu}^{\pm} = \mu \left\{ 1 + \frac{\mu}{p_{I\nu}^{\pm}} \left[ I(I+1) \mp 2E_{\nu}^{\pm} \right] \right\}^{\frac{1}{4}}, \quad (9)$$

here  $\mu^4 = \hbar^2 / (C_{\sigma} B \sigma_0^4)$  – dimensionless parameter of theory,  $C_{\sigma}$  is the stiffness parameter for the  $\sigma$ -vibrations. And  $q_{\nu}^{\pm}$  – root of transcendental equation:

$$H_{q_{\nu}^{\pm}}^{\pm} \left( -\frac{p_{I\nu}^{\pm}}{\mu_{I\nu}^{\pm}} \right) = 0. \quad (10)$$

$$E_{\nu}^{\pm} = \frac{2B}{\hbar^2} E_{\nu}^{\pm}, \quad (11)$$

$E_{\nu}^{\pm}$  – eigenvalues of equation (4).

Eigenvalues of equation (5) for Gauss potential energy

$$V(\sigma) = \frac{C_{\sigma} \sigma_0^2}{2} \exp \left[ \frac{(\sigma - \sigma_0)^2}{\sigma_0^2} \right], \quad (12)$$

$$E_{I\nu q_{\nu}^{\pm}}^{\pm} = \hbar \omega \left\{ \left[ \left( \frac{\mu}{p_{I\nu}^{\pm}} \right)^2 - \frac{\mu^2 (p_{I\nu}^{\pm})^{-3}}{p_{I\nu}^{\pm} - 1} \right] \cdot \left[ \frac{I(I+1)}{6} \mp \frac{E_{\nu}^{\pm}}{2} \right] + \sqrt{\left[ 1 - 2(p_{I\nu}^{\pm} - 1)^2 \right] \exp \left[ -(p_{I\nu}^{\pm} - 1)^2 \right] \left( \frac{\mu}{p_{I\nu}^{\pm}} \right)^4 \left[ I(I+1) \mp 3E_{\nu}^{\pm} \right] \left( q_{\nu}^{\pm} + \frac{1}{2} \right)} \right\}. \quad (13)$$

$p_{I\nu}^{\pm}$  satisfy following equality for (12) [15]

$$(p_{I\nu}^{\pm})^3 (p_{I\nu}^{\pm} - 1) \exp \left[ -(p_{I\nu}^{\pm} - 1)^2 \right] = \mu^4 \left[ \frac{I(I+1)}{3} \mp E_{\nu}^{\pm} \right], \quad (14)$$

$$\mu_{I\nu}^{\pm} = \mu \left\{ \left[ 1 - 2(p_{I\nu}^{\pm} - 1)^2 \right] \exp \left[ -(p_{I\nu}^{\pm} - 1)^2 \right] + \left( \frac{\mu}{p_{I\nu}^{\pm}} \right)^4 \left[ I(I+1) \mp 3E_{\nu}^{\pm} \right] \right\}^{\frac{1}{4}}, \quad (15)$$

Energy levels are expressed by formulas (7) and (8) described by parameters:  $\hbar\omega$ ,  $E_{\nu}^{\pm}$  and  $\mu$ . The quantities  $E_{\nu}^{\pm}$  in these formulas are the splitting of the  $\nu$ -th level [13]. Here  $E_{\nu}^{+'}$  and  $E_{\nu}^{+'}$  are yet doubly degenerated. Taking into account the tunneling under the potential barrier separated nuclear reflection-symmetry shapes leading to their splitting.

The wave functions  $\Phi_I^{\pm}(\sigma, \varepsilon)$  of the equation (1) presented as (3), where

$$\chi_{\nu}(\xi^{\pm}) = N_{\nu} H_{\nu}(\xi^{\pm}) \exp \left[ -\frac{(\xi^{\pm})^2}{2} \right], \quad (17)$$

$$\text{with } \xi^{\pm} = \sqrt{\frac{B\omega_{\varepsilon}(\varepsilon \mp \varepsilon_0)}{2}}, \quad \omega_{\varepsilon} = \sqrt{C_{\varepsilon}/B}, \quad (18)$$

$N_v$ -normalization coefficients,  $H_v(\xi^\pm)$  are the Hermite polynomials,  $\omega_\varepsilon$  is the frequency for of  $\varepsilon$ -vibrations,  $\pm\varepsilon_0$  represents the minimum of the potential energy of the  $\varepsilon$ -vibrations.

$$F_{Ivq_v^\pm}^\pm(\sigma) = \frac{N_{q_v^\pm} H_{q_v^\pm}^\pm(\zeta)}{\sqrt{2\sigma}} \exp\left(-\frac{\zeta^2}{2}\right), \quad (19)$$

here  $H_{q_v^\pm}^\pm(\zeta)$ -Hermite function,  $N_{q_v^\pm}$ -normalization coefficients and variable  $\zeta$  has following form

$$\zeta = \frac{p_{Iv}^\pm(\sigma - \sigma_0)}{\mu_{Iv}^\pm \sigma_{Iv}}, \quad -\frac{p_{Iv}^\pm}{\mu_{Iv}^\pm} \leq \zeta < \infty. \quad (20)$$

### 3. B(E1)-transition probabilities

Reduced E1-transition probabilities conveniently are expressed in terms of the reduced transition probability for an axially symmetric rigid rotator  $B_a(E1, I_i \rightarrow I_f)$ :

$$B(E1, I_i \rightarrow I_f) = B_a(E1, I_i \rightarrow I_f) S^2(E1) \exp\left(-\frac{2\hbar}{\sqrt{BC_\varepsilon}}\right), \quad (21)$$

$$B_a(E1, I_i \rightarrow I_f) = \frac{3}{4\pi} D_0^2 (I_i 100 | I_f 0)^2. \quad (22)$$

We introduce new parameter

$$\Omega_1 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} D_0 \exp\left(-\frac{\hbar}{\sqrt{BC_\varepsilon}}\right), \quad (23)$$

here  $D_0$  is polarization electric dipole moment [11].

The factors  $S(E1)$  are determined by expression

$$S(E1) = N_{q_{v_i}^\pm} N_{q_{v_f}^\pm} \int_{-x}^{\infty} \sqrt{\frac{p_{Iv_i}^\pm}{2\mu_{Iv_i}^\pm \sigma_{Iv_i} \zeta + 2\sigma_0 p_{Iv_i}^\pm}} \sqrt{\frac{p_{Iv_f}^\pm}{2\mu_{Iv_f}^\pm \sigma_{Iv_f} \zeta + 2\sigma_0 p_{Iv_f}^\pm}} H_{q_{v_i}^\pm}^\pm(\zeta) H_{q_{v_f}^\pm}^\pm(\zeta) e^{-\zeta} d\zeta. \quad (24)$$

Integral (24) are calculated by numerically.

Intra-/inter-band reduced E1-transitions probabilities (24) are expressed by parameters:  $E_v^+$ ,  $E_v^-$ ,  $\Omega_1$  and  $\mu$  and their values for considered nuclei are presented in tab. 1.

Table1

The values of fitting parameters and their units for considered nuclei.

Nucleus	$E_0^+$		$E_0^-$		$E_1^+$		$E_1^-$		$\mu$		$\Omega_1$
	[14]	[15]	[14]	[15]	[14]	[15]	[14]	[15]	[14]	[15]	
$^{152}\text{Sm}$	3.38	0.91	8.47	20.83	4.87	2.4	2.42	8.66	0.35	0.39	
$^{154}\text{Gd}$	0.27	0.15	9.8	20.29	3.15	5.88	3.23	3.87	0.34	0.31	
$^{154}\text{Sm}$	5.15	0.17	6.17	22.05	4.76	1.83	0.32	5.69	0.27	0.26	
$^{156}\text{Dy}$	1.4	1.06	9.74	22.2	4.06	6.81	0.93	0.29	0.36	0.31	
$^{162}\text{Er}$	1.63	4.17	10.34	19.46	0.14	1.52	3.2	3.42	0.35	0.33	
$^{164}\text{Er}$	2.62	6.37	12.9	25.25	0.17	0.16	7.63	14.15	0.3	0.31	
$^{224}\text{Ra}$	1.55	3.94	2.2	1.33	0.08	0.195	2.84	4.83	0.3	0.31	
$^{236}\text{U}$	0.59	0.34	13.88	29.7	0.28	2.28	0.34	0.14	0.22	0.21	
$^{238}\text{U}$	0.19	0.82	12.32	25.52	0.27	3.35	0.42	3.42	0.22	0.21	
$^{240}\text{Pu}$	2.89	7.68	9.58	14.75	0.74	0.91	3.99	6.17	0.27	0.3	

Note that, in experimental data E1-transition from more high bands than, first-non-yrast band are absent. Therefore, in tabl. 1 values of the parameters  $E_2^+$  and  $E_2^-$  are not written.

### 4. Results and discussions

In tabl. 2 are presented the intra-/inter-band reduced E1-transition probabilities and their ratios in yrast and first non-yrast bands for deformable axial even-even nuclei:  $^{152,154}\text{Sm}$ ,  $^{154}\text{Gd}$ ,  $^{156}\text{Dy}$ ,  $^{162,164}\text{Er}$ ,  $^{224}\text{Ra}$ ,  $^{236,238}\text{U}$  and  $^{240}\text{Pu}$  with quadrupole and octupole deformations. From tabl. 2 clear, that represented model describes well reduced E1-transition probabilities considered nuclei.

Table2

The comparison intra-/inter-band reduced E1-transitions probabilities of the energy levels of yrast- and first yrast-bands with experimental data [18].

Nuclei	E1-transitions	[14]	[15]	Exp.[18]
<sup>152</sup> Sm	02 <sup>+</sup> →03 <sup>-</sup> /02 <sup>+</sup> →01 <sup>-</sup>	1.5099	1.4623	1.35(33)
	01 <sup>-</sup> →02 <sup>+</sup> /01 <sup>-</sup> →00 <sup>+</sup>	2.0111	2.0814	1.81(3)
				1.81(6)
				1.82(10)
				1.825(24)
	03 <sup>-</sup> →04 <sup>+</sup> /03 <sup>-</sup> →02 <sup>+</sup>	1.3232	1.376	1.60(5)
				0.91(3)
				0.91(16)
				1.02(6)
	05 <sup>-</sup> →06 <sup>+</sup> /05 <sup>-</sup> →04 <sup>+</sup>	1.1413	1.2066	2.2(2)
	07 <sup>-</sup> →08 <sup>+</sup> /07 <sup>-</sup> →06 <sup>+</sup>	1.0772	1.2032	1.16(14)
	09 <sup>-</sup> →010 <sup>+</sup> /09 <sup>-</sup> →08 <sup>+</sup>	1.0690	1.1026	3.2(18)
	011 <sup>-</sup> →012 <sup>+</sup> /011 <sup>-</sup> →010 <sup>+</sup>	1.0789	1.1055	<9.1
	11 <sup>-</sup> →02 <sup>+</sup> /11 <sup>-</sup> →00 <sup>+</sup>	1.3747	0.7447	2(10)
13 <sup>-</sup> →04 <sup>+</sup> /13 <sup>-</sup> →02 <sup>+</sup>	1.149	1.0829	9.1(33)	
01 <sup>-</sup> →12 <sup>+</sup> /01 <sup>-</sup> →02 <sup>+</sup>	0.1785	0.1271	62.5(150)	
<sup>154</sup> Gd	01 <sup>-</sup> →02 <sup>+</sup> /01 <sup>-</sup> →00 <sup>+</sup>	1.9988	2.0035	1.07(6)
				1.43(61)
	03 <sup>-</sup> →04 <sup>+</sup> /03 <sup>-</sup> →02 <sup>+</sup>	1.3279	1.3378	0.213(13)
			0.4(2)	
<sup>154</sup> Sm	01 <sup>-</sup> →02 <sup>+</sup> /01 <sup>-</sup> →00 <sup>+</sup>	1.9997	2.0013	1.96(16)
				1.80(2)
	03 <sup>-</sup> →04 <sup>+</sup> /03 <sup>-</sup> →02 <sup>+</sup>	1.3313	1.3351	1.25(22)
			1.05(22)	
<sup>156</sup> Dy	03 <sup>-</sup> →04 <sup>+</sup> /03 <sup>-</sup> →02 <sup>+</sup>	1.3201	1.342	≈0.63
	05 <sup>-</sup> →06 <sup>+</sup> /05 <sup>-</sup> →04 <sup>+</sup>	1.1816	1.207	≈0.77
	07 <sup>-</sup> →08 <sup>+</sup> /07 <sup>-</sup> →06 <sup>+</sup>	1.1236	1.1491	≈1.00
	09 <sup>-</sup> →010 <sup>+</sup> /09 <sup>-</sup> →08 <sup>+</sup>	0.9164	1.0958	1.80
011 <sup>-</sup> →012 <sup>+</sup> /011 <sup>-</sup> →010 <sup>+</sup>	1.0714	1.0814	18	
<sup>162</sup> Er	01 <sup>-</sup> →02 <sup>+</sup> /01 <sup>-</sup> →00 <sup>+</sup>	2.0134	2.0973	1.78
<sup>164</sup> Er	01 <sup>-</sup> →02 <sup>+</sup> /01 <sup>-</sup> →00 <sup>+</sup>	1.9994	2.072	2.86(41)
				1.80(18)
	03 <sup>-</sup> →04 <sup>+</sup> /03 <sup>-</sup> →02 <sup>+</sup>	1.3294	1.3756	0.87(12)
	05 <sup>-</sup> →06 <sup>+</sup> /05 <sup>-</sup> →04 <sup>+</sup>	1.1911	1.2249	1.8(14)
<sup>224</sup> Ra	03 <sup>-</sup> →04 <sup>+</sup> /03 <sup>-</sup> →02 <sup>+</sup>	1.3291	1.3552	2.78(115)
<sup>236</sup> U	01 <sup>-</sup> →02 <sup>+</sup> /01 <sup>-</sup> →00 <sup>+</sup>	1.9999	2.004	3.6(12)
<sup>238</sup> U	03 <sup>-</sup> →04 <sup>+</sup> /03 <sup>-</sup> →02 <sup>+</sup>	1.3331	1.3339	1.33(2)
	13 <sup>-</sup> →04 <sup>+</sup> /13 <sup>-</sup> →02 <sup>+</sup>	1.3315	1.3395	0.51(5)
<sup>240</sup> Pu	01 <sup>-</sup> →02 <sup>+</sup> /01 <sup>-</sup> →00 <sup>+</sup>	1.1996	2.08	2.22
				2.2
	03 <sup>-</sup> →04 <sup>+</sup> /03 <sup>-</sup> →02 <sup>+</sup>	1.3312	1.3738	1.9
			1.71	

The B(E1) reduced transition probabilities are known to provide a sensitive test for the structure of the alternating-parity sequences it is of special importance to examine their behaviour in the non-yrast part of the spectrum.

The present work provides a model description of intra-/inter-bands reduced E1-transition probabilities and their branching ratios in lanthanide and actinide nuclei within the non-adiabatic collective model [16]. The theoretical formalism and the obtained model descriptions exhibit a possible way for the development of nuclear alternating-parity spectra toward the highly non-yrast region of collective excitations. On this basis the model can predict possible intra-/inter-band E1-transitions between states with opposite parity including high spin states.

Note that for the description of E1-transition probabilities we used fitting parameters, which were used for description in the energy levels of yrast, first non-yrast and second non-yrast bands with alternating parity.

## REFERENCES

- [1] Celler A., Briancon Ch., Dionisio J. S., Lefebvre A., Vieu Ch., Zylicz J., Kulesa R., Mittag C., Fernandez-Niello J., Lauterbach Ch., Puchta H., Riess F. Yrast levels of  $^{220}\text{Ra}$  populated in the  $^{208}\text{Pb}(^{14}\text{C},2n)$  reaction // Nucl. Phys. A. 1985. 432. P.421-435. [2] Schüler P. et al. High spin states in  $^{224,226,228}\text{Th}$  and the systematic of octupole effects in even Th isotopes // Phys. Lett. B. 1986.174. P.241-245. [3] Fernandez-Niello J., Puchta H., Riess F., Trautmann W. High-spin states in  $^{218}\text{Ra}$  // Nucl. Phys. A 1982. 391. P. 221-236. [4] Poynter R. J. et al. Observation of unexpectedly small E1 moments in  $^{224}\text{Ra}$  // Phys. Lett. B. 1989.232. P. 447-451. [5] Aberg S., Flocard H. and Nazarewicz W. Nuclear shapes in mean field theory // Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.1990. 40. P. 439-527. [6] Leander G. A., Nazarewicz W., Bertsch G. F., Dudek J. Low-energy collective E1 mode in nuclei // Nucl. Phys. A. 1986. 453. P. 58-76. [7] Butler P. A., Nazarewicz W. Intrinsic reflection in atomic nuclei // Rev.Mod.Phys.1996.68.P.349-417. [8] Strutinsky V. M. // Atomic Energy. 1956. 4. P.150. [9] Denisov V. Yu. Octupole deformation and electric dipole transition in nuclei// Sov. J. Nucl. Phys. 1989. 49. P. 399-405. [10] Dzuyblik A. Ya. and Denisov V. Yu. Energies of excited states of even-even nuclei with quadrupole and octupole deformation// Ukr. Phys. J. 1992. 37. P. 1770-1777 (in Russian). [11] Dzuyblik A. Ya. and Denisov V. Yu. Collective states of even-even nuclei with quadrupole and octupole deformation// Phys. At. Nucl. 1993. 56. P. 303-308. [12] Denisov V. Yu. and Dzuyblik A. Ya. Collective excitations of odd nuclei with quadrupole and octupole deformation// Phys. At. Nucl. 1993. 56. P. 477-482. [13] Denisov V. Yu., Dzuyblik A. Ya. Collective states of even-even and odd nuclei with  $\beta_2, \beta_3, \dots, \beta_N$  deformations // Nucl. Phys. A. 1995. 589. P. 17-57. [14] Sharipov Sh., Nadirbekov M. S. and Yuldasheva G. A. Excited rotational-vibrational states of even-even nuclei with quadrupole and octupole deformations // Ukr. Jour. Phys. 2008. 53. P.112-119. [15] Nadirbekov M. S., Yuldasheva G. A. and Denisov V. Yu. Alternating parity collective states of yrast and nonyrast bands in lanthanide and actinide nuclei // Phys. At. Nucl. 2015.78. P.215-219. [16] Davydov A.S. Excited States of Atomic Nuclei, Atomizdat, Moskva, 1967. P.262 (in Russian). [17] Minkov N., Drenska S., Strecker M., Scheid W. and Lenske H. Non-yrast nuclear spectra in a model of coherent quadrupole-octupole motion // Phys. Rev. C. 2012. 85. P.034306-034344. [18] <http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/>

## МНОГОЭЛЕМЕНТНЫЙ НЕЙТРОННО-АКТИВАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ В ПЛОДООВОЩНОЙ ПРОДУКЦИИ, ЛЕКАРСТВЕННЫХ ТРАВАХ И СБОРАХ

Я.А.Ахмедов, Б.К.Кульджанов, Е.А.Данилова

Институт Ядерной Физики АН РУз, Ташкент, 100214, Узбекистан, [yakhub@inp.uz](mailto:yakhub@inp.uz)

### Абстракт

С помощью методики проанализированы в целом около 400 проб для более 200 видов растений, плодовооощной продукции и их составных частей. Измерены содержания всех жизненно важных для организма человека элементов, а также некоторых элементов с малоизученной ролью. Определены пробы с повышенными и пониженными содержаниями 14 жизненно важных и 3 токсичных элементов.

**Ключевые слова:** макро- и микроэлементы, гамма-спектрометр, радионуклиды, спектр нейтронов, нейтроноактивационная методика.

Известно, что в организме человека содержится практически вся таблица Менделеева – 81 из 92 макро- и микроэлементов. Избыток или недостаток одного из них приводит к тем или иным заболеваниям и патологическим состояниям, которые объясняются дисбалансом содержания элементов в организме. Это в свою очередь часто является причиной тотальной разбалансировки минерального обмена. Пища является основным источником поступления микроэлементов в организм человека. Поэтому исследование содержания элементов в ней, равно как и в лекарственных травах и сборах, применяемых для лечения различных заболеваний микроэlementного характера, представляет собой особый интерес.

В литературе имеется немало данных по элементному составу продуктов питания, полученные методами нейтронно-активационного анализа. Однако большинство работ выполнено до появления детекторов  $\gamma$ -излучения с высоким энергетическим разрешением. Использование техники на базе полупроводниковых детекторов из высокочистого германия с высоким (1.8 кэВ) разрешением существенно улучшило возможности аналитических работ. Так, проведенные нами предва-

рительные исследования показали, что в растительных пробах проявляются линии радионуклидов 35–40 химических элементов. Это предопределило целесообразность разработки соответствующей аналитической методики и проведение многоэлементного анализа широкого круга продуктов питания растительного происхождения, а также лекарственных трав, произрастающих на территории Узбекистана.

При разработке методики анализа проведен весь цикл необходимых расчетно-методических исследований, включающих в себя выявление перечня определяемых элементов, исследования возможных помех для анализа, выбор аналитических радионуклидов, оптимизацию временных параметров анализа и определение пределов обнаружения элементов.

При нейтронно-активационном определении элементного состава вещества существуют три типа мешающих факторов: конкурирующие ядерные реакции, интерференция (наложение) гамма-линий различных радионуклидов и комптоновский фон от более высокоэнергичных  $\gamma$ -линий, поднимающий пьедестал под аналитической линией определяемого элемента и, тем самым, ухудшающий соотношение сигнал/фон.

Спектр нейтронов ядерного реактора, где облучаются анализируемые образцы, имеет широкий диапазон энергий (от 0 до  $\sim 15$  МэВ), так что, кроме основного ( $n, \gamma$ ), открываются и другие (пороговые) каналы реакций, по которым могут образоваться аналитические радионуклиды от других элементов. Расчеты, проведенные с использованием ядерно-физических констант основных и конкурирующих реакций, показали, что для радионуклидов всехрассматриваемых элементов вклад конкурирующих реакций ничтожно мал и его можно не учитывать. Благодаря высокому разрешению гамма-спектрометрической аппаратуры, случаев наложения линий (интерференции) в пределах  $\pm 2$  кэВ в нашем случае не встречается. Известно, что в спектре  $\gamma$ -излучений аналитические линии многих определяемых элементов находятся на комптоновском пьедестале от более высокоэнергичных линий. Улучшения отношения сигнал/фон можно добиться, только варьируя временные параметры анализа. Этим путем добиваются получения оптимальных параметров анализа при определении конкретных радионуклидов. Однако в нашем случае при проведении одно-временного многоэлементного анализа приходится ограничиваться нахождением оптимума не для конкретного радионуклида, а лишь для группы элементов.

Учитывая сказанное выше, мы сгруппировали определяемые элементы на следующие три группы с указанными условиями и режимами анализа:

*Группа 1.* Mg, Cl, I, Mn, Cu, Na, K, при облучении которых тепловыми нейтронами, образуются короткоживущие радионуклиды  $^{27}\text{Mg}$ ,  $^{56}\text{Mn}$ ,  $^{38}\text{Cl}$ ,  $^{128}\text{I}$  и др. с периодами полураспада от нескольких минут до нескольких часов. Оптимальная длительность облучения составляет 15 с при плотности потока нейтронов  $f = 10^{12}$  н/см<sup>2</sup>с в тепловом канале реактора;  $t_{\text{охл}} = 10\text{--}15$  мин. Для определения Cu, Na, K и I  $t_{\text{изм}} = 200$  с. Для определения Mg, Cl, Mn  $t_{\text{изм}} = 50$  с.

*Группа 2.* В эту группу входят среднеживущие нуклиды Ca, Sm, Mo, Lu, U, Yb, Au, As, Nd, Br, La, Cd. Оптимальная длительность облучения составляет 15 часов при плотности потока нейтронов  $f = 10^{13}$  н/см<sup>2</sup>с,  $t_{\text{охл}} = 10$  дней,  $t_{\text{изм}} = 200$  с.

*Группа 3.* Те же пробы (облученные по группе 2) выдерживаются для остывания 30 суток для определения элементов Ce, Se, Hg, Tb, Th, Cr, Hf, Ba, Sr, Ag, Cs, Ni, Sc, Rb, Fe, Zn, Co, Ta, Eu, Sb по долгоживущим нуклидам. Длительность измерений составляет 400–600 с.

Измерения спектров гамма-излучения облученных проб и эталонов (стандартных образцов) проводили на компьютеризированном гамма-спектрометре высокого разрешения фирмы “Canberra”. Перед началом измерений спектрометр настраивали с помощью образцовых гамма-источников (ОСГИ). Содержание элементов определяли относительным методом путем сравнения активности радионуклида определяемого элемента с активностью того же элемента в эталоне или в стандартном образце. Основные операции по обработке  $\gamma$ -спектров проводили с помощью пакета программ Genie-2000, который управляет процессом измерений, проводит калибровку  $\gamma$ -спектра, определяет энергии  $\gamma$ -линий, вычисляет их интенсивности (площади под аналитической линией) и статистическую погрешность определения интенсивности линии. По энергиям гамма-линий проводится однозначная идентификация радионуклидов химических элементов. По полученным интенсивностям гамма-линий пробы и эталона оператор проводит вычисление содержаний элементов в пробах.

Разработанная методика позволила определить около 40 элементов в пробах растительного происхождения. Достоинствами разработанной методики являются многоэлементность и высокая чувствительность определения большого круга элементов.

Исследуемые лекарственные травы в основном приобретали в высушенном виде в аптеках, у частных продавцов (специализирующихся на сборе и продаже лекарственных трав), а овощи, фрукты и некоторые травы – в естественном (не высушенном) виде. При приобретении проб по возможности устанавливали место их произрастания.

Отобранные пробы тщательно промывали сначала водопроводной водой, а затем дважды дистиллированной водой. Затем пробы разрезали на мелкие кусочки и сушили в сушильном шкафу при температуре 60 °С. Высушенные пробы измельчали в фарфоровой ступке и пропускали через сито, которые, как правило, досушивали под лампой до постоянного веса. Из этих измельченных проб готовили навески по 100 мг для облучения на реакторе.

Разработана новая высокочувствительная нейтроноактивационная методика анализа растительных проб с определением в одной пробе до 40 химических элементов. Проведен анализ более 200 наименований продуктов растительного происхождения.

Получен большой массив новой аналитической информации, существенно пополняющий банк научных данных по элементному составу растительных проб. Институт ядерной физики АН РУз готов рассмотреть вопрос о целесообразности использования данной методики анализа для проведения совместных работ, в том числе, выполнения совместных научных проектов по фундаментальным и прикладным исследованиям.

## ЛИТЕРАТУРА

[1] S.A. Bakiev, J. Rakhmanov, Z.M. Khakimov, S. Turaev, J. Radioanalytical and Nuclear Chemistry 272, 281(2007). [2] И.В. Меднис. Справочные таблицы для нейтронно-активационного анализа (Рига, Зинатне, 1976). [3] И.В. Меднис. Гамма-излучение радионуклидов, применяемых в нейтронно-активационном анализе. Справочник (Рига, Зинатне, 1987). [4] И.А. Маслов, В.А. Лукницкий. Справочник по нейтронному активационному анализу (Ленинград, 1977). [5] Я.А. Ахмедов, С.А. Бакиев, Б.К. Кульджанов, Ж. Рахманов, Н.С. Осинская. О распределении жизненно важных и некоторых токсичных элементов в растениях, плодоовощной продукции, лекарственных травах и сборах. Периодический научно-технический журнал НЯЦ РК «Вестник», 2016 г. Выпуск 1, 105-111с.

## МЕХАНИЗМЫ СОЗДАНИЯ СЛОЖНЫХ РАДИАЦИОННЫХ ДЕФЕКТОВ В КРИСТАЛЛАХ LiF ПРИ ЭЛЕКТРОННОМ ОБЛУЧЕНИИ

М.А. Муссаева, Э.М. Ибрагимова, Ш.Н. Бузриков, Н.Б. Исмаилов

Институт Ядерной Физики Академии Наук Республики Узбекистан,  
Ташкент, 100214, Узбекистан, [ibragimova@inp.uz](mailto:ibragimova@inp.uz), [mussaeva@inp.uz](mailto:mussaeva@inp.uz)

### Аннотация

Для развития технологий производства функциональных материалов на электронных ускорителях необходимы дозиметры для больших доз. Дозиметрические кристаллы LiF облучали на ускорителе потоком электронов  $0.3 \times 10^{12}$  эл/см<sup>2</sup>с с энергией 4 МэВ. Накапливая интегральную дозу от  $1.8 \cdot 10^{13}$  до  $1.8 \cdot 10^{15}$  эл/см<sup>2</sup> и последовательно измеряя спектры поглощения, выявлен вклад нестабильных заряженных центров и нанокластеров фтора и лития в кинетику удаления зеленой окраски при рекомбинации зарядов молекулярных  $M^+$ ,  $M$ ,  $R^+$ ,  $R^-$  центров. Стабильная окраска связана с нейтральными  $F_n$  центрами и коллоидами Li, которых можно использовать для интенсивной дозиметрии.

**Ключевые слова:** кристаллы LiF, облучение электронами, спектры поглощения, молекулярные центры окраски, коллоиды Li.

### 1. Введение

Щелочно-галогидные ионные кристаллы LiF с самой широкой запрещенной зоной давно используются в качестве сцинтилляторов и термолюминесцентных дозиметров ядерных излучений, перестраиваемых лазеров и пассивных лазерных затворов, а также в оптоэлектронике (Baldacchini,

2001a, 2002b; Basiev, 1994; Bonfigli, 2010; Courrol, 2004; Kawamura, 2004; Lakshmanan, 1996; Santo, 2004). Этим применениям предшествовали детальные фундаментальные исследования ударных и неударных механизмов радиационных воздействий с образованием пар точечных дефектов в анионной подрешетке (вакансия  $F$  - междоузельный атом  $H$ ), их последующей рекомбинации или агрегации в сложные дефекты  $F_n$ , измерены температуры их отжига, доказан доминирующий механизм радиолиза ионных кристаллов (Александров и др., 1989; Лушик и др., 1989). Лисицина и др. (2001) и Балдачини (2001) обобщили оптические характеристики центров окраски для кристаллов LiF: вакансия фтора, захватившая электрон, это стабильный  $F$ -центр, ответственный за изолированную полосу поглощения 250 нм, затем по механизму агрегации образуется дивакансия фтора  $F_2$  ( $M$ ) центр, обуславливающий полосу 450 нм, тривакансия фтора  $F_3$  ( $R$ ) центр, связанный с полосой 380 нм, комплекс четырех вакансий  $F_4$  ( $N$ ) связан с полосами 517 и 547 нм. Установлено также, что  $F$ -центры парамагнитные (Seidel, 1968), а их движение сильно коррелирует с диффузией  $Li^+$  с энергией активации 0,65 эВ и может вызвать значительный ядерный спиновый резонанс для  $^7Li$  и  $^{19}F$  (Klempt, 2001).

Использование лазерной фотоэлектронной проекционной микроскопии с пространственным разрешением 30 нм позволило Конопскому и др. (1996) в микрокристаллах LiF в форме наноиголки радиусом 600 нм увидеть  $F_2$  агрегатные центры при концентрации  $10^{16} \text{ см}^{-3}$  на расстоянии 100-170 нм друг от друга благодаря внешнему фотоэффекту (фотоэмиссия из слоя глубиной до 10 нм). Куррол и др. (2004) применили ультра-короткие лазерные импульсы 60 фс с высокой интенсивностью 10 ГВт для определения порога генерации центров окраски  $2 \text{ ТВт/см}^2$  и предложили механизм формирования дефектов на основе многофотонных возбуждений.

В последнее время большой интерес вызывает образование нанокolloидов Li при облучении гамма-лучами и пучками электронов и других заряженных частиц с энергиями от 100 кэВ до 200 МэВ и их вклад в свойства (Beuneu, 2002; Брюквина, 2012; Davidson, 1995; Ибрагимова, 2012a, 2015b; Лисицина, 2010a, 2013b; Малик, 2003; Montereali, 2010; Федоров, 2013). Разные авторы приписывают коллоидам Li широкую полосу поглощения с максимумом от 420 до 520 нм, а модельный расчет дает максимум экстинкции нанокластеров Li в 437 нм (Montereali, 2010). Брюквиной и др. (2012) исследованы термо- и фотостимулированные процессы создания наночастиц металлического Li при агрегации  $F$ -центров в кристаллах LiF:Mg,OH при  $^{60}Co$  гамма-облучении дозами до  $5 \cdot 10^8 \text{ Р}$  и после отжига при 450-650 К; показано, что длина волны полосы поглощения коллоида Li растет с увеличением его размеров от 10 до 80 нм. Лисициной и др. (2013) представлены доказательства формирования в кристаллической матрице LiF нанодефектов при облучении электронами, в состав которых входят поливалентные ионы активатора (Li, W, Ti, Fe) и кислород в различных состояниях ( $O^{2-}$ ,  $OH^-$ ,  $O^{-2}$ ), что такие нанодефекты являются местом стока электронных возбуждений. Беню и др. (2002) наблюдали широкий парамагнитный сигнал от нанокolloидов Li после облучения электронами при 300 К. Федоров и др. (2013a, 2014b) методами нано- и микроиндентирования, химического травления, оптической и атомно-силовой микроскопии исследовали изменение деформации и разрушения в кристаллах LiF, облученных бета-частицами (энергия электронов 75 кэВ, флюенс  $\sim 4,3 \cdot 10^{18} \text{ эл/м}^2$ ) и обнаружили формирование на их поверхности тонких слоев с высокой нанотвердостью. Малик и др. (2003) облучали кристаллы LiF при 30 °С электронами (35 и 100 МэВ) в интервале доз  $10^9$ – $10^{14} \text{ эл/см}^2$  и плотности тока 100 – 1000 нА и обнаружили немонотонную зависимость подвижности дислокаций от дозы, связанную, по-видимому, как с концентрацией радиационных дефектов, так и с особенностями процессов двойного поперечного скольжения.

Ранее нами (Муссаева, 2011) детально исследована дозовая зависимость спектров поглощения кристаллов толщиной 1 мм после  $^{60}Co$  гамма-облучения кристаллов LiF:Cu при мощности дозы 520 Р/с и 300 К в интервале доз  $10^4$ – $10^8 \text{ Р}$  и показано, что полоса поглощения  $F$ -центров 250 нм насыщается до оптической плотности  $D=3.5$ , а затем после дозы 0.73 МР происходит ее расщепление на дублет и появление полосы поглощения  $F_2$ -центров при 445 нм, которые образуются при дипольном взаимодействии близких пар  $F$ -центров с переносом заряда. В свою очередь полоса поглощения  $F_2$ -центров тоже насыщается до оптической плотности  $D=3.5$ , а затем после дозы  $>10^7 \text{ Р}$  происходит ее расщепление сначала на дублет, а потом на триплет, что характерно для молекулярных центров (Konopski, 1996). Таким образом LiF можно использовать как дозиметр с пределом  $10^7 \text{ Р}$ . Из-за легкости атомов Li только после высокой дозы  $10^9 \text{ Р}$  в спектре рентгеновской дифракции хорошо видны узкие рефлексы (200) от нанокристаллитов Li с размерами 8 нм (Ibragi-

това, 2012а). Применение более высокочувствительного метода гамма-люминесценции позволило в условиях  $>10^6$  Р и выше 370 К наблюдать агрегацию  $F$ -центров в  $F_4^+$  центры с полосой излучательной термостимулированной рекомбинации носителей на интерфейсе Li-нанометалл- LiF-диэлектрик в области 570 нм (Ibragimova, 2015b).

**Целью** настоящей работы – исследование накопления и распада точечных и агрегатных дефектных центров, создаваемых в ионных кристаллах LiF под пучком электронов в промышленном ускорителе с энергией близкой к максимальным ионизационным потерям.

## 2. Эксперимент

Для исследования использовали скинтилляторные кристаллы LiF:Cu толщиной 3 мм. Облучения проводили на ускорителе ЭЛУ-003 электронами со средней энергией 4 МэВ при плотности тока пучка  $50 \text{ нА/см}^2$ , что соответствовало потоку  $0.3 \times 10^{12} \text{ эл/см}^2 \cdot \text{с}$ . Кристалл крепился на электроизолированной подставке, специально не охлаждался и его температура не контролировалась. Интегральная доза (флюенс) накапливалась в 6 этапов последовательного облучения от  $1.8 \cdot 10^{13}$  до  $1.8 \cdot 10^{15} \text{ эл/см}^2$ . Это соответствует ионизационной дозе от 0.3 до 30 МР. Глубина проникновения электронов в материал  $R_0$  (нм) определялась из выражения Канаи-Окаяма (Pau, 2012):

$$R_0 = 0.0276 A E_0^{1.67} / \rho Z^{0.889}$$

где  $R_0$  – глубина проникновения электронов в мишень,  $E_0$  – энергия первичных электронов, кэВ,  $Z$  – атомный номер,  $A$  – атомный вес, г/моль,  $\rho$  – плотность материала мишени, г/см<sup>3</sup>. Энергия электронов для (ЭЛУ-003) 4000 кэВ. Плотность материала мишени для LiF  $\rho = 2.64 \text{ г/см}^3$  а средние значения атомного веса  $A_{\text{LiF}} = \frac{1}{2}(6.9+19) \approx 13 \text{ г/мол}$  и заряда  $Z_{\text{LiF}} = \frac{1}{2}(3+9) = 6$ . Глубина проникновения электронов в LiF составила  $R_0 = 27640 \text{ нм} = 27.6 \text{ мкм}$ , что намного меньше его толщины 3 мм и обеспечивало накопление неравновесного заряда в диэлектрическом образце. Спектры оптического поглощения, снимали на спектрофотометре СФ-56 в интервале 190-1100 нм, через 30 минут после каждого этапа облучения, чтобы увидеть нестабильные центры и динамику релаксации пространственного заряда при торможении электронов пучка в кристалле LiF.

## 3. Результаты и обсуждение

Спектры поглощения кристаллов LiF, снятые сразу после облучения, показаны на рис. 1.

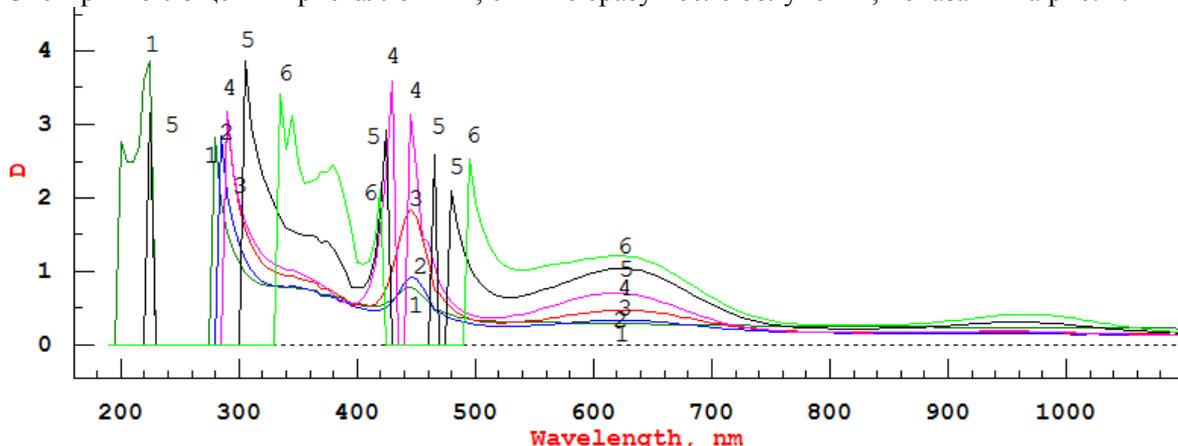


Рис. 1 Спектры поглощения кристаллов LiF после облучения 4 МэВ электронами в интервале флюенсов: 1 –  $1.8 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-2}$ , 2 –  $6.6 \cdot 10^{13}$ , 3 –  $1.6 \cdot 10^{14}$ , 4 –  $3.54 \cdot 10^{14}$ , 5 –  $8.34 \cdot 10^{14}$ , 6 –  $1.8 \cdot 10^{15}$ .

Видно, что уже с начальной дозы облучения  $1.8 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-2}$  (0,5 МР) появляются узкие резонансные пики с максимумами при 200 нм, 225 нм, 280 нм (то есть насыщение концентрации  $F$ -центров и расщепление полосы на дублет произошло при меньшей дозе) и слабая полоса при 450 нм ( $F_2$  центр), 370 нм ( $F_3$  центр), а также широкие полосы 625 нм, 960 нм. Из спектров видно, что при увеличении дозы от  $1.8 \cdot 10^{13}$  до  $1.8 \cdot 10^{15} \text{ эл/см}^2$  пик поглощения смещается от 280 нм до 330 нм, а широкая полоса 450 нм после насыщения расщепляется на дублет при  $3.5 \cdot 10^{14}$ , а затем при дозе  $8.34 \cdot 10^{14}$  на триплет. В соответствии с теорией Мие об экстинкции наночастиц дозовый сдвиг полосы поглощения коллоидов фтора от 275 нм до 330 нм (наблюдаемый на рис.1) связан с ростом их размеров. Скорее всего, это длина 1D краудиона (Лущик, 1989), образующегося в плоскости (111). Высокое отрицательное электронное сродство LiF от  $-2,3$  до  $-2,7$  эВ (Koporski, 1996) позволяет фотоионизацию  $F_2$  – центров при поглощении двух квантов и заселение метастабильного

триплетного уровня  $^3M$ , который наблюдается в спектрах на рис. 1. Такие же спектры наблюдались нами сразу после гамма-облучения, но широкие полосы 620 и 960 нм были намного слабее (Муссаева и др., 2010, Ибрагимова и др., 2012). Расщепление гауссовой полосы на дублет или триплет может происходить из-за роста дисперсии показателя преломления в результате взаимодействия электронных осцилляторов в близких вакантных узлах. Следует отметить, что сразу после облучения кристалл приобретал зеленую окраску, связанную с полосой 620 нм, плотность которой росла вместе с полосой 450 нм с накоплением дозы. Многие авторы приписывают полосу 625 нм нестабильному  $F_2^+$  центру, поскольку при его распаде возбуждается фотолюминесценция 670 нм нейтрального  $F_2$  центра. Рекомбинационная катодо-люминесценция в 670 и 910 нм (и возможно длительная фосфоресценция при релаксации запасенного заряда) ослабляет регистрируемую оптическую плотность в этой области спектра.

Поскольку при облучении электронами происходит образование сложных центров из точечных, включая  $F_3$  центры с поглощением в 300-320 нм, это значит, что нагрев кристалла под пучком электронов при плотности тока  $50 \text{ нА/см}^2$  и наборе дозы  $10^{15} \text{ см}^{-2}$  не превышает 370 К.

На рис. 2 показаны дозовые зависимости полос молекулярных М центров после облучения электронами с энергией 4 МэВ флюенсами:  $1.8 \cdot 10^{13}$ ,  $6.6 \cdot 10^{13}$ ,  $1.6 \cdot 10^{14}$ ,  $3.54 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-2}$ . Слева на рис. 2. видно линейное дозовое накопление М-центров с полосой при 450 нм до  $3.54 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-2}$ , затем происходит расщепление (рис.1) в результате диполь-дипольного взаимодействия двух близких М-центров. Справа на рис.2 видно, что  $M^+$  полоса 620 нм растет сублинейно и после дозы  $4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-2}$  практически выходит на насыщение. Наблюдаемый характер дозовой зависимости процесса образования заряженных молекулярных центров в виде кривой с насыщением может иметь следующее объяснение. В легированных кристаллах LiF большая часть электронных возбуждений распадается на френкелевские пары не в объеме решетки, а в области нанодфекта. Процесс создания  $F_2^-$  центров в области нанодфекта включает два этапа: создание F-центров на дорациационных присутствующих в нанодфекте анионных вакансиях и распад экситона ( $e^0$ ) в области созданного F-центра на френкелевскую пару (Лисицына и др., 2013).

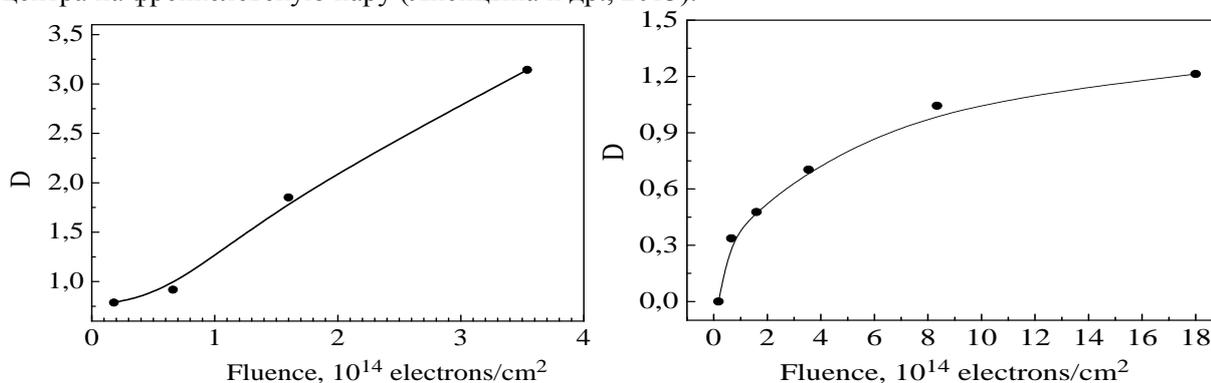


Рис. 2 Дозовое накопление центров окраски: слева - М полоса 450 нм, справа -  $M^+$  полоса 620 нм

На рис 3. показана кинетика уменьшения оптической плотности полос 620 нм ( $M^+$ ) и 960 нм (М) после двух флюенсов в результате распада заряженных молекулярных центров.

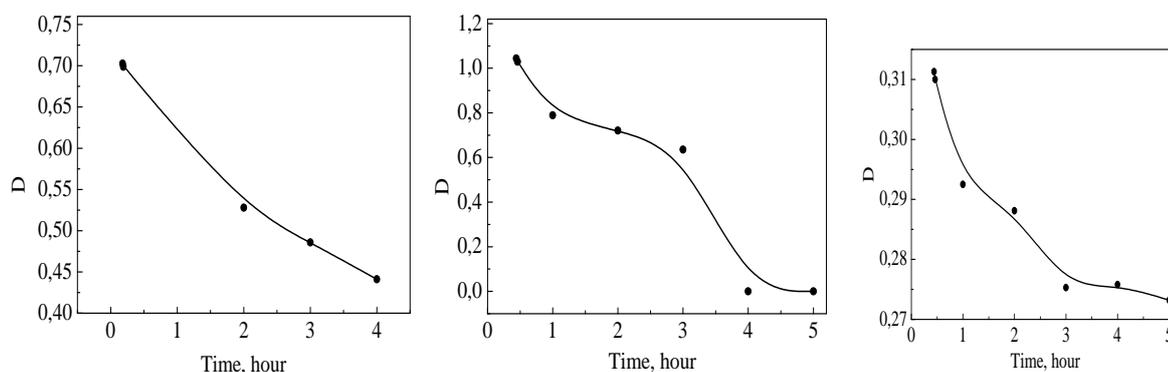


Рис. 3 Кинетика распада нестабильных центров окраски: слева и в центре -  $M^+F_2^+$  полосы 620 нм (флюенсы  $3.54 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-2}$  и  $8.34 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-2}$ ); справа -  $M F_2^-$  полосы 960 нм (флюенс  $8.34 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-2}$ ).

Последовательные измерения при 300 К в течение нескольких часов после облучения показали, что полоса 620 нм ослабляется по степенному закону. Гиперболический распад означает рекомбинацию носителей, когда при кулоновском притяжении  $M^-$  центры отдают по одному электрону  $M^+$  центрам с образованием нейтральных  $N$  ( $F_4$ ), вмещающих коллоиды  $Li_4$ . Лисицина и др. (2001) тоже отмечала нестабильность заряженных бивакансий, созданных в LiF импульсным электронным облучением.

Известно, что положительная вакансия иона лития  $V_{Li}^+$  при 300 К очень подвижна (240 перескоков/сек), что приводит к ее рекомбинации с анионами  $F^-$  и образованию атомов фтора. Нами ранее показано, что транспорт носителей в кристаллах LiF:Cu, предварительно гамма-облученных дозами  $10^7$  и  $10^8$  Р в интервале температур 273–473 К определяется механизмом прыжков по локализованным состояниям  $lg(\sigma \cdot T^{1/2}) \sim T^{-1/4}$ . Агрегатные  $F$ -центры и наноразмерные коллоиды Li создаются при ионизирующем воздействии в интервале температур, когда локализованные носители освобождаются из ловушек центров окраски и вакансии  $V_{Li}$  высокоподвижны.

Куликов (2007) исследовал эффективность процесса локализации неравновесных электронов центрами захвата в ЦГК, кварце, полиметилметакрилате при импульсном электроном облучении (250 кэВ, 18 нс, 3–20 А/см<sup>2</sup>). Накопление захваченного заряда оценивалось по электризации высокоомных материалов при облучении. Показано, что в образцах диэлектриков происходит опустошение ловушек, захвативших термализованные электроны, за счет процесса ударной ионизации под действием первичных электронов пучка и вторичных электронов.

### Выводы

За исключением френкелевской пары первичных анионных нуль-размерных (0D) дефектов, остальные наблюдаемые в LiF центры имеют размерности 1D ( $F_2$  и молекулы  $F_2$ ), 1D или 2D ( $F_3$ ,  $F_4$ ) и 3D (коллоиды Li). Поэтому гауссовую форму полосы поглощения имеют только изолированные (то есть невзаимодействующие) 0D центры.

При облучении электронным пучком (плотность тока 50 нА/см<sup>2</sup>) щелочно-галогидных кристаллов LiF, приобретал зеленую окраску, связанную с нестабильной полосой 620 нм, плотность которой растет с накоплением дозы облучения от  $1.8 \cdot 10^{13}$  см<sup>-2</sup> до  $1.8 \cdot 10^{15}$  см<sup>-2</sup> и ослабляется в течение 5 часов при 300 К. Стабильная окраска связана с нейтральными  $F_n$  центрами и коллоидами Li, поглощение которых можно использовать для интенсивной дозиметрии. Например, полоса 370–380 нм  $F_3$  центра не достигает насыщения в исследованном интервале доз 4 МэВ электронов  $10^{13}$  –  $10^{15}$  см<sup>-2</sup>, применяемых в технологиях на основе электронных пучков.

Дозовый рост концентрации центров прекращается и соответствующая полоса поглощения расщепляется, когда достигается критическое межцентровое расстояние, при котором одиночные центры начинают взаимодействовать и образуют парные центры. Близкие взаимодействующие центры ведут себя как молекулы и характеризуются дублетными асимметричными полосами (скорее линиями) поглощения. Коротковолновые и длинноволновые стороны уширяются в результате вклада молекулярного рассеяния и диполь-дипольного взаимодействия. Если центры парамагнитные, то добавляется магнитное взаимодействие. Наноразмерные 3D коллоиды Li с металлическими свойствами ответственны за полосы от 420 до 520 нм и широкие плазмоны в 620 и 900 нм. Они участвуют в излучательной рекомбинации центров и носителей при высоких флюенсах и повышенных температурах >100°C (370 К).

Работа поддерживается грантом ККРНТ РУз 6828/Ф3-2016-0908141713.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Александров, А.Б., Алукер, Е.Д., Васильев, И.А., Нечаев А.Ф., Чернов. С.А., 1989. Введение в Радиационную Физику и Химию Поверхности Щелочно-галогидных Кристаллов, Зинатне, Рига. [2] Baldacchini, G. and Montecchi, R.M., 2001. New perspectives of coloured LiF for optoelectronic devices. *Opt. Mater.*, 16, 53-61. [3] Baldacchini, G. 2002. Colored LiF: an optical material for all seasons. *J. of Luminesc.*, 100, 333-343. [4] Basiev, T.T., Mirov, S.B., 1994. Room Temperature Tunable Color Center Lasers, Academic Publisher, Harwood, Switzerland. [5] Beuneu, F., Vajda, P., Zogal, O.J., 2002. Li colloids created by electron-irradiation of LiF: A great wealth of properties. *Nucl. Instrum. and Methods in Phys. Res. Section B*, 191, 149-153. [6] Bonfigli F., Montecchi M., Montecchi R.M., Nichelatti E., Piccinini M., Somma F., 2010. Colour-centre concentrations in broad-band light-emitting strip waveguides in Lithium Fluoride. *J. of Phys: Conf. Ser.* 249, 012004. doi:10.1088/1742-6596/249/1/012004 [7] Брюквина, Л.И., Мартынович, Е.Ф., 2012. Образование и свойства металлических наночастиц во фторидах лития и натрия с радиационно-созданными центрами окраски. *Физ. Тверд. Тела*, 54,

2056–2061. [8] Courrol, L.C., Samad, R.E., Gomes, L., Ranieri, I.M., Baldochi, S.L., deFreitas, A.Z., Vieira Jr, N.D., 2004. Color center production by femtosecond pulse laser irradiation in LiF crystals. *Optics Express*, 12 (2), 288–293. [9] Davidson, A.T., Comins, J.D., Raphuthi, A.M.J., Kozakiewicz, A.G., Sendezera, E.J., Derry, T.E., 1995. Colour centres, dislocations and colloids in ion-implanted LiF and LiF(Mg). *J. Phys.: Condens. Matter*, 7, 3211–3226. [10] Ibragimova, E.M., Mussaeva, M.A., Kalanov, M.U., Mukhamedshina N.M., Sandalov, V.N., 2012. Lithium nanoparticles in lithium fluorite crystals. *J. Phys.: Conf. Ser.* 391, 012172. [11] Ibragimova E.M., M.A. Buzrikov Sh.N., 2015. Recombination gamma-luminescence at the nanometal Li – dielectric LiF interfaces. *Radiat. Phys. and Chem.* 111, 40–45. [12] Kawamura, K., Hirano, M., Kurobori, T., Takamizu, D., Kamiya, T., Hosono, H., 2004. Femtosecond-laser-encoded distributed-feedback color center laser in lithium fluoride single crystals. *Appl. Phys. Lett.* 84, 311–313. [13] Klempt, T., Schweizer, S., Schwartz, K., Kanert, O., Suter, D., Rogulis, U., Spaeth, J.-M., 2001. Magnetic resonance investigation of the dynamics of F centers in LiF. *Solid State Commun.* 119, 453–458. [14] Konopsky, V.N., Sekatskii, S.K., Letokhov, V.S., 1996. Laser photoelectron projection microscopy with subwavelength spatial resolution. *Appl. Surface Sci.* 94/95, 148–155. [15] Куликов, В.Д., 2007. Особенности заполнения центров захвата электронами в диэлектрических материалах при интенсивном электронном облучении. *Журн. Техн. физики*, 77(5), 23–29. [16] Lakshmanan, A.R., Madhusoodanan, U., Natarajan, A., Panigrahi, B.S., 1996. Photoluminescence of F-aggregate centers in thermal neutron irradiated LiF TLD-100 single crystals. [17] Лисицына, Л.А., Гречкина, Т.В., Корепанов, В.И., Лисицын, В.М., 2001. Короткоживущие первичные радиационные дефекты в кристалле LiF. *Физ. Тв. тела*, 43(9), 1613–1618. [18] Лисицына, Л.А., Лисицын, В.М., 2013. Состав нанодфектов в активированных кристаллах фторида лития. *Физика твердого тела*, 55(11), 2183–2189. [19] Лущик, Ч.Б., Лущик, А.Ч., 1989. Распад электронных возбуждений с образованием дефектов в твердых телах. М: «Наука», 296 с. [20] Малик, А.К., Неклюдов, И.М., 2003. Подвижность дислокаций в кристаллах LiF, облученных высокоэнергичными электронами. *Вопросы атомной науки и техники. Серия: Физика радиационных повреждений и радиационное материаловедение*, 83(3), 44–46. [21] Montearali, R.M., Bonfigli, F., Mussi, V., Nichelatti, E., Santoni, A., Scaglione S., 2010. Optical investigation of metallic lithium colloids and F-centers in ion-assisted LiF thin films. *IOP Conf. Series: mater. Sci. and Engin.* 15, 012017, doi:10.1088/1757-899X/15/1/012017. [22] Муссаева, М.А., Ибрагимова, Э.М., Бузриков Ш.Н., 2011. Образование наночастиц при взаимодействии радиационных точечных дефектов в кристаллах LiF. *Доклады АН РУз*, 1, 29–32. [23] Рау, Э.И., 2012. Моделирование взаимодействия электронного пучка с веществом методом Монте-Карло. *Физический факультет МГУ*, с.1–15. [24] Santo, A.M.E., Courrol, L.C., Ranieri, I.M., Wetter, N.U., Vieira Jr., N.D., Baldochi, S.L., 2004. Optical properties of lithium fluoride fibers grown by micro-pulling-down method. *Opt. Mater.*, 27, 487–490. doi:10.16/j.optmat.2004.05.006 [25] Seidel, H., Wolf, H.C., 1968, in W.B. Fowler (ed). *Physics of Color Centers*, Academic Press, New York, chapter 8. [26] Федоров, В.А., Новиков, Г.В., 2013. Влияние бета-облучения на проявление оптической активности, механические свойства кристаллов LiF в нано- и микрообъемах. *Вестник ТГУ ISSN 1810-0198.*, 18(4), 1782–1785. [27] Федоров, В.А., Новиков, Г.В., Новгородов, Л.А., Васильева, С.В., Подкауру. А.М., 2014. Особенности деформации и разрушения при микроиндентировании кристаллов LiF, облученных электронами. *Вестник ТГУ ISSN 1810-0198*, 19(2), 717–721.

## EFFECTIVE ACTION AT WEAK COUPLING LIMIT

B.A. Fayzullaev, M. Ergasheva

*National University of Uzbekistan, Department of Theoretical Physics*

### Introduction

In [1] the following system of equations for the QED effective action was derived:

$$\begin{aligned}
 -ie\hbar \text{Tr} \left( \frac{\delta \bar{\psi}^i}{\delta \bar{\eta}^i} \gamma_\mu \right) &= -ie\hbar \text{Tr} \left( \frac{\delta \psi^i}{\delta \eta^i} \gamma_\mu \right) = J_\mu^i - e\bar{\psi} \gamma_\mu \psi + D_{\mu\nu}^{-1} A^\nu \\
 -ie\hbar \frac{\delta \bar{\psi}^i}{\delta J_\mu^i} \gamma_\mu &= ie\hbar \frac{\delta \hat{A}}{\delta \eta} = \bar{\eta}_\alpha^i - \left[ \bar{\psi}(x) \left( i\tilde{\partial} + e\hat{A} + m \right) \right]_\alpha \\
 ie\hbar \gamma_\mu \frac{\delta \psi^i}{\delta J_\mu^i} &= ie\hbar \frac{\delta \hat{A}}{\delta \bar{\eta}} = -\eta_\alpha^i - \left[ \left( i\hat{\partial} - e\hat{A} - m \right) \psi \right]_\alpha
 \end{aligned}$$

where  $D_{\mu\nu}^{-1} = g_{\mu\nu} \partial^2 - \left( 1 - \frac{1}{\alpha} \right) \partial_\mu \partial_\nu$  is free photon propagator and

$$\psi = \frac{\delta W}{\delta \bar{\eta}}, \bar{\psi} = -\frac{\delta W}{\delta \eta}, A_\mu = \frac{\delta W}{\delta J_\mu}$$

are vacuum expectations of quantum fields in the presence of external sources  $\eta, \bar{\eta}, J_\mu$ .

Here  $W$  is the effective action, i.e., action which contains all quantum corrections. Our aim is to investigate these equations in the weak coupling limit  $e \rightarrow 0$ . It is obvious that in this limit the system above turns to be algebraic one instead of previous differential form. This means the point  $e = 0$  is a singular point for this system of equations. In this case we can not to find perturbative solutions to starting equations as regular expansion over small  $e$ . In this case we should to search such expansion as singular perturbative one [2] dividing our fields into regular and singular parts as follows:

$$\psi = \psi_R + \Pi \psi, \bar{\psi} = \bar{\psi}_R + \Pi \bar{\psi}, A_\mu = A_\mu^R + \Pi A_\mu$$

where  $\Pi f$  means the singular part of the field  $f$ . Equations for regular parts of the above system has been solved and presented in many textbooks as standard Feynman graphs.

## II. Singular part

We will acting according to method presented in [2]. Equations for singular parts of quantum fields are worse than for regular ones and they have following form:

$$i\hbar Tr \left( \frac{\delta \Pi \psi(e\sigma; e)}{\delta \rho} \gamma_\mu \right) = i\hbar Tr \left( \frac{\delta \Pi \bar{\psi}(e\sigma; e)}{\delta \bar{\rho}} \gamma_\mu \right) = e \Pi \bar{\psi}(e\sigma; e) \gamma_\mu \psi(e\sigma; e) + \quad (1)$$

$$+ e \bar{\psi}(e\sigma; e) \gamma_\mu \Pi \psi(e\sigma; e) + e \Pi \bar{\psi}(e\sigma; e) \gamma_\mu \psi(e\sigma; e) - D_{\mu\nu}^{-1} \Pi A^\nu(e\sigma; e);$$

$$-i\hbar \frac{\delta \Pi \bar{\psi}(e\sigma; e)}{\delta j_\mu} \gamma_\mu = i\hbar \frac{\delta \Pi \hat{A}(e\sigma; e)}{\delta \rho} = -\Pi \bar{\psi}(e\sigma; e) \left( i\hat{\partial} + m \right) - e \Pi \bar{\psi}(e\sigma; e) \Pi \hat{A}(e\sigma; e) - \quad (2)$$

$$e \bar{\psi}(e\sigma; e) \Pi \hat{A}(e\sigma; e) - e \Pi \bar{\psi}(e\sigma; e) \Pi \hat{A}(e\sigma; e)$$

$$i\hbar \gamma_\mu \frac{\delta \Pi \psi(e\sigma; e)}{\delta j_\mu} = i\hbar \frac{\delta \Pi \hat{A}(e\sigma; e)}{\delta \bar{\rho}} = -\left( i\hat{\partial} - m \right) \Pi \psi(e\sigma; e) + e \hat{A}(e\sigma; e) \Pi \psi(e\sigma; e) + \quad (3)$$

$$e \Pi \hat{A}(e\sigma; e) \psi(e\sigma; e) + e \Pi \hat{A}(e\sigma; e) \delta \Pi \psi(e\sigma; e)$$

Recall that fields  $\psi(e\sigma; e)$ ,  $\bar{\psi}(e\sigma; e)$  and  $A_\mu(e\sigma; e)$  are regular parts of corresponding fields, but they are functions not of  $s = (J_\mu, \eta, \bar{\eta})$ , but of  $e\sigma = (ej_\mu, e\rho, e\bar{\rho})$

At first step we should to extract zeroth order equations from above mentioned ones:

$$i\hbar Tr \left( \frac{\delta \Pi_0 \psi(\sigma)}{\delta \rho} \gamma_\mu \right) = i\hbar Tr \left( \frac{\delta \Pi_0 \bar{\psi}(\sigma)}{\delta \bar{\rho}} \gamma_\mu \right) = -D_{\mu\nu}^{-1} \Pi_0 A^\nu(\sigma) \quad (4)$$

$$i\hbar \frac{\delta \Pi_0 \bar{\psi}(\sigma)}{\delta j_\mu} \gamma_\mu = i\hbar \frac{\delta \Pi_0 \hat{A}(\sigma)}{\delta \rho} \gamma_\mu = -\Pi_0 A^\nu(\sigma) \Pi_0 \bar{\psi}(\sigma) \left( i\hat{\partial} + m \right) \quad (5)$$

$$i\hbar \gamma_\mu \frac{\delta \Pi_0 \psi(\sigma)}{\delta j_\mu} = i\hbar \frac{\delta \Pi_0 \hat{A}(\sigma)}{\delta \bar{\rho}} = -\left( i\hat{\partial} - m \right) \Pi_0 \psi(\sigma) \quad (6)$$

It is easy to find a general form of solutions for  $\Pi_0 \psi(\sigma)$  and  $\Pi_0 \bar{\psi}(\sigma)$

$$\Pi_0 \psi = \exp \left( \frac{i}{4\hbar} (i\hat{\partial} - m) \hat{j} \right) f, \Pi_0 \bar{\psi} = \bar{f} \exp \left( -\frac{i}{4\hbar} (i\hat{\partial} + m) \hat{j} \right) \quad (7)$$

here unknown function  $f$  are functions of these type :  $f(\bar{\rho}, \rho) = f(\bar{\rho}\rho)$

Substituting (7) into second equations in (5) and (6) and taking into account (4) we can find an second order differential equations for  $f$  and  $\bar{f}$  :

$$\begin{aligned} & \hbar^2 D^{\mu\nu} \{ \gamma_\mu \rho \left[ f \text{Tr} \left( \gamma_\nu \exp \left[ \frac{i}{4\hbar} \hat{j} (i\hat{\partial} - m) \right] \right) - f'' \bar{\rho} \gamma_\nu \exp \left[ \frac{i}{4\hbar} \hat{j} (i\hat{\partial} - m) \right] \rho \right] - \\ & - f' \gamma_\mu \gamma_\nu \exp \left[ \frac{i}{4\hbar} \hat{j} (i\hat{\partial} - m) \right] \rho \} = (i\hat{\partial} - m) \exp \left[ \frac{i}{4\hbar} \hat{j} (i\hat{\partial} - m) \right] f \rho \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \hbar^2 D^{\mu\nu} \{ \bar{\rho} \gamma_\mu \left[ -f \text{Tr} \left( \exp \left[ -\frac{i}{4\hbar} (i\tilde{\partial} + m) \hat{j} \right] \gamma_\nu \right) + f'' \rho \exp \left[ -\frac{i}{4\hbar} (i\tilde{\partial} + m) \hat{j} \right] \gamma_\nu \rho \right] + \\ & + f' \bar{\rho} \exp \left[ -\frac{i}{4\hbar} (i\tilde{\partial} + m) \hat{j} \right] \gamma_\mu \gamma_\nu \} = \bar{\rho} f \exp \left[ -\frac{i}{4\hbar} (i\tilde{\partial} + m) \hat{j} \right] (i\tilde{\partial} + m) \end{aligned} \quad (9)$$

It is very difficult to analyze this equation in general form we will put  $j_\mu = 0$ . Finally, the last equations take a simple form as

$$\begin{aligned} \hbar^2 D_\mu^\mu f'' + \hbar^2 D_\mu^\mu \frac{f'}{x} + (i\hat{\partial} - m) \frac{f}{x} &= 0 \\ \hbar^2 D_\mu^\mu f'' + \hbar^2 D_\mu^\mu \frac{f'}{x} - \frac{f}{x} (i\tilde{\partial} + m) &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

where  $x = \rho \bar{\rho} = \frac{\eta \bar{\eta}}{e^2}$ . Any of these equations has singular points at  $x=0$  and  $x=\infty$ . They correspond to  $e^2 = \infty$  and  $e^2 = 0$ , respectively. This means that the effective action  $W$  has singularity at these points.

### III. Conclusion

The singularity at  $e^2 = \infty$  is not physically interesting, but the singularity at  $x = \infty$ , which corresponds to  $e^2 = 0$ , is very interesting – its existence means that we can't "switch off" electromagnetic interaction and go to "free electron" in general. We find that effective action in QED has an essential singularity at  $e^2 = 0$ . It is the time to remember Dyson's proof [3] that perturbation series in QED is asymptotic one. Our consideration shows that QED effective action can't be an analytic function in the neighborhood of  $e^2 = 0$ , consequently, any series in this region can't be convergent one.

In the light of this singularity the notion of "free electron" should be revised – because it is impossible to "switch off" the electromagnetic interaction the existence of free, noninteracting electrically charged particle is questionable. But this point is very hard one and more accurate studies required to be conclusively established.

### REFERENCES

[1] B.A. Fayzullaev and M.M. Musakhanov, Annals of Phys. (NY) (1995) 394. [2] A.B. Vasil'eva, V.F. Butuzov, Asymptotic expansions of solutions of singular perturbed equations. 1973. [3] F. Dyson, Phys. Rev. 85, 631 (1952).

## EFFECTIVE ACTION FOR QED AT WEAK COUPLING LIMIT

B.A. Fayzullaev, M. Ergashova

National University of Uzbekistan, Department of Theoretical Physics,  
e-mail: [bfayzullaev@nuu.uz](mailto:bfayzullaev@nuu.uz)

### Abstract

In this article a mathematical question of zero charge limit  $e \rightarrow 0$  in QED is considered. It is shown, that  $e = 0$  point is singular one for the effective (full quantum) action  $W$  in QED. This means that commonly

used notion of the notion of “free electron” should be revised – because it is impossible to “switch off” the electromagnetic interaction the existence of free, noninteracting electrically charged particle is questionable.

### Introduction

In [1] the following system of equations for the effective action in quantum electrodynamics (QED) was derived:

$$\begin{aligned} -ie\hbar \text{Tr} \left( \frac{\delta \bar{\psi}^i}{\delta \bar{\eta}^i} \gamma_\mu \right) &= -ie\hbar \text{Tr} \left( \frac{\delta \psi^i}{\delta \eta^i} \gamma_\mu \right) = J_\mu^i - e \bar{\psi} \gamma_\mu \psi + D_{\mu\nu}^{-1} A^\nu \\ -ie\hbar \frac{\delta \bar{\psi}^i}{\delta J_\mu^i} \gamma_\mu &= ie\hbar \frac{\delta \hat{A}}{\delta \eta} = \bar{\eta}_\alpha^i - \left[ \bar{\psi}(x) \left( i\hat{\partial} + e\hat{A} + m \right) \right]_\alpha \\ ie\hbar \gamma_\mu \frac{\delta \psi^i}{\delta J_\mu^i} &= ie\hbar \frac{\delta \hat{A}}{\delta \bar{\eta}} = -\eta_\alpha^i - \left[ \left( i\hat{\partial} - e\hat{A} - m \right) \psi \right]_\alpha \end{aligned}$$

where  $D_{\mu\nu}^{-1} = g_{\mu\nu} \partial^2 - \left( 1 - \frac{1}{\alpha} \right) \partial_\mu \partial_\nu$  is free photon propagator and

$$\psi = \frac{\delta W}{\delta \bar{\eta}}, \bar{\psi} = -\frac{\delta W}{\delta \eta}, A_\mu = \frac{\delta W}{\delta J_\mu}$$

are vacuum expectations of quantum fields in the presence of external sources  $\eta, \bar{\eta}, J_\mu$ . Here W is the effective action, i.e., action which contains all quantum corrections. Our aim is to investigate these equations in the weak coupling limit  $e \rightarrow 0$ . Here  $e$  is charge of electron. It is obvious that in this limit the system above turns to be algebraic one instead of previous differential form. This means the point  $e = 0$  is a singular point for this system of equations. In this case we can not find perturbative solutions to these equations as regular expansion over small  $e$ . In this case we should search such expansion as singular perturbative one [2] dividing our fields into regular and singular parts as follows:

$$\psi = \psi_R + \Pi \psi, \bar{\psi} = \bar{\psi}_R + \Pi \bar{\psi}, A_\mu = A_\mu^R + \Pi A_\mu$$

where  $\Pi f$  means the singular part of the field  $f$ . Equations for regular parts of the above system has been solved and presented in many textbooks as standard Feynman graphs.

### II. Singular part

We will act according to method presented in [2]. Equations for singular parts of quantum fields are worse than for regular ones and they have following form:

$$i\hbar \text{Tr} \left( \frac{\delta \Pi \psi(e\sigma; e)}{\delta \rho} \gamma_\mu \right) = i\hbar \text{Tr} \left( \frac{\delta \Pi \bar{\psi}(e\sigma; e)}{\delta \bar{\rho}} \gamma_\mu \right) = e \Pi \bar{\psi}(e\sigma; e) \gamma_\mu \psi(e\sigma; e) + \quad (1)$$

$$+ e \bar{\psi}(e\sigma; e) \gamma_\mu \Pi \psi(e\sigma; e) + e \Pi \bar{\psi}(e\sigma; e) \gamma_\mu \psi(e\sigma; e) - D_{\mu\nu}^{-1} \Pi A^\nu(e\sigma; e);$$

$$-i\hbar \frac{\delta \Pi \bar{\psi}(e\sigma; e)}{\delta j_\mu} \gamma_\mu = i\hbar \frac{\delta \Pi \hat{A}(e\sigma; e)}{\delta \rho} = -\Pi \bar{\psi}(e\sigma; e) \left( i\hat{\partial} + m \right) - e \Pi \bar{\psi}(e\sigma; e) \Pi \hat{A}(e\sigma; e) - \quad (2)$$

$$e \bar{\psi}(e\sigma; e) \Pi \hat{A}(e\sigma; e) - e \Pi \bar{\psi}(e\sigma; e) \Pi \hat{A}(e\sigma; e)$$

$$i\hbar \gamma_\mu \frac{\delta \Pi \psi(e\sigma; e)}{\delta j_\mu} = i\hbar \frac{\delta \Pi \hat{A}(e\sigma; e)}{\delta \bar{\rho}} = -\left( i\hat{\partial} - m \right) \Pi \psi(e\sigma; e) + e \hat{A}(e\sigma; e) \Pi \psi(e\sigma; e) + \quad (3)$$

$$e \Pi \hat{A}(e\sigma; e) \psi(e\sigma; e) + e \Pi \hat{A}(e\sigma; e) \delta \Pi \psi(e\sigma; e)$$

Recall that fields  $\psi(e\sigma; e)$ ,  $\bar{\psi}(e\sigma; e)$  and  $A_\mu(e\sigma; e)$  are regular parts of corresponding fields, but they are functions not of  $S = (J_\mu, \eta, \bar{\eta})$ , but of  $e\sigma = (ej_\mu, e\rho, e\bar{\rho})$

At first step we should extract zeroth order equations from above mentioned ones:

$$i\hbar \text{Tr} \left( \frac{\delta \Pi_0 \psi(\sigma)}{\delta \rho} \gamma_\mu \right) = i\hbar \text{Tr} \left( \frac{\delta \Pi_0 \bar{\psi}(\sigma)}{\delta \bar{\rho}} \gamma_\mu \right) = -D_{\mu\nu}^{-1} \Pi_0 A^\nu(\sigma) \quad (4)$$

$$i\hbar \frac{\delta \Pi_0 \bar{\psi}(\sigma)}{\delta j_\mu} \gamma_\mu = i\hbar \frac{\delta \Pi_0 \hat{A}(\sigma)}{\delta \rho} \gamma_\mu = -\Pi_0 A^\nu(\sigma) \Pi_0 \bar{\psi}(\sigma) (i\hat{\partial} + m) \quad (5)$$

$$i\hbar \gamma_\mu \frac{\delta \Pi_0 \psi(\sigma)}{\delta j_\mu} = i\hbar \frac{\delta \Pi_0 \hat{A}(\sigma)}{\delta \bar{\rho}} = -(i\hat{\partial} - m) \Pi_0 \psi(\sigma) \quad (6)$$

It is easy to find a general form of solutions for  $\Pi_0 \psi(\sigma)$  and  $\Pi_0 \bar{\psi}(\sigma)$

$$\Pi_0 \psi = \exp\left(\frac{i}{4\hbar} (i\hat{\partial} - m) \hat{j}\right) f, \Pi_0 \bar{\psi} = \bar{f} \exp\left(-\frac{i}{4\hbar} (i\hat{\partial} + m) \hat{j}\right) \quad (7)$$

Here unknown function  $f$  are functions of these type :  $f(\bar{\rho}, \rho) = f(\bar{\rho}\rho)$

Substituting (7) into second equations in (5) and (6) and taking into account (4) we can find an second order differential equations for  $f$  and  $\bar{f}$  :

$$\hbar^2 D^{\mu\nu} \{ \gamma_\mu \rho \left[ f \text{Tr} \left( \gamma_\nu \exp \left[ \frac{i}{4\hbar} \hat{j} (i\hat{\partial} - m) \right] \right) - f'' \bar{\rho} \gamma_\nu \exp \left[ \frac{i}{4\hbar} \hat{j} (i\hat{\partial} - m) \right] \rho \right] - \quad (8)$$

$$- f' \gamma_\mu \gamma_\nu \exp \left[ \frac{i}{4\hbar} \hat{j} (i\hat{\partial} - m) \right] \rho \} = (i\hat{\partial} - m) \exp \left[ \frac{i}{4\hbar} \hat{j} (i\hat{\partial} - m) \right] f \rho$$

$$\hbar^2 D^{\mu\nu} \{ \bar{\rho} \gamma_\mu \left[ -f \text{Tr} \left( \exp \left[ -\frac{i}{4\hbar} (i\hat{\partial} + m) \hat{j} \right] \gamma_\nu \right) + f'' \rho \exp \left[ -\frac{i}{4\hbar} (i\hat{\partial} + m) \hat{j} \right] \gamma_\nu \rho \right] + \quad (9)$$

$$+ f' \bar{\rho} \exp \left[ -\frac{i}{4\hbar} (i\hat{\partial} + m) \hat{j} \right] \gamma_\mu \gamma_\nu \} = \bar{\rho} f \exp \left[ -\frac{i}{4\hbar} (i\hat{\partial} + m) \hat{j} \right] (i\hat{\partial} + m)$$

It is very difficult to analyze this equation in general form we will put  $j_\mu = 0$ . Finally, the last equations take a simple form as

$$\hbar^2 D_\mu^\mu f'' + \hbar^2 D_\mu^\mu \frac{f'}{x} + (i\hat{\partial} - m) \frac{f}{x} = 0 \quad (10)$$

$$\hbar^2 D_\mu^\mu f'' + \hbar^2 D_\mu^\mu \frac{f'}{x} - \frac{f}{x} (i\hat{\partial} + m) = 0$$

where  $x = \rho\bar{\rho} = \frac{\eta\bar{\eta}}{e^2}$ . Any of these equations has singular points at  $x=0$  and  $x=\infty$ . They correspond to  $e^2 = \infty$  and  $e^2 = 0$ , respectively. This means that the effective action W has singularity at these points.

### III. Conclusion

The singularity at  $e^2 = \infty$  is not physically interesting, but the singularity at  $x = \infty$ , which corresponds to  $e^2 = 0$ , is very interesting – its existence means that we can't “switch off” electromagnetic interaction and go to “free electron” in general. We find that effective action in QED has an essential singularity at  $e^2 = 0$ . It is the time to remember Dyson's proof [3] that perturbation series in QED is asymptotic one. Our consideration shows that QED effective action can't be an analytic function in the neighborhood of  $e^2 = 0$ , consequently, any series in this region can't be convergent one.

In the light of this singularity the notion of “free electron” should be revised – because it is impossible to “switch off” the electromagnetic interaction the existence of free, noninteracting electrically charged particle is questionable. But this point is very hard one and more accurate studies required to be conclusively established.

### REFERENCES

- [1] B.A.Fayzullaev and M.M.Musakhanov, Annals of Phys.(NY) (1995)394.[2] A.B.Vasil'eva, V.F. Butuzov, Asymptotic expansions of solutions of singular perturbed equations. 1973.[3] F.Dyson, Phys.Rev. 85, 631 (1952).

## DYNAMICS OF MULTI-SOLITON MOLECULES IN DIPOLAR BOSE-EINSTEIN CONDENSATES

SH.R. Otajonov, B.B. Baizakov

Physical-Technical Institute, Uzbek Academy of Sciences, 2-b, Bodomzor str., 100084, Tashkent, Uzbekistan, E-mail: baizakov@uzsci.net

### Abstract

*In this paper we develop a mathematical model, based on the collective coordinate approach, for the dynamics of multi-soliton molecules in dipolar Bose-Einstein condensates. We mainly focus on four- and five-soliton molecules, governed by the nonlocal Gross-Pitaevskii equation. Detailed comparison of the analytical and numerical results is presented.*

### 1. Introduction

One of the interesting aspects of matter - wave solitons in dipolar Bose - Einstein condensates (BEC) is that, they can form stable bound states. Dynamical features of soliton bound states are similar to those of ordinary molecules, assembled from neutral atoms. That is why such soliton compounds are frequently named as "soliton molecules". The existence regimes and some dynamic properties of two-soliton molecules in dipolar BEC were investigated [1,2]. A molecular type of interaction, when two solitons attract each - other at large separation, and repel when they are close, is the most important property inherent to solitons in dipolar BEC. Mutual interactions and scattering of solitons in dipolar BEC are strongly influenced by this property [3].

It should be noted that matter-wave solitons in ordinary BEC with contact atomic interactions, and optical solitons in fibers with uniform dispersion, described by usual Gross-Pitaevskii (nonlinear Schrödinger) equation, do not exhibit such a property. Consequently, true soliton molecules with finite binding energy do not exist in ordinary BEC and uniform optical fibers. The situation is different in so-called dispersion - managed optical fibers, where alternating fiber segments with anomalous and normal group velocity dispersion are linked sequentially. Conditions for the existence of soliton molecules in such optical fibers can be favorable. Indeed, two- and three-soliton molecules for the first time were experimentally observed in dispersion- managed optical fibers [4,5]. Potential application of soliton molecules as carriers of information in fiber optic communication systems is discussed [6].

In this paper we explore the dynamics of multi-soliton molecules in dipolar BEC. Initially we develop a collective coordinate approximation (CCA) for the dynamics of soliton molecules. Then we obtain the stationary shape of the soliton molecule, using the time-independent version of CCA, and check its stability by Vakhitov - Kolokolov criterion [7]. Next, stationary multi-soliton states are introduced in GPE as initial conditions and evolved in time under periodically varying strength of dipolar interactions. Theoretical predictions of CCA are compared with the results of numerical simulations of the governing GPE.

### 2. The model and collective coordinates approach

The governing equation of our model is the one-dimensional non-local Gross-Pitaevskii equation, given in dimensionless form as

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + q |\psi|^2 \psi + g(t) \psi \int_{-\infty}^{+\infty} R(|x - \xi|) |\psi(\xi, t)|^2 d\xi = 0 \quad (1)$$

where  $\psi(x, t)$  is the mean-field wave function of the condensate,  $q$  is the coefficient of local contact interactions and  $g(t)$  is the time-dependent coefficient of long-range dipolar atomic interactions. The

wave function  $\psi(x, t)$  is normalized to  $N = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x)|^2 dx$ , which is a conserved quantity of Eq. (1),

proportional to the number of atoms in the condensate.  $R(x)$  is the response function, which characterizes the degree of non-locality of the medium. For simplicity, we consider a Gaussian response function, which is normalized to one.

$$R(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi w}} \text{Exp}\left(-\frac{x^2}{2w^2}\right) \quad (2)$$

This response function is qualitatively similar to the response function with a cutoff parameter, which was obtained by S. Sinha and L. Santos [8]. At large separation the response function with a cutoff parameter tends to zero as  $\sim 1/x^3$ , while the Gaussian response function exponentially tends to zero. The Gaussian function is simple for analytical treatment and gives quite good results for stationary state of the molecule, as well as its small amplitude dynamics near the equilibrium. It is sufficient for qualitative understanding of the properties of nonlinear waves in dipolar BEC [1,9].

It is easy to verify, that Eq.(1) can be derived from the following Lagrangian density

$$\mathcal{L} = \frac{i}{2}(\psi_t^* \psi - \psi^* \psi_t) + \frac{1}{2}|\psi_x|^2 - \frac{q}{2}|\psi|^4 - \frac{g(t)}{2}|\psi(x,t)|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} R(|x-\xi|)|\psi(\xi,t)|^2 d\xi \quad (3)$$

### 2.1. Collective coordinate approach for four-soliton molecules

As a trial function for 4-soliton molecules we use the third order Gauss–Hermite function

$$\psi = A(t)x \left( \frac{2x^2}{a(t)^2} - 3 \right) \exp\left( -\frac{x^2}{2a(t)^2} + ib(t)x^2 + i\phi(t) \right) \quad (4)$$

where  $A(t)$ ,  $a(t)$ ,  $b(t)$ ,  $\phi(t)$  are time-dependent variational parameters, meaning the amplitude, width, chirp parameter and phase of the soliton molecule, respectively.

Substitution of the response function (2) and ansatz (4) into the Lagrangian density (3), and integra-

tion over space variable leads to averaged Lagrangian  $L = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{L} dx$

$$\frac{L}{N} = \frac{7}{2}a^2b_t + \frac{7}{4a^2} + 7a^2b^2 - \frac{147qN}{512\sqrt{2\pi}a} - \frac{g(t)N}{2\sqrt{2\pi}} F(a, w) \quad (5)$$

where  $N = 3a^3A^2\sqrt{\pi} = \text{const}$  and

$$F(a, w) = \frac{\left( w^{12} + 3w^{10}a^2 + 9w^8a^4 + \frac{17}{2}w^6a^6 + \frac{501}{64}w^4a^8 + \frac{153}{64}w^2a^{10} + \frac{147}{256}a^{12} \right)}{(w^2 + a^2)^{13/2}} \quad (6)$$

The Euler-Lagrange equations  $d/dt(\partial L/\partial \dot{\eta}_i) - \partial L/\partial \eta_i = 0$  for variational parameters provide following relations

$$N_t = 0, \quad a_t = 2ab, \quad b_t = \frac{1}{2a^4} - 2b^2 - \frac{21Nq}{512a^3\sqrt{2\pi}} + \frac{g(t)N}{14\sqrt{2\pi}a} \frac{\partial F(a, w)}{\partial a} \quad (7)$$

The equation for the parameter  $a$  can be derived from Eqs. (7)

$$a_{tt} = \frac{1}{a^3} - \frac{21qN}{256a^2\sqrt{2\pi}} + \frac{g(t)N}{7\sqrt{2\pi}} \frac{\partial F(a, w)}{\partial a} \quad (8)$$

This equation is similar to that of a unit mass particle, moving in the anharmonic potential

$$a_{tt} = -\frac{\partial U}{\partial a}, \quad U(a) = \frac{1}{2a^2} - \frac{21qN}{256\sqrt{2\pi}a} - \frac{g(t)N}{7\sqrt{2\pi}} F(a, w) \quad (9)$$

The minimum of the potential  $\partial U/\partial a = 0$  corresponds to the stationary state of soliton molecule and gives its parameter  $a_0$ . In fig. 1 we illustrate the shape of a 4-soliton molecule, which corresponds to the minimum of the potential Eq. (9). In the right panel of the same figure we compare the waveforms obtained by CCA and Nijhof's method [10], adapted for nonlocal GPE.

To check the accuracy of our model we introduce the stationary waveform, shown in fig. 1 into GPE (1) as initial condition, and propagate in time. For constant coefficients of GPE solitons remain mo-

tionless at their equilibrium positions. In weakly perturbed molecule solitons perform oscillations near their equilibrium positions with a frequency

$$\omega_0 = \left( \frac{3}{a^4} - \frac{21qN}{128\sqrt{2\pi}a^3} - \frac{g(t)N}{7\sqrt{2\pi}} \frac{\partial^2 F(a, w)}{\partial a^2} \right)_{a=a_0}^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

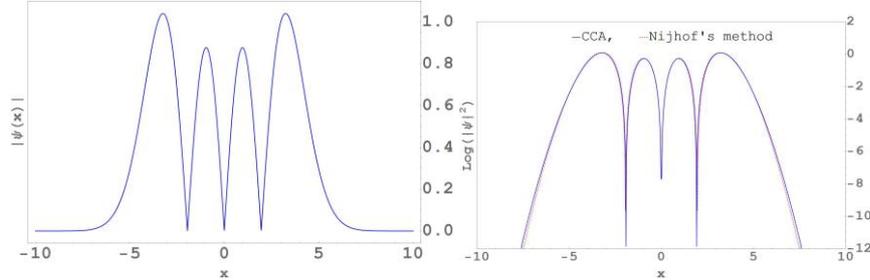


Fig. 1. Left panel: The shape of a 4-soliton molecule, as predicted by CCA for  $w = 5$ ,  $q = 0$ ,  $g = 20$ ,  $N = 5$ ,  $a = 1.596$ ,  $A = 0.481$ . Right panel: Comparison in logarithmic scale of the waveforms obtained by CCA (blue solid line) and Nijhof's method (red dashed line).

As alternative test of our model we explore the dynamics of a 4-soliton molecule under periodically varying strength of dipolar interactions. The result is shown in fig. 2, where the positions of individual solitons (from left to right) are found using the following relations:

$$\xi_{cm} = -\frac{a}{2}\sqrt{9+\sqrt{57}}, -\frac{a}{2}\sqrt{9-\sqrt{57}}, \frac{a}{2}\sqrt{9-\sqrt{57}}, \frac{a}{2}\sqrt{9+\sqrt{57}} \quad (11)$$

here  $\xi_{cm}$  is a peak position

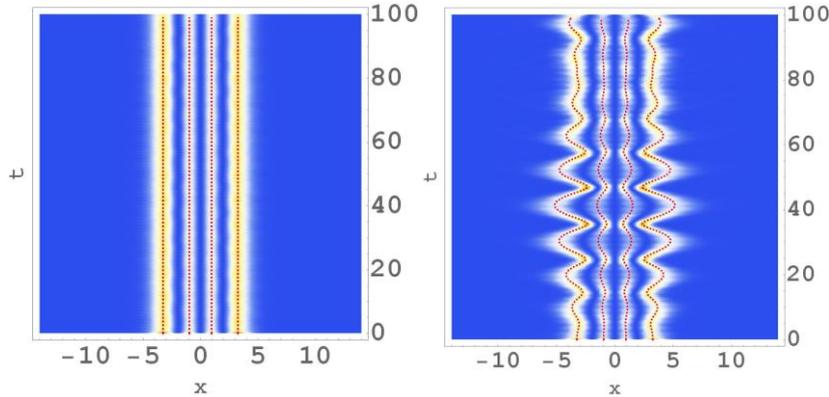


Fig. 2. Left panel: At stationary state of the molecule with  $a = 1.596$ ,  $A = 0.481$ , all four solitons stay motionless at their equilibrium positions. Right panel: Dynamics of the molecule under periodically varying strength of dipolar interactions  $g(t) = g_0(1 + \varepsilon \sin(\omega t))$ , for  $\varepsilon = 0.1$ ,  $\omega = 0.65$ ,  $q = 0$ ,  $g_0 = 20$ . In both panels the density plot corresponds to GPE (1), while dashed lines refer to positions of solitons according to CCA and found from Eq.(11).

As can be noted from this figure, the CCA provides quite accurate description for the dynamics of 4-soliton molecules in dipolar BEC.

## 2.2. Collective coordinate approach for five-soliton molecules

Applying the same procedure for the following 4-th order Gauss–Hermite function

$$\psi(x, t) = A(t) \left( \frac{4x^4}{a^4(t)} - \frac{12x^2}{a^2(t)} + 3 \right) \text{Exp} \left( -\frac{x^2}{2a^2(t)} + ib(t)x^2 + i\varphi(t) \right) \quad (12)$$

with the norm  $N = 24\sqrt{\pi}A^2a$ , one finds the averaged Lagrangian for a 5-soliton molecule

$$L = \frac{9a^2 b_t}{2} + \varphi_t + \frac{9}{4a^2} + 9a^2 b^2 - \frac{8649Nq}{32768\sqrt{2\pi}a} - \frac{g(t)N}{2\sqrt{2\pi}} G(a, w) \quad (13)$$

where

$$G(a, w) = \frac{\left( \frac{8649a^{16}}{16384} + \frac{759a^{14}w^2}{256} + \frac{3339a^{12}w^4}{256} + \frac{687a^{10}w^6}{32} + \frac{2215a^8w^8}{64} + \frac{47a^6w^{10}}{2} + \frac{33a^4w^{12}}{2} + 4a^2w^{14} + w^{16} \right)}{(a^2 + w^2)^{17/2}} \quad (14)$$

Equations for the width and potential have the following forms:

$$a_n = \frac{1}{a^3} - \frac{961Nq}{16384\sqrt{2\pi}a^2} + \frac{g(t)N}{9\sqrt{2\pi}} \frac{\partial G(a, w)}{\partial a} \quad (15)$$

$$U(a) = \frac{1}{2a^2} - \frac{961Nq}{16384\sqrt{2\pi}a} - \frac{g(t)N}{9\sqrt{2\pi}} G(a, w) \quad (16)$$

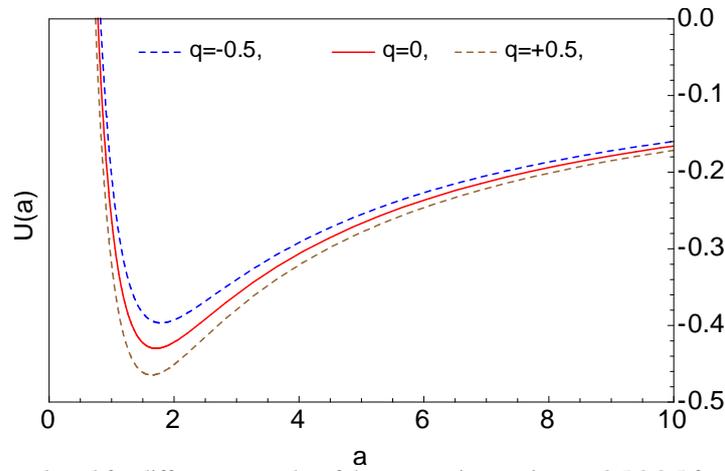


Fig. 3. Potential curves plotted for different strengths of the contact interaction  $q=-0.5, 0, 0.5$  from the top to the bottom with parameters  $a=1.72$ ,  $A=0.26$ ,  $N=5$ ,  $g(t)=\text{const}=20$  and  $w=5$ .

The stationary waveform corresponding to the minimum of the Eq. (15) and its comparison with the data from Nijhof's method, is illustrated in fig. 3.

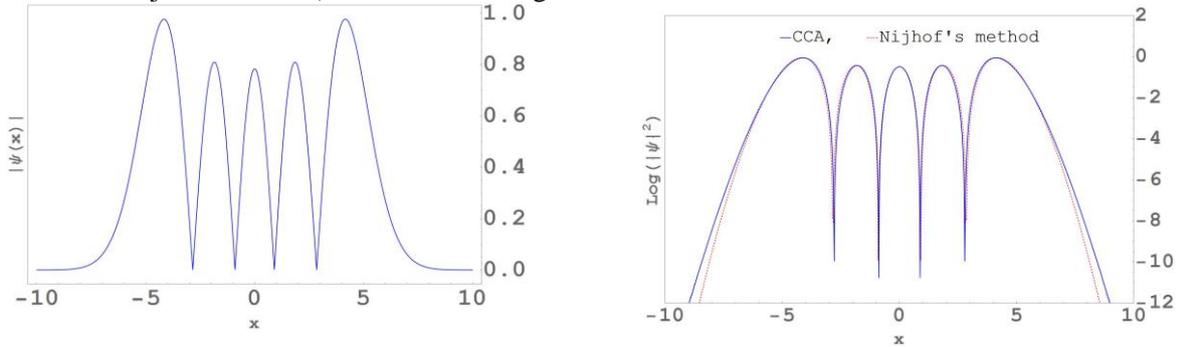


Fig. 4. Left panel: Plot of the trial function (12) for  $a=1.72$ ,  $A=0.261$ . Right panel: The shape of a 5-soliton molecule found from CCA (blue solid line) is compared with the data of Nijhof's method (red dashed line), applied to GPE (1), using  $w = 5$ ,  $q=0$ ,  $g = 20$ ,  $N = 5$ .

The positions of solitons in the molecule can be estimated from equations:

$$\xi_{cm} = -\sqrt{\frac{1}{2}(7 + \sqrt{22})}a, \quad -\sqrt{\frac{1}{2}(7 - \sqrt{22})}a, \quad 0, \quad \sqrt{\frac{1}{2}(7 - \sqrt{22})}a, \quad \sqrt{\frac{1}{2}(7 + \sqrt{22})}a \quad (17)$$

The frequency of small amplitude oscillations of solitons is give by

$$\omega_0 = \left( \frac{3}{a^4} - \frac{961Nq}{8192\sqrt{2\pi}a^3} - \frac{g(t)N}{9\sqrt{2\pi}} \frac{\partial^2 G(a, w)}{\partial a^2} \right)_{a=a_0}^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

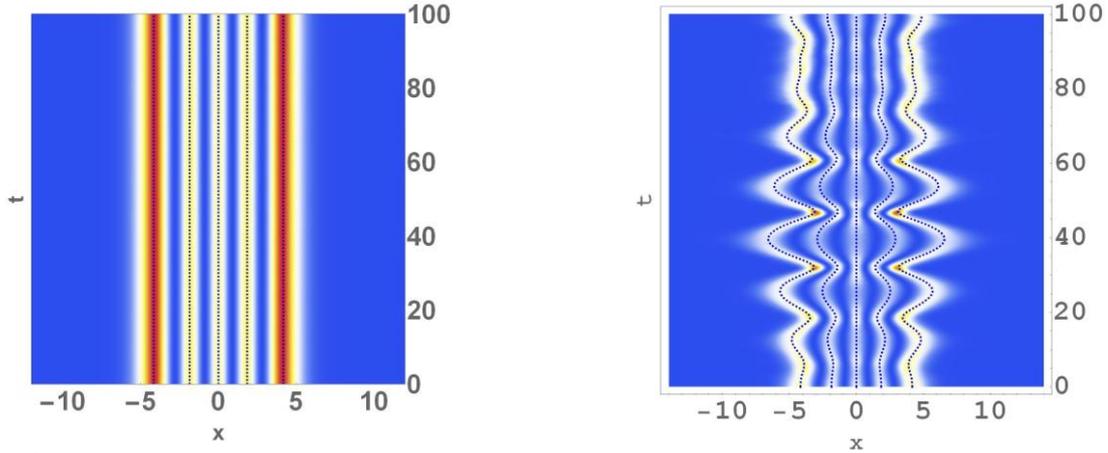


Fig. 5. Left panel: For stationary state with  $a = 1.72$ ,  $A = 0.261$  solitons remain motionless at their equilibrium positions. Right panel: Dynamics of a five-soliton molecule under periodically varying strength of dipolar interactions  $g(t) = g_0(1 + \varepsilon \sin(\omega t))$  for  $\varepsilon = 0.1$ ,  $\omega = 0.51$ ,  $q=0$ ,  $g_0 = 20$ . The density plot corresponds to GPE (1), while dashed lines refer to soliton positions Eq. (17).

### 2.3. Stability of soliton molecules

Stability of solitons and their bound states can be examined by the Vakhitov-Kolokolov criterion [7]. To employ this method, we look for the stationary solution of the GPE as  $\psi(x, t) = \varphi(x)e^{-i\mu t}$ , where  $\mu$  is a chemical potential. Then time-independent GPE (1) acquires the form

$$\mu\varphi + \frac{1}{2}\varphi_{xx} + q\varphi^3 + g\varphi(x) \int_{-\infty}^{+\infty} R(|x-z|)\varphi^2(z) dz = 0 \quad (19)$$

The corresponding Lagrangian density is

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4}\varphi_{xx} - \frac{1}{2}\mu\varphi^2 - \frac{1}{4}q\varphi^4 - \frac{1}{4}g\varphi^2(x) \int_{-\infty}^{+\infty} R(|x-z|)\varphi^2(z) dz = 0 \quad (20)$$

To illustrate the method for a 5-soliton molecule we consider the following ansatz

$$\varphi(x) = A \left( \frac{4x^4}{a^4} - \frac{12x^2}{a^2} + 3 \right) \text{Exp} \left( -\frac{x^2}{2a^2} \right) \quad (21)$$

By substituting eq. (21) into eq. (20) and integrating over the space variable, we obtain the averaged Lagrangian

$$L = \frac{27\sqrt{\pi}A^2}{a} - 12\sqrt{\pi}A^2a\mu - \frac{77841\sqrt{\pi}A^4aq}{1024\sqrt{2}} - \frac{144\sqrt{\pi}A^4a^2g}{\sqrt{2}} G(a, w) \quad (22)$$

Now, using the Euler-Lagrange equations we get the following expressions for the chemical potential and norm

$$\mu = -\frac{60543Nq}{65536\sqrt{2\pi}a} - \frac{2gN}{\sqrt{2\pi}} \left( G(a, w) + \frac{a}{8} \frac{\partial G(a, w)}{\partial a} \right) \quad (23)$$

$$N = \frac{147456\sqrt{2\pi}}{a \left( 43245q + 65536gaG(a, w) - 16384ga^2 \frac{\partial G(a, w)}{\partial a} \right)} \quad (24)$$

where the function  $G(a, w)$  is given by the same expression (14). According to the Vakhitov-Kolokolov stability criterion, negative value of the derivative  $d\mu/dN < 0$  means the stability of the nonlinear localized wave. The curve can be drawn as a parametric plot of Eqs. (23) -(24), which is shown in Fig. 6

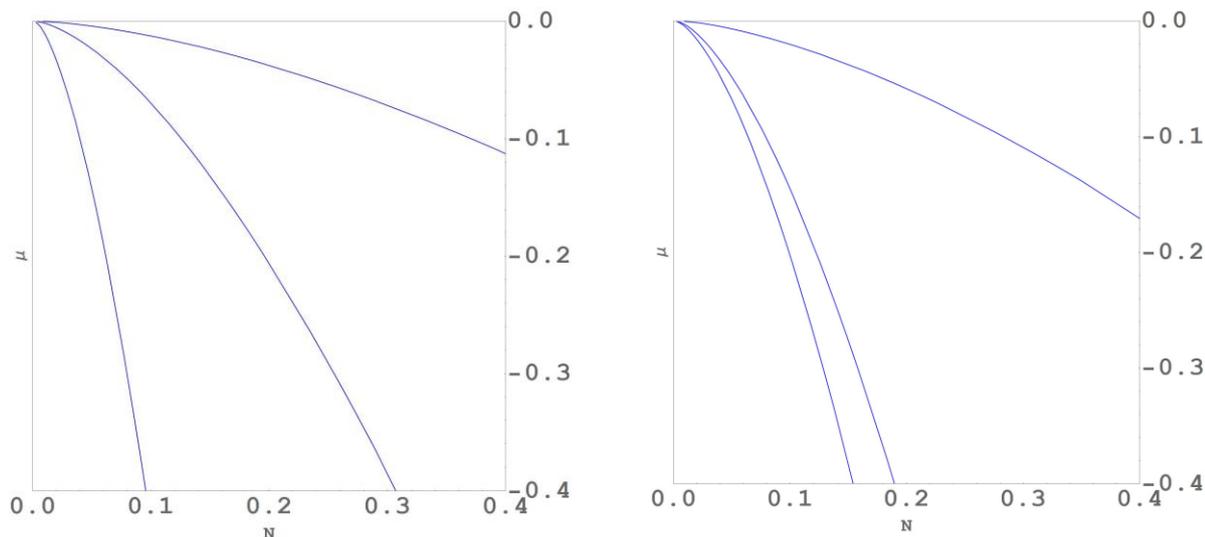


Fig. 6. Parametric plot of the chemical potential as a function of the norm  $\mu = \mu(N)$ . Left panel: different values of  $g$  from top to bottom  $g=10,20,30$  and  $q=0$ . Right panel: for different values of  $g$  from top to bottom  $g=10,20,30$  and  $q=-1$ . Negative value of the derivative  $d\mu/dN < 0$  implies the stability of the 5-soliton molecule.

### 3. Conclusion

In this work we have developed a collective coordinate approach for the dynamics of four- and five-soliton molecules in dipolar BEC. Stability of solution molecules is confirmed by direct numerical simulation of the GPE, and by means of the Vakhitov-Kolokolov criterion. Theoretical predictions are compared with numerical simulations of the GPE, and good agreement between them is found.

### REFERENCES

- [1] B. Kh. Turmanov, B. B. Baizakov, B. A. Umarov, F.Kh. Abdullaev, Phys. Lett. A 379, 1828 (2015). [2] B. B. Baizakov, S. M. Al-Marzoug, H. Bahlouli, Phys. Rev. A 92, 033605 (2015). [3] B. A. Umarov, N. A. B. Aklan, B. B. Baizakov, F. Kh. Abdullaev, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 49,125307 (2016). [4] M. Stratmann, T. Pangel, and F. Mitschke, Phys. Rev. Lett. 95, 143902 (2005). [5] P. Rohrmann, A. Hause, and F. Mitschke, Sci. Rep. 2, 866 (2012). [6] F. Mitschke, A. Hause, and C. Mahnke, Eur. Phys. J. Special Topics, 225, 2453 (2016). [7] N. G. Vakhitov and A. A. Kolokolov, Radiophys. Quantum Electron. 16, 783 (1973). [8] S. Sinha, L. Santos, Phys. Rev. Lett. 99, 140406 (2007). [9] A. Benseghir, W. A. T. Wan Abdullah, B. A. Umarov, B. B. Baizakov, Mod. Phys. Lett. B, 27, 1350184 (2013). [10] J. H. B Nijhof, W. Forysiak and N. J. Doran, IEEE J. Select. Topics Quant. Electron. 6, 330 (2000).

## STABILITY OF SOLITON MOLECULES IN BOSE-EINSTEIN CONDENSATES

B.Turmanov

Physical-Technical Institute, Uzbek Academy of Sciences, 100084, Tashkent, Uzbekistan,  
E-mail: [turmanovbekzod@gmail.com](mailto:turmanovbekzod@gmail.com)

### Abstract.

*In this work, using Lagrange-formalism stability of soliton molecules is studied. Here we show, how to define stable conditions from total energy or binding energy of a two-gaussian system, where variational equations are used for analyzing its dynamics.*

**Key words:** soliton, dipolar interaction, binding energy.

### 1. Introduction

Nowadays, ultra-cold atomic and molecular systems are seriously considered to offer more control than solid-state systems. It is emphasized that these systems will find highly nontrivial applications in quantum information (quantum computers for a special purpose) or quantum metrology. In other areas of

physics, such as fiber optics and fiber lasers, the subject of soliton molecules is developed much better. The existence and some properties of soliton molecules in dispersion-managed optical fibers have been investigated in [1, 2]. The molecules stability against perturbations such as reflection from surfaces, scattering by barriers, and collisions with other solitons has been investigated in [3]. The conditions for stability and some dynamical effects with solitons in 1D dipolar Bose - Einstein Condensate (BEC) were studied in [4, 5, 6].

In this paper we investigate the stability of soliton molecules in dipolar BEC. At first we develop a collective coordinate approximation (CCA), which allows to find the stationary shape of the soliton molecule in dipolar BEC. Then we calculate the binding energy of a two – soliton molecule, represented by two Gaussian functions. Using stability condition, we find initial values of variational parameters and corroborate it by solving nonlocal Gross-Pitaevskii equation (GPE) numerically. At the end, we briefly summarize our findings.

## 2. Theory and numerical simulations

The dynamics of quasi-one dimensional dipolar BEC is governed by the non-local GPE, which is written in normalized units as follows

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + q |\psi|^2 \psi + g \psi \int_{-\infty}^{\infty} R(|x-z|) |\psi(z,t)|^2 dz = 0, \quad (1)$$

where the coefficients  $q$  and  $g$  characterize local attractive ( $q > 0$ ) and non-local attractive ( $g > 0$ ) atomic interactions, respectively. Negative values of these coefficients correspond to repulsive atomic interactions in BEC. The response function  $R(x)$  characterizes the degree of nonlocality of the medium. For the long-range dipole-dipole interactions, we take the response function as a Gaussian

$$R(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi w}} \exp\left(-\frac{x^2}{2w^2}\right), \quad (2)$$

which is normalized to one  $\int_{-\infty}^{\infty} R(x) dx = 1$ . This response function is simple for analytical treatment and gives qualitatively correct description of the problem [7].

Eq. (1) is obtained from the following effective Lagrangian density

$$L = \frac{i}{2} (\psi_t \psi^* - \psi \psi_t^*) - \frac{1}{2} |\psi_x|^2 + \frac{q}{2} |\psi(x,t)|^4 + \frac{g}{2} |\psi(x,t)|^2 \int_{-\infty}^{\infty} R(x-z) |\psi(z,t)|^2 dz. \quad (3)$$

To develop the CCA, we consider superposition of two Gaussian functions  $\psi = \psi_1 + \psi_2$

$$\psi(x,t) = A \exp\left(-\frac{(x+\xi)^2}{2a^2} + i\mathcal{G}(x+\xi) + i\varphi + i\delta_1\right) + A \exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{2a^2} - \mathcal{G}(x-\xi) + i\varphi + i\delta_2\right).$$

In the CCA the time dependent variational parameters  $A(t)$ ,  $a(t)$ ,  $\xi(t)$ ,  $\mathcal{G}(t)$ ,  $\varphi(t)$ , meaning the amplitude, width, center-of-mass position, velocity and phase, respectively, are considered to be independent. To avoid singularity of solution of the Euler - Lagrange equations we have fixed the width parameter  $a(t)$ . Here,  $\delta = \delta_1 - \delta_2$  is time-independent relative phase. However, in our earlier work [8] devoted to study of vibration of soliton molecules, as an ansatz we have taken the first Gauss - Hermite trial function and the separation between solitons was represented through the width:  $\Delta = 4a/\sqrt{\pi}$ . Therefore, that approach was accurate only for small displacements of individual solitons from their equilibrium positions.

The norm of the molecule is

$$N_m = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dx = 2A^2 a \sqrt{\pi} \left(1 + \exp\left(-\frac{\xi^2 + a^4 \mathcal{G}^2}{a^2}\right) \cdot \cos \delta\right). \quad (4)$$

It depends on the center-of-mass position. Obviously, our approach works well, if solitons are some distance apart, since the number of atoms in the condensate must be conserved quantity. Similar work has been published [9] to present CCA and to model the dynamics of two interacting nonlinear Schrodinger solitons. But, that model cannot describe stable bound states, since molecular type of interaction can exist

only in presence of non-local term in Eq. (1), which characterizes the long-range dipole-dipole interactions between atoms in BEC.

Total energy of the two-gaussian system can be obtained from the averaged Lagrangian  $L = \int_{-\infty}^{\infty} L dx$  and its relation with the energy density  $L = \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{i}{2} (\psi_t \psi^* - \psi \psi_t^*) - \varepsilon \right)$ ,

$$\begin{aligned}
 E_m = & \frac{1}{2} \left( \frac{A^2 \sqrt{\pi}}{a} \cdot (1 + 2a^2 g^2) + \frac{A^2 \sqrt{\pi} (a^2 - 2\xi^2) \cos \delta}{a^3} \cdot \exp \left( -\frac{\xi^2 + a^4 g^2}{a^2} \right) \right) \\
 & - \frac{q}{2} A^4 a \sqrt{2\pi} \left( 1 + 2 \exp \left( -\frac{2\xi^2}{a^2} \right) + 4 \exp \left( -\frac{3\xi^2 + a^4 g^2}{2a^2} \right) \cos(g\xi) \cos \delta + \exp \left( -\frac{2(\xi^2 + a^4 g^2)}{a^2} \right) \cos(2\delta) \right) \\
 & - \frac{ga^2 A^4}{\sqrt{a^2 + w^2}} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left( 1 + \exp \left( -\frac{2\xi^2}{a^2 + w^2} \right) + 4 \exp \left( -\frac{a^4 g^2 (a^2 + 2w^2) + (3a^2 + 2w^2) \xi^2}{2a^2 (a^2 + w^2)} \right) \cos \left( \frac{a^2 g \xi}{a^2 + w^2} \right) \cos \delta \right) \\
 & + \exp \left( -\frac{2(\xi^2 + a^4 g^2)}{a^2} \right) \cdot \left( \exp \left( \frac{2a^4 g^2}{a^2 + w^2} \right) + \cos(2\delta) \right). \quad (5)
 \end{aligned}$$

Total energy for a single soliton  $\psi_s = A \cdot \exp \left( -\frac{x^2}{2a^2} \right)$  is:

$$E_s = \frac{A^2 \sqrt{\pi}}{4a} - \frac{qaA^4 \sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}} - \frac{ga^2 A^4 \sqrt{\pi}}{2\sqrt{2(a^2 + w^2)}}. \quad (6)$$

When solitons stay in their equilibrium positions, the velocity can be set to zero in Eq. (5). If solitons far away from each other  $\xi \ll a$ , one can see that  $E_m = 2E_s$ .

### 3. Results

The main problem consists in defining the shape of the interaction potential between two-solitons. The existence of a minimum of in the potential and its related values for collective coordinates, are fairly enough to see the stability of the solitons molecule. Since the Euler-Lagrange equations for our collective coordinate parameters are quite complicated to find interaction potential through the Newton's law  $\xi''(t) = -\partial U(\xi) / \partial \xi$ , we analyze the binding energy between solitons. A stable solitons solution corresponds to a minimum in the binding energy or total energy at finite non-zero values of the solitons width [10]. One can see that, binding predicts stability of the complex system as qualitative as interaction potential. We can get the binding energy by using this relation

$$E_{be} = E_m(\xi) - E_m(\xi \ll a). \quad (7)$$

Note that, the norm of a molecule must be conserved quantity, where atoms in the real BEC don't disappear. Therefore, instead of amplitude A in the binding energy we put its relation with the norm in Eq. (4). By numerically solving the following equations for a given fixed norm

$$\frac{\partial E_{be}}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial E_{be}}{\partial \xi} = 0, \quad (8)$$

$a_0$  and  $\xi_0$  can be found. Notice that, since  $\xi = 0$  is singular point of the binding energy, when we find root of Eq. (8), there might appear a problem for required value  $\xi_0$ . The parameter  $A_0$  can be evaluated from relation Eq. (4). Here we show the dependence of stability of a soliton molecule on the relative phase  $\delta$ . We can assert that soliton molecule is stable, if the relative phase between solitons is  $\pi$  (black solid line in fig. 1), while the molecule merge into one soliton, if the relative phase is zero (green solid line in fig. 1). These two solid curves, which are depicted in this figure, for small  $\xi$  tend to constant negative energy. In fact they must rise to a positive domain. The reason for this unexpected result is that, here we assumed the norm of the molecule to be constant for any  $\xi$ . But, from Eq. (4) we see that the norm is reduced for small values of center-of-mass position. However, here we focus only on stability of the two soliton bound system, and how to find out, if there is instability domains by using energy curves. As well

as, when  $\delta = \pi + \pi/64$ , and  $\delta = \pi + \pi/12$  the energy curves are declined around  $\xi < \xi_0$ , physically, the system tends to small perturbation (red dashed and blue dot-dashed curves in Fig. 1), and lastly, if  $\delta = \pi/2$ , evidently, the corresponding curve has a local minimum solely at  $\xi = 0$ , it means that, a two-soliton system is unstable, its behavior is similar to that of a breather (pink long-dashed line in fig. 1)

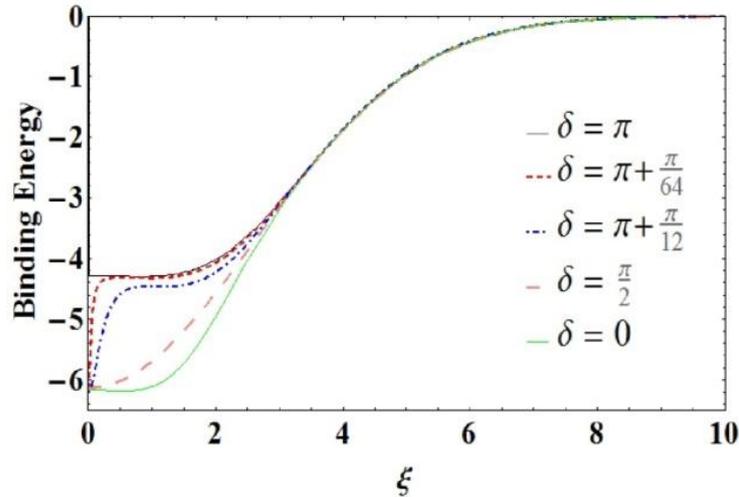


Fig. 1. The binding energy for different relative phases between two solitons. The norm is fixed as  $N_m = 4$  for all curves. Other parameter values are set as following  $g = 20, q = 0$ .

In fig. 2 we show the evolution of the wave function for different relative phases, according to numerical solution of the governing Eq. (1). We have employed the split-step method and fourth order Runge-Kutta algorithm, programmed in Matlab. The parameter values are the same as in fig. 1.

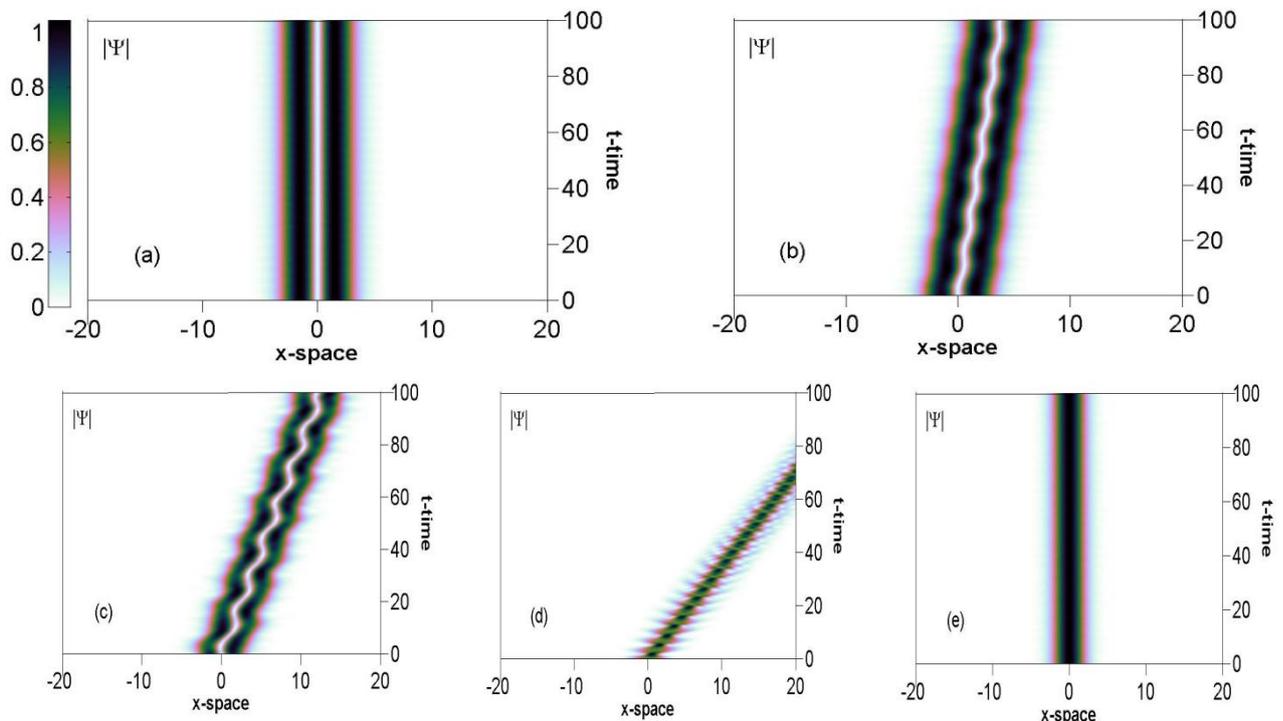


Fig. 2. Evolution of a two-soliton system for different relative phases. (a) – solitons remain at their equilibrium positions for  $\delta = \pi, a = 1.438, \xi = 0.818, A = 1.684$ . (b-c) – solitons can move for  $\delta = \pi + \pi/64, \pi + \pi/12$ , respectively. (d) - strongly perturbed system for  $\delta = \pi/2$ , (e) – solitons merge into one soliton for  $\delta = 0$ .

The parameter values are the same as in Fig. 1.

In the next part, we analyze in detail the criteria, where our theory coincides with numerical solution of GPE. To realize it, we vary the norm from 0.2 till 100 and values of stable condition parameters

for each norm in our case: width, center-of-mass position, and amplitude, are found. These values are used as initial conditions for our ansatz in Eq. (1). Numerical simulations of the system showed that our model works quite well for  $1 < N_m < 100$ , while for small norm  $N_m < 1$  the comparison indicates to different result, as illustrated in Fig. 3. As expected, the bigger norm  $N_m$  (or number of atoms) of the molecule corresponds to stronger binding energy, high amplitude, small width and center-of-mass position.

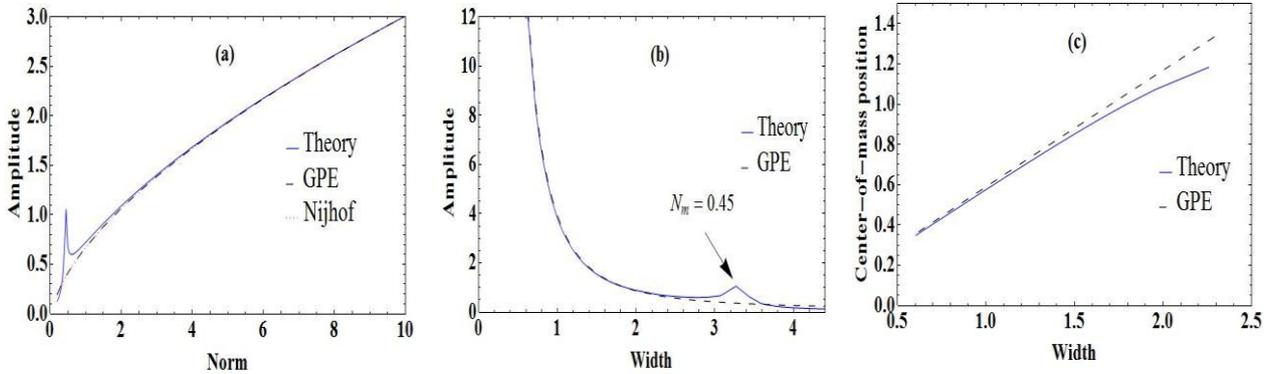


Fig. 3. Comparison of theoretical (solid blue line) and numerical results (black dashed line). The figures depict a failure of the model, when  $N_m < 1$ , while the agreement is good for  $N_m > 1$ . The results obtained by Nijhof's method [11], applied to GPE, shows good agreement (a).

In numerical simulation of GPE the parameters, which characterize the amplitude  $A_s$ , width  $a_s$  and center-of-mass position  $\xi_s$  for each individual solitons depend on our collective coordinate parameters by following relations:  $A_s = 0.625A$ ,  $a_s \approx 0.5a$ ,  $\xi_s \approx 2\xi$ . These parameters are retrieved from the results of GPE simulation  $\psi(x, t)$  as follows

$$A_s = \max(|\psi|), \quad a_s = \frac{\int_0^\infty (x - \xi_s)^2 \cdot |\psi|^2 dx}{\int_0^\infty |\psi|^2 dx}, \quad \xi_s = \frac{\int_0^\infty x \cdot |\psi|^2 dx}{\int_0^\infty |\psi|^2 dx}. \quad (9)$$

#### 4. Conclusions

Stability of a two-soliton molecule, described by the non-local Gross-Pitaevskii equation, has been studied through the collective-coordinate approximation. The presence of a local minimum in the binding energy as a function of separation between solitons, indicates to system's stability. The results have shown that, only anti-phase configuration for solitons provides most stable bound state. Comparison between the results of numerical simulations of the GPE and predictions of the CCA shows a good qualitative agreement.

#### REFERENCES

- [1] M. Stratmann, T. Pagel, F. Mitschke 2005. Experimental observation of temporal soliton molecules. *Phys. Rev. Lett.* 95 143902. [2] S. M. Alamoudi, U. Al Khawaja, and B. B. Baizakov 2014. Averaged dynamics of soliton molecules in dispersion-managed optical fibers. *Phys. Rev. A* 89 053817. [3] U. Al Khawaja 2010. Stability and dynamics of two-soliton molecules. *Phys. Rev. E* 81 056603. [4] J. Cuevas *et al.* 2009. Solitons in quasi-one-dimensional Bose-Einstein condensates with competing dipolar and local interactions. *Phys. Rev. A* 79 053608. [5] F. Kh. Abdullaev and V. A. Brazhnyi 2012. Solitons in dipolar Bose-Einstein condensates with a trap and barrier potential. *Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 45 085301. [6] A. Benseghir *et al.* 2013. Parametric excitation of solitons in dipolar Bose-Einstein condensates. *Mod. Phys. Lett. B* 27 1350184. [7] B A Umarov, N A B Aklan, B B Baizakov, F Kh Abdullaev 2016. Scattering of a two-soliton molecule by Gaussian potential barriers and wells. *J. Phys. Conf. Ser.* 697 012023. [8] Turmanov B Kh, Baizakov B B, Umarov B A and Abdullaev F Kh 2015. Vibration spectrum of a two-soliton molecule in dipolar Bose-Einstein condensates. *Phys. Lett. A* 379 1828. [9] Baron H E, Luchini G and Zakrzewski W J 2014. Collective coordinate approximation to the scattering of solitons in the (1+1) dimensional NLS model. *J. Phys. A: Math. Gen.* 47 265201. [10] Kazimierz Lakomy, Rejish Nath, and Luis Santos 2012. Soliton molecules in dipolar Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. A* 86 013610. [11] Nijhof J H B, Forysiak W and Doran N J 2000. The averaging method for finding exactly periodic dispersion-managed solitons. *IEEE J. Select. Topics Quant. Electron* 6 330.

## KUCHAYTIRISHI VA SO‘NISHI NOSIMMETRIK TAQSIMLANISHLI BREGG PANJARALARINING XOSSALARI

N.X. Xushvaqtoy, E.N.Tsoy

O‘zR FA Fizika-texnika instituti, Toshkent, O‘zbekiston. e-mail: [hnurali8889@gmail.ru](mailto:hnurali8889@gmail.ru), [etsoy@uzsci.net](mailto:etsoy@uzsci.net)

### Annotatsiya

Bu ishda, biz bir o‘lchamli foton kristallining, ya‘ni kuchaytirishi va so‘nishi bir jinsli bo‘lmagan Bregg panjarasi (BP)ning xossalari o‘rganamiz. Optik to‘lqinlarning qaytish va o‘tish koeffitsientlari hisoblangan. BP sistemaning parametrlariga bog‘liq funksiyasidek, optik filtirlar, kuchaytiruvchi yoki so‘ndiruvchi bo‘lishi ko‘rsatilgan.

Oddiy BP deb – nur sindirish ko‘rsatkichining (SK) haqiqiy qismi davriy (panjara davri –  $\Lambda$ ) o‘zgaradigan strukturali muhitga aytiladi. Oddiy BPning o‘rganish 40 yil ilgari boshlangan. Uning xususiyatlaridan hozirda filtrlar, rezonatorlar, datchiklar, sensorlar va boshqa maqsadlarda keng foydalanilayapti [1].

Hozirgi vaqtda, BPni SK fazosida mavhum qismini ham o‘zgartirib o‘rganilayapti. O‘zgartirish esa kuchaytirish va so‘nish taqsimlanishiga mos keladi. Muhim turdagi shunday sistemalar fazo-vaqt simmetriyasi (parity-time (PT) symmetry) BP hisoblanadi. PT-simmetriyasi BPda kuchayish va so‘nish tenglashirilgan. Boshqacha aytganda, shunday BPning kompleks SK  $n(z)=n^*(-z)$  munosabatga bo‘ysinadi. Bu yerda koordinataning  $z$  o‘qi nur tolaning o‘qi bilan bir xil yo‘nalgan [2, 3].

Biz umumiy holda ko‘proq PT-simmetriyani bajarishi shart bo‘lmagan aktiv panjaralarni qaraymiz. Ayniqsa, kuchaytirish / so‘nish ta‘minlaydigan doimiy qism, hamda haqiqiy va mavhum qismlari orasidagi fazalar farqi  $\varphi$  bo‘lgan SKni kiritamiz. Buning uchun yuritilgan fikrlardan foydalanib, SKni quyidagicha ko‘rinishda yozib olamiz,

$$n(\omega, z, \varphi) = \overline{n_{0R}(\omega)} + n_{1R} \cos(2\pi z/\Lambda) + i(\overline{n_{0I}(\omega)} + n_{1I} \cos(2\pi z/\Lambda + \varphi)). \quad (1)$$

Chiziqli yaqinlashuvda tarqaluvchi to‘lqinning elektr maydoni uchun Maxwell tenglamasini va modalar bog‘lanish nazariyasini qo‘llaymiz [1]. Natijada ABP uchun quyidagi differensial tenglamalar sistemasiga olamiz

$$-i\left(\frac{\partial E_f}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial E_f}{\partial t}\right) = i\alpha E_f + (\kappa + ig e^{i\varphi}) E_b, \quad i\left(\frac{\partial E_b}{\partial z} - \frac{1}{v_g} \frac{\partial E_b}{\partial t}\right) = i\alpha E_b + (\kappa + ig e^{-i\varphi}) E_f. \quad (2)$$

Buyerda  $E_f$  ( $E_b$ ) – o‘tuvchi (qaytuvchi) elektr maydon amplitudalari,  $v_g = c/|\bar{n}|$  – gruppaviy tezlik,  $|\bar{n}|$  – (1)-tenglamadagi SK ning moduli,  $\kappa = \pi n_{1R}/\Lambda$  – modalarning bog‘lanish parametri,  $\alpha = 2\pi n_{0I}/\Lambda$ ,  $g = \pi n_{1I}/\Lambda$  – doimiy va davriy kuchaytirish/so‘nish parametrlari. (2)-tenglama modalar bog‘lanish tenglamasi deyiladi.

(2)-tenglamalar sistemasining yechimini topish uchun uni quyidagi ko‘rinishda qidiramiz:  $(E_f(z, t), E_b(z, t))^T = (F, B)^T \cdot \exp(iqz - i\omega t)$ . FvaB uchun netrivial yechim quyidagi dispersion munosabatni (DM) keltirib chiqaradi,

$$q^2 = (\delta + i\alpha)^2 - (\kappa^2 - g^2 + 2i\kappa g \cos(\varphi)). \quad (3)$$

bunda  $\delta = \omega/v_g$  – chastotani sozlash. (3)-tenglama  $\alpha = 0$ ,  $\varphi = \pm\pi/2$  va  $|g| < \kappa$  qiymatlarda foton uchun taqiqlangan zonaga mos keladi. Bu esa BPdagi zonadan to‘lqin qaytishini bildiradi. Parametrlarning umumiy qiymatlarida tarqalish konstantasi  $q$  kompleks bo‘ladi. Demak, ABP ichida maydon eksperimental o‘sadi yoki so‘nadi. Bu hodisalarni quyida yanada batafsil ko‘rib chiqamiz.

(2)-tenglamani  $F(z)$  va  $B(z)$  statsionar amplitudalar uchun keyingi sistemani olish mumkin,

$$-i\frac{\partial F(z)}{\partial z} = (\delta + i\alpha) F(z) + (\kappa + ig e^{i\varphi}) B(z), \quad i\frac{\partial B(z)}{\partial z} = (\delta + i\alpha) B(z) + (\kappa + ig e^{-i\varphi}) F(z). \quad (4)$$

(4) – tenglamalar sistemasini  $L$  uzunlikdagi optik nur tola uchun  $F(0)=1$  va  $B(L)=0$  chegeraviy shartlarda  $F(z)$  va  $B(z)$  funksiyalarning aniq ko‘rinishini topamiz. Aniqlangan funksiyalar yordamida ABPning qaytarish koeffitsienti  $R=|B(0)|^2/|F(0)|^2$  va o‘tkazish koeffitsienti  $T=|F(L)|^2/|F(0)|^2$  aniqlashimiz mumkin. Ya’ni,  $R$  qaytarish koeffitsientining ko‘rinishi quyidagicha:

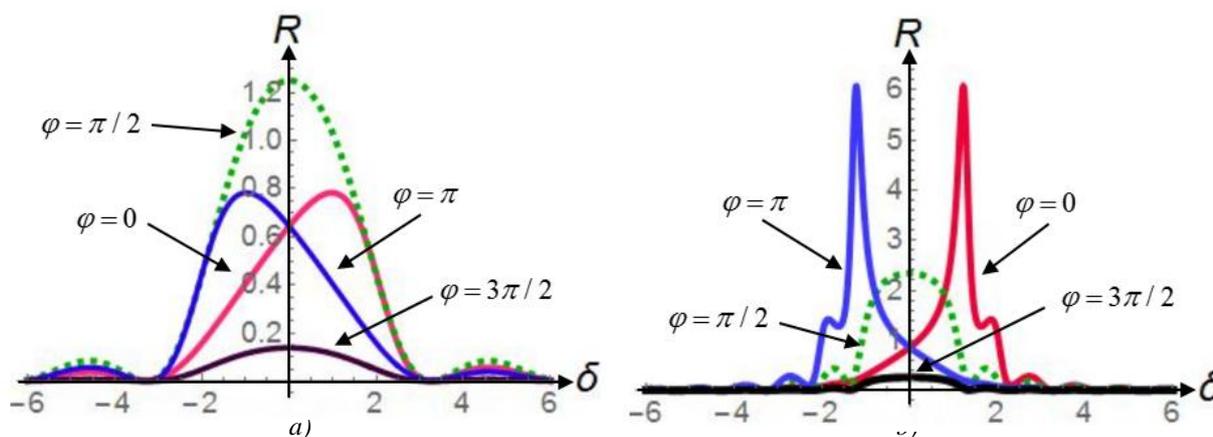
$$R = \left| i(\kappa + i g \exp(-i\varphi)) \sin(qL) / (q \cos(qL) - i(\delta + i\alpha) \sin(qL)) \right|^2, \quad (5.a)$$

$$T = \left| q / (q \cos(qL) - i(\delta + i\alpha) \sin(qL)) \right|^2. \quad (5.b)$$

Bu ifoda uchun  $R(\delta)$  bog‘lanish grafiklarini keltiramiz.

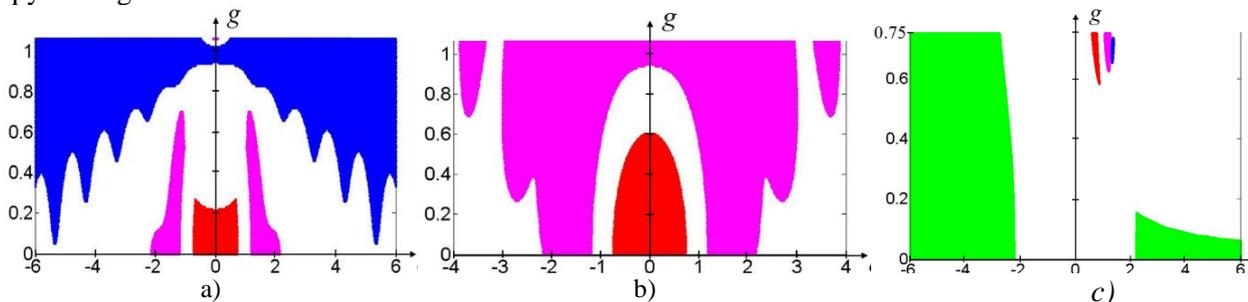
1-rasmdan ko‘rinadiki, ABPdagi qaytarish koeffitsienti  $\varphi$  parametrga bog‘liq ekan. Ya’ni, maksimum qiymatlarni hosil qilishga va ularni chastota bo‘yicha o‘zgartirishga yordam beradi.

Biz (2)-tenglamaning sonli modelini tuzganimizdagi statsionar yechim, parametrlarning aniq qiymatlarida nomuvozanatli bo‘lishini aniqladik. Masalan,  $g > \kappa$  qiymatlarda. Shuning uchun, pastda faqat barqaror to‘lqinlarning xossalarini muhokama qilamiz.



1-rasm. ABP qaytarish koeffitsienti  $R(\delta)$ :  $\kappa=1$ ,  $g=0.5$ ,  $\alpha=0.1$ , a)  $L=1$ ; b)  $L=3$ .

Bunday muhitda  $g$  va  $\alpha$  parametrlarning ahamiyatini bilish maqsadida quyidagi 2-rasmni keltiramiz. 2-rasmdagi  $(g, \delta)$  tekislikda ko‘rsatilgan sohalarida  $(R, T)$  turli juft qiymatlarga mos keladi. ABPga tegishli rasmda qizil rang  $T \leq 0.05$  va  $R \geq 0.95$  (filtr), ko‘k rang  $T \geq 0.95$  va  $R \leq 0.05$  (kuchaytirgich), yashil rang  $T \leq 0.05$  va  $R \leq 0.05$  (so‘ndiruvchi), binafsha rang  $T \geq 0.95$  va  $R \geq 0.95$  (kuchaytiruvchi) qiymatlarga mos keladi.



2-rasm.  $\kappa=1$ ,  $L=3$ , a)  $\alpha=-0.2$ ,  $\varphi=-\pi/2$ ; b)  $\alpha=-0.2$ ,  $\varphi=\pi/2$ ; c)  $\alpha=0.5$ ,  $\varphi=0$ ;

Rasmdagi qizil –  $T \leq 0.05$  va  $R \geq 0.95$  sohaning, yashil –  $T \leq 0.05$  va  $R \leq 0.05$  sohaning, ko‘k –  $T \geq 0.95$  va  $R \leq 0.05$  sohaning, binafsha esa –  $T \geq 0.95$  va  $R \geq 0.95$  sohaning ranglaribo‘lib,  $T$  va  $R$  koeffitsientlar uchun berilgan parametrlarda qanday oraliqdagi qiymat qabul qilishini ko‘rsatuvchi sohalarining ranglaridir.

2.a-rasmda muhitning qaytarish qobiliyati yuqori ekanligi (qizil rang) va binafsha rangga to‘g‘ri keluvchi nuqtalarda optik nurlarda oldingaham, orqagaham nurlanish mavjud bo‘ladi. 2.b-rasmda muhitning ABP ekanligini ko‘rsatadigan va aktiv manbaga aylanadi. Uqisqa intervalda o‘ddiy shaffof-

muhitdek ( $T \approx 1$ ) bo'ladi.  $g$  ning  $g < \kappa$  qiymatlarida ABP faqatqaytarish qobilyatini namoyish qiladi. 2. crasmda esa muhitimizning yutish qobilyati hampaydobo'ladi (yashil ranglisoha). Shunday qilib, parametrlarning qiymatlarini tanlash orqali ABP nifaqatqaytaruvchi yoki faqat to'kazuvchi sifatida foydalanish mumkin.

Shunday tekshirish usulidan foydalanib, parametrlarga qiymat berib, kerakli xulosalarni olish mumkin. Buesa ABP dani turli vazifalarni bajarishga imkon beradi.

Shunday qilib, ko'rilganishda  $n_r(z)$  va  $n_t(z)$  orasidagi fazalar farqi  $\varphi$  nio'zgartirish orqali  $R$  va  $T$  ning maksimal qiymatlarini  $\delta$  bo'yicha surishga yordam beradi.  $g(\delta)$  grafik orqali ABP nifaqatqaytaruvchi yoki faqat to'kazuvchi sifatida  $g$  va  $\delta$  parametrlarning qiymatlarini topish mumkin. Tashqi optik nurlanishdagi  $g$  va  $\alpha$  yordamida  $R$  va  $T$  qiymatlarini o'zgartirish mumkin.

## ADABIYOTLAR

[1] Кившарь Ю. С., Агравал Г. П. Оптические солитоны, // М. Физматлит, 2005. [2] Miri M.-A. et al, // Phys. Rev. A 2012. 86. P. 033801. [3] Н.Х. Хушвактов, Э.Н.Цой, "Отражение волн от береговой решетки усилением и затуханием", Конф. tezislari "Проблемы физики и роль одаренной молодежи в ее развитии – IX", 27-28 май, 2016. НУУз, Ташкент, Узбекистан.

## КОНДЕНСАТ БОЗЕ-ЭЙНШТЕЙНА С ОТТАЛКИВАЮЩИМ МЕЖАТОМНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ В АНГАРМОНИЧЕСКОЙ ЛОВУШКЕ ВИДА $x^4$

Х.Н.Исматуллаев

Туринский политехнический университет в Ташкенте  
Ташкент, 100095, Узбекистан, [hayotismat@gmail.com](mailto:hayotismat@gmail.com)

### Аннотация

Предложен анзац для конденсата Бозе-Эйнштейна во внешнем потенциале вида  $x^4$ . Анзац выбран при помощи численного сравнения стационарного волнового пакета с различными анзацами.

**Ключевые слова:** Конденсат Бозе-Эйнштейна, ангармонический потенциал

### 1. Введение

Исследование низкой энергии коллективных возбуждений имеет важное значение для понимания динамики атомной квантовой жидкости [1]. Большинство из этих теоретических и экспериментальных исследований, выполнялись для конденсата в гармонической ловушке. Описание динамики волновой функции конденсата в такой ловушке имеет много упрощенных свойств как для с отталкивательным характером взаимодействия между атомами так и для с притяжательным характером. Теория основана на уравнении Гросса-Питаевского, которое является нелинейным уравнением Шредингера с линейным потенциалом осциллятора.

Анализ отталкивающего конденсата показывает, что в таком потенциале движения центра масс конденсата не зависит от колебаний ширины конденсата, и наоборот. Это же свойства справедлива и для случая с притяжательным БЕК, где в квази-1D геометрии могут существовать волны солитон материи. Это свойство может быть показано как на уровне симметрий 1-мерного уравнения Гросса-Питаевского. и с использованием метода моментов. Отдельные резонансы в колебаниях ширины и позиции солитона, были исследованы в [2].

В случае ангармонической ловушки свойства динамики поступательного движения относительно ловушки (движение центра масс) и внутреннего режима (колебание ширины) становятся связанными. Это приводит к возможности контролировать внутренние колебания путем манипулирования позицией ловушки. Такая возможность может быть полезна также и в создании новых технических устройств, в том числе квантовых компьютеров, и в ультра-чувствительных интерферометрах.

Для солитонной волны в параболическом потенциале, хорошо известно, что колебания центра масс полностью отделены от внутреннего возбуждения, и это представляет собой аналог тео-

ремы Кона для солитонного волнового пакета Динамика однокомпонентного Бозе конденсата в параболической ловушке имеет упрощенный характер, благодаря тому, что колебания ширины и координаты центра масс конденсата не зависят друг от друга. Это свойство приводит к невозможности управления шириной конденсата изменяя позицию конденсата относительно параболической ловушки.

В работе [1] был рассмотрен случай ангармонической ловушки  $V(x) = x^2 + mx^4$ , с малым параметром  $m$ , и показано, что в ангармонической ловушке колебания ширины и координаты центра масс конденсата взаимно связаны, а именно, колебания центра масс приводят к колебаниям ширины конденсата. В асимметрических потенциалах возможно также управление динамикой центра масс манипулированием значениями ширины конденсата. В данной работе изучена динамика конденсата с фокусирующей нелинейностью во внешнем потенциале вида  $V(x) = x^4$ . Предложен анзац для вывода обыкновенных дифференциальных уравнений в вариационном приближении.

## 2. Модель

Динамика квазиодномерного конденсата Бозе Эйнштейна описывается одномерным уравнением Гросса-Питаевского,

$$i\hbar\phi_t = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\phi + sx^4\phi + 2\hbar a_s w |\phi|^2 \phi \quad (1)$$

где  $m$  масса атома конденсата,  $a_s$  длина рассеяния,  $w$  частота осциллятора в перпендикулярном направлении. Это уравнение получено из 3-мерного уравнения Гросса-Питаевского с сильным анизотропным внешним потенциалом, где частоты гармонического потенциала много раз больше в перпендикулярных направлениях, чем в продольном направлении. Динамика в перпендикулярных направлениях усредняется и колебания продольного направления конденсата описывается уравнением (1). Для удобства вычислений, также для универсальности результатов приводим уравнение (1) к следующему безразмерному виду (где  $t$  и  $x$  безразмерные величины):

$$i\phi_t = -\frac{1}{2}\phi_{xx} + x^4\phi + g|\phi|^2\phi \quad (2)$$

Здесь время  $t$  и расстояние  $x$  нормированы на частоту и на длину гармонического осциллятора соответственно. Нижние индексы  $t$  и  $x$  означают дифференцирование по времени и координате соответственно,  $g$  - коэффициент двухчастичного взаимодействия, которого мы считаем отрицательным.

Уравнение (1) может быть получено из вариационных уравнений

$$\frac{\partial L}{\partial \phi^*} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial L}{\partial \phi_x^*} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial L}{\partial \phi_t^*} = 0, \quad (3)$$

где верхний индекс  $*$  обозначает комплексное сопряжение, плотность Лагранжиана для уравнения (1) дан уравнением

$$L = \frac{i}{2}(\phi_t \phi^* - \phi_t^* \phi) - \frac{1}{2}|\phi_x|^2 - \frac{x^2}{2}|\phi|^2 - \frac{g_1}{2}|\phi|^4 \quad (2)$$

## 3. Анзацы

Для волновой функции конденсата  $u(x,t)$  мы исследовали следующие анзацы:

$$\phi = A(t)\exp\left(-\frac{(x-x_0(t))^2}{2a^2(t)} + ik(t)(x-x_0(t)) + \frac{ib(t)(x-x_0(t))^2}{2}\right), \quad (4)$$

$$\phi = A(t)\exp\left(-\frac{|x-x_0(t)|^3}{3a^3(t)} + ik(t)(x-x_0(t)) + \frac{ib(t)(x-x_0(t))^2}{2}\right), \quad (5)$$

$$\phi = A(t)\exp\left(-\frac{(x-x_0(t))^4}{4a^4(t)} + ik(t)(x-x_0(t)) + \frac{ib(t)(x-x_0(t))^2}{2}\right), \quad (6)$$

$$\phi = A(t)\operatorname{sech}\left(\frac{x-x_0(t)}{w(t)}\right)\exp\left(ik(t)(x-x_0(t)) + ib(t)(x-x_0(t))^2\right) \quad (7)$$

$$\phi = A(t)\operatorname{sech}\left(\frac{(x-x_0(t))^2}{a^2(t)}\right)\exp\left(ik(t)(x-x_0(t)) + ib(t)(x-x_0(t))^2\right) \quad (8)$$

$$\phi = A(t) \operatorname{sech} \left( \frac{(x - x_0(t))^3}{a^3(t)} \right) \exp(ik(t)(x - x_0(t)) + ib(t)(x - x_0(t))^2) \quad (9)$$

где параметры  $A$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $x_0$  к амплитуда, ширина, чирп, центр массы и скорость, соответственно. Первый из этих анзацев Гауссовский анзац, показал хорошую аппроксимацию, в случае гармонического внешнего потенциала.

Для нашего же случая из рассмотренных анзацев согласно нашим расчетам наиболее подходит анзаца (3). Анзацы (7-8) имеют проблему в получении усредненного Лагранжиана

## ССЫЛКИ

[1] Abdullaev, F., Galimzyanov, R.M., Ismatullaev, Kh., // J. Phys. B. 2008. 41.P. 015301. [2] Abdullaev, F., Garnier, J., Phys. Rev. A // 200. 70, P. 053604

## ДВУХКОМПОНЕНТНЫЙ КОНДЕНСАТ БОЗЕ-ЭЙНШТЕЙНА

Х.Н.Исматуллаев

Национальный университет Узбекистана, (ул. Университетская, 4)Ташкент, 100174, Узбекистан.

E-mail: [hayotismat@gmail.com](mailto:hayotismat@gmail.com)

### Аннотация

Изучены коллективные колебания квази-одномерного двухкомпонентного конденсата Бозе-Эйнштейна в параболическом потенциале с отталкивающим межкомпонентным взаимодействием. В вариационном приближении получено уравнение определяющее стационарное значение межкомпонентного расстояния

**Ключевые слова:** двухкомпонентный конденсат Бозе-Эйнштейна, вариационное приближение.

### 1. Введение

Впервые Бозе-Эйнштейновская конденсация в парах щелочных металлов была обнаружена в 1995 году [1]. С тех пор изучение динамики однокомпонентного конденсата развивалось в разных направлениях. Была изучена динамика Бозе конденсата при изменяющемся во времени коэффициенте нелинейности и проводились расчеты коллективных колебаний конденсата при периодической осцилляции силы внешнего поля [2]. Также изучены свойства конденсата во внешних пространственно периодических полях [3,4]. Динамика однокомпонентного Бозе конденсата в параболической ловушке, благодаря тому, что колебания ширины и координаты центра масс конденсата не зависят друг от друга, имеет упрощенный характер. В двухкомпонентном Бозе-конденсате была предсказана более богатая динамика по сравнению с однокомпонентным конденсатом из-за нелинейной связи между компонентами конденсата[5]. В данной работе изучается свободные колебания ширины компонентов конденсата при отсутствии расстояния между центрами масс компонентов конденсата. Используется вариационный анализ с применением гауссовского анзаца. Рассматривается случай, когда взаимодействие между компонентами имеет характер отталкивания.

### 2. Вариационный анализ

Динамика двухкомпонентного Бозе конденсата описывается двумя связанными уравнениями Гросса-Питаевского,

$$\begin{aligned} i\varphi_{1t} &= -\frac{1}{2}\varphi_{1xx} + V(x)\varphi_1 + g_1|\varphi_1|^2\varphi_1 + g_{12}|\varphi_2|^2\varphi_1, \\ i\varphi_{2t} &= -\frac{1}{2}\varphi_{2xx} + V(x)\varphi_2 + g_2|\varphi_2|^2\varphi_2 + g_{12}|\varphi_1|^2\varphi_2, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\varphi_{1,2} = \varphi_{1,2}(x,t)$  волновые пакеты компонент конденсата, нижние индексы  $t$  и  $x$  означают дифференцирования по времени и координате соответственно,  $V(x)=1/2x^2$  внешнее поле,  $g_1$  и  $g_2$  коэффициенты внутри-компонентного взаимодействия,  $g_{12}$  коэффициент межкомпонентного взаимодействия, время  $t$  и расстояние  $x$  нормированы на частоту и на длину осциллятора соответственно, и в следствии,  $t$  и  $x$  безразмерные величины.

Для волновой функции конденсата  $\varphi_{1,2}(x,t)$  мы используем гауссовский анзац

$$\varphi_j = A_j(t) \exp\left(-\frac{(x-x_j(t))^2}{2a_j^2(t)} + ik_j(t)(x-x_j(t)) + \frac{ib_j(t)(x-x_j(t))^2}{2} + i\varepsilon_j(t)\right), j=1,2, \quad (2)$$

где  $A_j$ ,  $a_j$ ,  $b_j$ ,  $x_j$ ,  $k_j$  и  $\varepsilon_j$  амплитуда, ширина, чирп, центр массы, скорость и линейная фаза, соответственно.

Система (1) может быть получена из вариационных уравнений

$$\frac{\partial L}{\partial \varphi_j^*} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial L}{\partial \varphi_{jx}^*} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial L}{\partial \varphi_{jt}^*} = 0, j=1,2, \quad (3)$$

где верхний индекс \* обозначает комплексное сопряжение,  $L$  Лагранжиан системы данный уравнением

$$L = \frac{i}{2}(\varphi_{1t} \varphi_1^* - \varphi_{1t}^* \varphi_1) - \frac{1}{2}|\varphi_{1x}|^2 - \frac{x^2}{2}|\varphi_1|^2 - \frac{g_1}{2}|\varphi_1|^4 + \\ + \frac{i}{2}(\varphi_{2t} \varphi_2^* - \varphi_{2t}^* \varphi_2) - \frac{1}{2}|\varphi_{2x}|^2 - \frac{x^2}{2}|\varphi_2|^2 - \frac{g_2}{2}|\varphi_2|^4 + g_{12}|\varphi_1|^2|\varphi_2|^2 \quad (4)$$

Подставляя пробную функцию (2) в уравнение (4) и усредняя ее

$$\bar{L} = \int_{-\infty}^{\infty} L(x) dx, \quad (5)$$

мы получим усредненный Лагранжиан в параметрах гауссового анзаца

$$\frac{\bar{L}}{\sqrt{\pi}} = -A_1^2 a_1 \left( \frac{a_1^2 b_{1t}}{4} + \varphi_{1t} - kx_{1t} + \frac{1}{4a_1^2} + \frac{a_1^2 b_1^2}{4} + \frac{1}{2}k_1^2 + \frac{a_1^2 + 2x_1^2}{4} + \frac{g_1 A_1^2}{2\sqrt{2}} \right) - \\ - A_2^2 a_2 \left( \frac{a_2^2 b_{2t}}{4} + \varphi_{2t} - kx_{2t} + \frac{1}{4a_2^2} + \frac{a_2^2 b_2^2}{4} + \frac{1}{2}k_2^2 + \frac{a_2^2 + 2x_2^2}{4} + \frac{g_2 A_2^2}{2\sqrt{2}} \right) - \\ - \frac{A_1^2 a_1 A_2^2 a_2 g_{12} \exp\left(-\frac{(x_1-x_2)^2}{a_1^2 + a_2^2}\right)}{\sqrt{\pi(a_1^2 + a_2^2)}} \quad (6)$$

Для получения уравнений для параметров  $\eta_i$  пробной функции (2) используем уравнения Эйлера-Лагранжа:

$$\frac{\partial \bar{L}}{\partial \eta_i} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \bar{L}}{\partial \eta_i} = 0. \quad (7)$$

Подставляя уравнение (6) в уравнение (7) получим следующую систему дифференциальных уравнений для параметров конденсата:

$$x_{1tt} = -x_1 + \frac{2g_{12}N_2(x_1-x_2)\exp\left(-\frac{(x_1-x_2)^2}{a_1^2 + a_2^2}\right)}{\sqrt{\pi(a_1^2 + a_2^2)}^3} \\ x_{2tt} = -x_2 + \frac{2g_{12}N_1(x_2-x_1)\exp\left(-\frac{(x_1-x_2)^2}{a_1^2 + a_2^2}\right)}{\sqrt{\pi(a_1^2 + a_2^2)}^3}, \quad (8)$$

где  $a_1=a_1(t)$ ,  $a_2=a_2(t)$ ,  $x_1=x_1(t)$ ,  $x_2=x_2(t)$ . Для норм компонентов конденсата мы ввели обозначения  $N_1$ ,  $N_2$  и  $N_1=A_1^2 a_1 \pi^{0.5}$ ,  $N_2=A_2^2 a_2 \pi^{0.5}$ .

### 3. Устойчивые стационарные решения

Вычитая последние два уравнения системы (8) друг от друга, и вводя обозначение  $\Delta x = x_2 - x_1$  мы получим уравнение для расстояния между центрами масс компонентов Бозе конденсата:

$$\Delta x_{tt} = -\Delta x \left( 1 - \frac{2g_{12}(N_1 + N_2) \exp\left(-\frac{\Delta x^2}{a_1^2 + a_2^2}\right)}{\sqrt{\pi(a_1^2 + a_2^2)^3}} \right). \quad (9)$$

Из уравнения (9) видно, что если начальное расстояние и начальная скорость между компонентами равны нулю, т.е.  $\Delta x(0) = 0$  и  $\Delta x_t(0) = 0$ , то для расстояния между компонентами мы имеем решение в виде  $\Delta x = 0$ . Взаимодействие между компонентами имеет характер отталкивания ( $g_{12} > 0$ ). Решение  $\Delta x = 0$  устойчивое, если

$$1 - \frac{2g_{12}(N_1 + N_2)}{\sqrt{\pi(a_1^2 + a_2^2)^3}} > 0 \quad (10)$$

Если решение  $\Delta x = 0$  не устойчивое, то мы имеем устойчивое стационарное решение на межкомпонентном расстоянии определяемым уравнением

$$2g_{12}(N_1 + N_2) \exp\left(-\frac{\Delta x^2}{a_1^2 + a_2^2}\right) = \sqrt{\pi(a_1^2 + a_2^2)^3} \quad (11)$$

В отличие от конденсата с  $g_{12} < 0$ , двухкомпонентный квази-одномерный Бозе-Эйнштейновский конденсат с отталкивающим межкомпонентным взаимодействием имеет более сложную динамику. Расстояние между центрами масс компонентов имеет отличное от нуля устойчивое стационарное решение, величина которого зависит от сил внешнего потенциала и межкомпонентного взаимодействия.

## ССЫЛКИ

[1] Anderson, M.H. // Science. 1995, 269. P.198-201. [2] Abdullaev, F.Kh., Garnier, J // Phys. Rev. A. 2004. 70. P. 053604 -053607. [3] Baizakov, B.B., Malomed, B.A.// Europhys. Lett., 2003. 63. P. 642-645. [4] Adhikari, S.K // Phys. Rev. A // 2007. 76. P. 043626 - 043629P. [5] Graham, R, Walls, D// Phys. Rev. A 1998. 57. 484 – 487.

## FAST FORWARD OF ADIABATIC DYNAMICS OF THE SOFT-WALL CONFINEMENT: NATURE OF NONADIABATIC FORCE

G.Babajanova, K.Nakamura

Faculty of Physics, National University of Uzbekistan  
Vuzgorodok, Tashkent 100174, Uzbekistan, [gobabaganova@gmail.com](mailto:gobabaganova@gmail.com)

### Abstract

We present a scheme of quantum dynamics for the exact fast forward of adiabatic control of the soft-wall confinement with use of electromagnetic field. The idea allows the acceleration of both the amplitude and phase of wave function throughout the fast forward range. We choose a harmonic oscillator with the time-dependent frequency and elucidate the nature of the nonadiabatic force caused by the electromagnetic field.

**Key words:** fast forward of adiabatic dynamics, nonadiabatic force

### 1.Introduction

Various methods to control quantum states have been reported in Bose-Einstein condensates (BEC), quantum computations and many other fields of applied physics. It is important to consider the speed-up of such manipulations of quantum states for manufacturing purposes and for innovation of technology.

In the context of the transient phenomena of quantum tunneling, Khujakulov and Nakamura [1] recently found a way of fast-forwarding of quantum dynamics for charged particles by applying the electromagnetic field, which exactly accelerates both amplitude and phase of the wave function throughout the fast-forward timerange. This means the fast forward with complete fidelity. The scheme suggests a possibility to accelerate the adiabatic control of bound systems. The scheme of Khujakulov and Nakamu-

ra as it stands, however, is not useful and must be innovated so as to be suitable to the adiabatic dynamics characterized by infinitesimally-slowly changing control parameters.

In this paper we present the theory of adiabatic dynamics of a quantum harmonic oscillator with time-dependent frequency. Although the present system is transitionless, we show an interesting nonadiabatic force due to the electromagnetic field. We shall obtain the nonadiabatic force operator and its expectation.

## 2. General fast-forward theory

The Schrödinger equation for a charged particle in standard time is represented as

$$i\hbar \frac{\partial \psi_0}{\partial t} = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_0(x, t) \right) \psi_0. \quad (2.1)$$

$\psi_0 \equiv \psi_0(x, t)$  is a known function of space  $x$  and time  $t$  under a given potential  $V_0(x, t)$  and is called

a standard state. For any long time  $T$  called as a standard final time, we choose  $\psi_0(t = T)$  as a target state that we are going to generate. Let  $\Lambda(t)$  be the advanced time defined by

$$\Lambda(t) = \int_0^t \alpha(t') dt', \quad (2.2)$$

where  $t$  is a time scale shorter than the standard one.  $\alpha(t)$  is a magnification time-scale factor given by  $\alpha(0) = 1, \alpha(t) > 1 (0 < t < T), \alpha(t) = 1 (t \geq T_{FF})$ . We consider the fast-forward dynamics with a new time variable which reproduces the target state  $\psi_0(T)$  in a shorter final time  $T_{FF} (< T)$  defined by

$$T = \int_0^{T_{FF}} \alpha(t) dt. \quad (2.3)$$

The explicit expression for  $\alpha(t)$  in the fast-forward range ( $0 \leq t \leq T_{FF}$ ) is typically given by [2-4] as:

$$\alpha(t) = \bar{\alpha} - (\bar{\alpha} - 1) \cos\left(\frac{2\pi}{T_{FF}} t\right), \quad (2.4)$$

where  $\bar{\alpha}$  is the mean value of  $\alpha(t)$  and is given by  $\bar{\alpha} = T/T_{FF}$ . The fast-forward wave function  $\psi_{FF}$  in this paper does not include the additional phase and is given by

$$\psi_{FF}(x, t) = \psi_0(x, \Lambda(t)) \equiv \tilde{\psi}_0(x, t) \quad (2.5)$$

$\psi_{FF}$  is just like a movie film projected on the screen in a shortened time scale. Eq.(2.5) guarantees the complete fidelity, name  $\langle \psi_{FF} | \tilde{\psi}_0 \rangle = 1$  throughout the fast forward time range.

## 3. Fast forward of adiabatic dynamics

Now we shall investigate the fast forward of adiabatic control of 1D bound states with use of the electromagnetic field, which ensures the perfect fidelity. We shall take the following strategy: (i) A given potential  $V_0$  is assumed to change adiabatically, and we find an adiabatic state  $\psi_0$ , which is a solution of the time-independent Schrödinger equation with the instantaneous Hamiltonian; (ii) Then both  $\psi_0$  and  $V_0$  are regularized so that they should satisfy the time-dependent Schrödinger equation; (iii) Finally, taking the regularized state as a standard state, we apply the scheme in Section 2, where the mean value  $\bar{\alpha}$  of the infinitely-large time scaling factor  $\alpha(t)$  will be chosen to cope with the infinitesimally-small growth rate  $\epsilon$  of the quasi-adiabatic parameter and to satisfy  $\bar{\alpha} \times \epsilon = \text{constant}$ . Let's consider the standard dynamics with a potential characterized by a slowly-varying control parameter  $R(t)$  given by

$$R(t) = R_0 + \epsilon t, \quad (3.1)$$

with the growth rate  $\epsilon$ . We assume that it requires a very long time  $T = O\left(\frac{1}{\epsilon}\right)$ , to see the recognizable change of  $R(t)$ . The time-dependent Schrödinger equation is:

$$i\hbar \frac{\partial \psi_0}{\partial t} = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_0(x, R(t)) \right) \psi_0. \quad (3.2)$$

The bound state  $\phi_0$  satisfies the time-independent counterpart given by

$$E\phi_0 = \hat{H}_0\phi_0 \equiv \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \partial_x^2 + V_0(x, R) \right] \phi_0. \quad (3.3)$$

One might conceive the corresponding time-dependent state to be a product of  $\phi_0$  and the dynamical factor as

$$\psi_0(x, t, \omega) = \phi_0(x, R(t)) e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t E(R(t')) dt'}. \quad (3.4)$$

However, as it stands,  $\psi_0$  does not satisfy Eq.(3.2). Therefore we introduce a regularized state

$$\begin{aligned} \psi_0^{reg} &\equiv \phi_0(x, R(t)) e^{i\epsilon\theta(x, R(t))} e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t E(R(t')) dt'} \\ &\equiv \phi_0^{reg}(x, R(t)) e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t E(R(t')) dt'} \end{aligned} \quad (3.5)$$

together with a regularized potential

$$V_0^{reg} \equiv V_0(x, R(t)) + \epsilon\tilde{V}(x, R(t)). \quad (3.6)$$

$\theta$  and  $\tilde{V}$  will be determined self-consistently so as to fulfill the time-dependent Schrödinger equation,

$$i\hbar \frac{\partial \psi_0^{reg}}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \partial_x^2 \psi_0^{reg} + V_0^{reg} \psi_0^{reg} \quad (3.7)$$

up to the order of  $\epsilon$ .

Rewriting  $\phi_0(x, R(t))$  with use of the real positive amplitude  $\phi_0(x, R(t))$  and phase  $\eta(x, R(t))$  as

$$\phi_0(x, R(t)) = \bar{\phi}_0(x, R(t)) e^{i\eta(x, R(t))}, \quad (3.8)$$

we see that  $\theta$  and  $\tilde{V}$  prove to satisfy

$$\partial_x (\bar{\phi}_0^2 \partial_x \theta) = -\frac{m}{\hbar} \partial_R \bar{\phi}_0^2, \quad (3.9)$$

$$\frac{\tilde{V}}{\hbar} = -\partial_R \eta - \frac{\hbar}{m} \partial_x \eta \partial_x \theta. \quad (3.10)$$

Integrating eq.(3.9) over  $x$ , we have

$$\partial_x \theta = -\frac{m}{\hbar} \frac{1}{\bar{\phi}_0^2} \partial_R \int_0^x \bar{\phi}_0^2 dx', \quad (3.11)$$

Taking  $\psi_0^{reg}$  as a standard state, we shall apply the scheme in Section 2 and define the fast-forward version of  $\psi_0^{reg}$  as

$$\psi_{FF}(x, t) \equiv \phi_0^{reg}(x, R(\Lambda(t))) e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t E(\Lambda(t')) dt'} \equiv \tilde{\phi}_0^{reg}(x, t) e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t E(\Lambda(t')) dt'}. \quad (3.12)$$

$\psi_{FF}(x, t)$  is assumed to obey the time-dependent Schrödinger equation for a charged particle in the presence of electromagnetic field. Then  $\tilde{\phi}_0^{reg}(x, t)$  satisfies

$$i\hbar \frac{\partial \tilde{\phi}_0^{reg}}{\partial t} = \frac{1}{2m} \left( \frac{\hbar}{i} \partial_x - \frac{q}{c} A_{FF} \right)^2 \tilde{\phi}_0^{reg} + (qV_{FF} + V_0 - E + \epsilon\tilde{V}) \tilde{\phi}_0^{reg}, \quad (3.13)$$

where  $A_{FF}$  and  $V_{FF}$  are gauge potentials to guarantee the exact fast forward. Here  $V_0 \equiv V_0(R(\Lambda(t)))$  and  $\tilde{V} \equiv \tilde{V}(R(\Lambda(t)))$ . It should be noted: The dynamical phase in Eq.(3.12) has led to the energy shift in the potential in Eq.(3.13).

Now, applying our central strategy to take the limit  $\epsilon \rightarrow 0$  and  $\bar{\alpha} \rightarrow \infty$  with  $\epsilon\bar{\alpha} = \bar{v}$  being kept finite, we can reach the issue:

$$\begin{aligned} A_{FF} &= -\hbar v(t) \partial_x \theta, \\ V_{FF} &= -\frac{\hbar^2}{2m} v(t) \partial_x \theta \partial_x \eta - \frac{\hbar^2}{2m} (v(t))^2 (\partial_x \theta)^2 - \hbar v(t) \partial_R \eta \end{aligned} \quad (3.14)$$

where, with use of

$$\begin{aligned} v(t) &= \lim_{\substack{\epsilon \rightarrow 0 \\ \bar{\alpha} \rightarrow \infty}} \epsilon \alpha(t) = \bar{v} (1 - \cos(\frac{2\pi}{T_{FF}} t)), \\ R(\Lambda(t)) &= R_0 + \bar{v} \left( t - \frac{T_{FF}}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{T_{FF}} t\right) \right). \end{aligned} \quad (3.15)$$

In the same limiting case as above,  $\psi_{FF}$  is explicitly given by

$$\psi_{FF} = \bar{\phi}_0(x, R(\Lambda(t))) e^{i\eta(x, R(\Lambda(t)))} e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t E(\Lambda(t')) dt'}. \quad (3.16)$$

#### 4. Fast forward of adiabatic control of the soft-wall confinement

We choose a quantum harmonic oscillator with the time-dependent frequency. The original adiabatic dynamics is described by

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi_0(x, R(t)) = H_0(x, R(t)) \psi_0(x, R(t)) \quad (4.1)$$

with

$$H_0(x, R(t)) = -\frac{\hbar^2}{2m} \partial_x^2 + \frac{1}{2} m \omega^2(t) x^2. \quad (4.2)$$

Here  $\omega$  is the frequency which varies slowly through the adiabatic parameter  $R$  as

$$R(t) = R_0 + \epsilon t, \quad (4.3)$$

the adiabatic eigenvalue problem

$$H_0(x, R) \phi = E(R) \phi \quad (4.4)$$

gives the eigenvalue and eigenstate as

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega(R),$$

$$\phi_n = \left(\frac{m\omega(R)}{\pi\hbar}\right)^{1/4} \frac{1}{(2^n n!)^{1/2}} e^{-\frac{m\omega(R)}{2\hbar} x^2} H_n\left(\sqrt{\frac{m\omega(R)}{\hbar}} x\right) \quad (4.5)$$

with  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Here  $H_n(\cdot)$ s are Hermite polynomials. Applying the general result in the previous Section, the fast forward state is given by

$$\psi_{FF}^{(n)} = \phi_n\left(x, R(\Lambda(t))\right) e^{-i\left(n+\frac{1}{2}\right) \int_0^t \omega(\Lambda(t')) dt'}. \quad (4.6)$$

The time-dependent Schrödinger equation to realize  $\psi_{FF}^{(n)}$  is given by Eq.(2.7) with  $A_{FF}$  and  $V_{FF}$  available from Eq.(3.14). Here, substituting  $\phi_n$  in Eq.(4.5) into Eq.(3.11), we find

$$\partial_x \theta = -\frac{m}{2\hbar} \frac{x}{\omega} \frac{\partial \omega}{\partial R} \quad (4.7)$$

and

$$\theta = -\frac{m}{4\hbar} \frac{\partial \omega}{\partial R} \frac{x^2}{\omega}, \quad (4.8)$$

irrespective of the quantum number  $n$ . In the special case  $\omega = R(t)$ , one can suppress  $\frac{\partial \omega}{\partial R}$ , and  $A_{FF}$  and  $V_{FF}$  prove to take

$$A_{FF} = -\frac{m}{2} \frac{\dot{\omega}}{\omega} x$$

$$V_{FF} = -\frac{m}{8} \frac{\dot{\omega}^2}{\omega^2} x^2 \quad (4.9)$$

where  $\dot{\omega} = v$ . Finally the electric field

$$E_{FF} = -\frac{\partial A_{FF}}{\partial t} - \nabla V_{FF} = -m \left( \frac{\ddot{\omega}}{2\omega} - \frac{3\dot{\omega}^2}{4\omega^2} \right) x \quad (4.10)$$

By applying the gauge transformation, we can eliminate the potentials  $A_{FF}$  and  $V_{FF}$  and the transformed wave function  $\tilde{\psi}_{FF}$  proves to satisfy Schrödinger equation without coupling with the electromagnetic field. To be explicit, in the case of unit charge  $q = 1$ , we introduce a suitable phase  $f$  for the gauge transformation.

$$f = \frac{m}{4\hbar} \frac{\dot{\omega}}{\omega} x^2. \quad (4.11)$$

Then  $\tilde{\psi}_{FF}$  is given by

$$\tilde{\psi}_{FF} = e^{-i\frac{m}{4\hbar} \frac{\dot{\omega}}{\omega} x^2} \psi_{FF} \quad (4.12)$$

and the total driving potential becomes

$$\tilde{V}_{FF} = V_{FF} + V_0 + \hbar \partial_t f = \frac{1}{2} m \left( \omega^2 + \frac{\ddot{\omega}}{2\omega} - \frac{3\dot{\omega}^2}{4\omega^2} \right) x^2. \quad (4.13)$$

The corresponding general solution for  $\tilde{\psi}_{FF}$  is given by

$$\tilde{\psi}_{FF} = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \phi_n(x, R(\Lambda(t))) e^{-i\frac{m}{4\hbar} \frac{\dot{\omega}}{\omega} x^2} e^{-i\left(n+\frac{1}{2}\right) \int_0^t \omega(R(\Lambda(t')) dt'} \quad (4.14)$$

### 5. Nonadiabatic force

When a given cavity in one dimension has a size  $L$  and its wall is fixed, the force on the wall due to the quantal gas inside the cavity is defined by  $F = -\frac{\partial E_n}{\partial L}$ . In the case of the soft-wall confinement, with use of eigenvalues  $E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$  and the confining size  $L = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$ , the above definition of the force gives rise to  $F_n = (2n + 1)\frac{\hbar^2}{mL^3}$ .

Let's consider the quantum gas consisting of non-interacting particles. Then, the contribution from all particles is expressed as  $F = \sum_{n=0}^{\infty} F_n f(E_n)$ , where  $f(E_n)$  stands for the Fermi distribution function. At zero temperature,  $f(E_n) = 1$  for  $1 \leq n \leq N$  and  $f(E_n) = 0$  otherwise. This force is called the adiabatic force. When the wall moves, the wall receives the extra force depending on its velocity, which comes from the electromagnetic field. The general definition of the force operator is possible with use of the time-dependent canonical transformation. We shall make the canonical transformation of  $H$  related to the scale transformation of both the coordinate  $x$  and amplitude of the wave function  $\psi$ :

$$H_1 = e^{-iU} \left( H - i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right) e^{iU}, \quad (5.1)$$

where

$$U = -\frac{1}{2\hbar} (\hat{x}\hat{p} + \hat{p}\hat{x}) \ln L(t) = i \left( x \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{2} \right) \ln L(t). \quad (5.2)$$

This canonical transformation leads to the scaling of the coordinate  $x$ ,

$$e^{-iU} x e^{iU} = xL(t). \quad (5.3)$$

The amplitude of the wavefunction is scaled as

$$\tilde{\phi}(x, t) = e^{-iU} \psi(x, t) = \sqrt{L} \psi(xL, t). \quad (5.4)$$

Finally the Schrödinger equation is transformed to

$$i\hbar \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial t} = H_1 \tilde{\phi} \quad (5.5)$$

with the new Hamiltonian

$$H_1 = -\frac{1}{2L^2} \frac{\hbar^2}{m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + i\hbar \frac{\dot{L}}{L} x \frac{\partial}{\partial x} + \frac{i\hbar \dot{L}}{2L} + \frac{1}{2} m \left( \frac{\hbar^2}{m^2 L^2} - \ddot{L} \right) x^2. \quad (5.6)$$

Taking  $L$  derivative of  $H_1$

$$\tilde{F} = -\frac{\partial H_1}{\partial L} = -\frac{1}{L^3} \frac{\hbar^2}{m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + i\hbar \frac{\dot{L}}{L^2} \left( x \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} m \left( \frac{\hbar^2}{m^2 L^3} + \ddot{L} \right) x^2. \quad (5.7)$$

Now, carrying out the inverse canonical transformation ( $xL \rightarrow x$ , etc.), we have the force operator expressed in the original space as

$$\hat{F} = -\frac{1}{L} \frac{\hbar^2}{m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + i\hbar \frac{\dot{L}}{L^2} \left( x \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} m \left( \frac{\hbar^2}{m^2 L^5} + \frac{\ddot{L}}{L} \right) x^2, \quad (5.8)$$

which certainly satisfies

$$\langle \psi | \hat{F} | \psi \rangle = \langle \tilde{\phi} | \tilde{F} | \tilde{\phi} \rangle. \quad (5.9)$$

The statistical mean of the force operator is given by

$$\bar{F} = \text{Tr}(\rho \hat{F}). \quad (5.10)$$

Here  $\rho$  is the density operator satisfying the von Neumann equation

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [H_{FF}, \rho]. \quad (5.11)$$

With use of the exact solution  $\{|m\rangle\}$  of the time-dependent Schrödinger equation,  $\rho$  is solved as

$$\rho = \sum_{n=0}^{\infty} |m\rangle f_m \langle m|, \quad (5.12)$$

where  $f_m$  is the Fermi-Dirac distribution at the initial time, i.e.,

$$f_m = \frac{1}{e^{\beta(E_m(0) - \mu)} + 1} \equiv \rho_{mm}. \quad (5.13)$$

Then

$$\bar{F} = \sum_{n=0}^{\infty} \rho_{nn} \bar{F}_n \equiv \bar{F}^{(ad)} + \bar{F}^{(nad)} \quad (5.14)$$

At  $T = 0$  (zero temperature), with use of the total number of electrons  $N$ ,

$$\bar{F}^{(ad)} = 2 \sum_{n=0}^{\frac{N-2}{2}} \frac{\hbar^2 2n+1}{m L^3} = \frac{\hbar^2 N^2}{m 2L^3} \quad (5.15)$$

and

$$\bar{F}^{(nad)} = 2 \sum_{n=0}^{\frac{N-2}{2}} \frac{\hbar^2 2n+1}{m 4} \dot{L} = \frac{\hbar^2 N^2}{m 8} \dot{L}. \quad (5.16)$$

These results are also verified by using the variation of the energy

$$E_n^{FF} = \frac{2n+1}{2} \frac{\hbar^2}{m L^2} - \frac{1}{2} m \left( n + \frac{1}{2} \right) \dot{L} L \quad (5.17)$$

with respect to  $L$  and by taking the statistical averaging over the quantum numbers  $n$ .  $\bar{F}^{(nad)}$  plays a role in the nonequilibrium equation of states for a very rapid piston. In the case of a very slow piston,  $\bar{F}^{(ad)}$  gives a dominant contribution to the quantum analogue of Boyle – Charle’s law and of Poisson’s adiabatic law. But, in the case of a rapid piston  $\bar{F}^{(nad)}$  predominates the equations of motion, leading to a big power of the nanoscale heat engine.

## 6. Conclusion

Applying the idea of fast forward to the quantum harmonic oscillator with the time-dependent frequency, we find the electric field to guarantee the transitionless dynamics. Then we obtained the force operator and its statistical mean, which play a big role in the rapid piston. The statistical mean of the force operator at finite temperature ( $T \neq 0$ ) will be studied elsewhere.

## REFERENCES

- [1] Khujakulov A. and K. Nakamura K., 2016. Scheme for accelerating quantum tunneling dynamics, Phys. Rev. A93, 022101 . [2] Masuda S. and Nakamura K., 2008. Fast-forward problem in quantum mechanics, Phys. Rev. A 78, 062108. [3] Masuda S. and Nakamura K., 2010. Fast-forward of adiabatic dynamics in quantum mechanics, Proc. R. Soc. A 466, 1135 . [4] Masuda S. and Nakamura K., 2011. Acceleration of adiabatic quantum dynamics in electromagnetic fields, Phys. Rev. A 84, 043434 .

## FAST-FORWARD OF QUANTUM DYNAMICS

R. Gazizov, K. Nakamura

Faculty of Physics, National University of Uzbekistan,  
Tashkent, Uzbekistan,  
e-mail: [rustam\\_gazizov\\_2016@mail.ru](mailto:rustam_gazizov_2016@mail.ru)

### Abstract

We introduce Khujakulov and Nakamura’s scheme for the exact fast-forwarding of standard quantum dynamics for a charged particle. Their idea allows the acceleration of both amplitude and phase of the wave function throughout the fast-forwarding time range. Firstly we shall apply the proposed method to free wave packet dynamics in 2D and then we proceed to study the fast-forward of quantum tunneling dynamics in 1D.

**Key words:** fast-forward, free wave packet dynamics.

### 1. Introduction

Khujakulov and Nakamura [1] investigated a way to accelerate quantum dynamics with use of a suitable electromagnetic field. One can accelerate a given quantum dynamics to obtain a target state in any desired short time. This kind of acceleration is called the fast-forward of quantum dynamics, which constitutes one of the promising ways of the shortcut to adiabaticity. We briefly summarize Khujakulo-

vand Nakamura's theory of the fast-forward of quantum dynamics. The Schrödinger equation on standard time scale is represented as

$$i\hbar \frac{\partial \psi_0}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi_0 + V_0(x, t) \psi_0. \quad (1)$$

$\psi_0 \equiv \psi_0(x, t)$  is a known function of space  $x$  and time  $t$  and is called a standard state. For any long time  $T$  called a standard final time, we choose  $\psi_0(x, t = T)$  as a target state that we are going to generate.

Let  $\tilde{\psi}_0(x, t)$  be a fast-forwarded state of  $\psi_0(x, t)$  as defined by

$$\tilde{\psi}_0(x, t) \equiv \psi_0(x, \Lambda(t)) \equiv \Psi_{FF}(x, t) \quad (2)$$

with

$$\Lambda(t) = \int_0^t \alpha(t') dt'. \quad (3)$$

$\alpha(t)$  is a magnification scale factor defined by

$$\begin{aligned} \alpha(0) &= 1, \\ \alpha(t) &> 1 \quad (0 < t < T_{FF}), \\ \alpha(t) &= 1 \quad (t \geq T_{FF}). \end{aligned} \quad (4)$$

$T_{FF}$  is the final fast-forward time defined by

$$T = \int_0^{T_{FF}} \alpha(t) dt. \quad (5)$$

At  $t = T_{FF}$ , we can obtain the exact target state

$$\psi_{FF}(T_{FF}) = \psi_0(T). \quad (6)$$

The explicit expression for  $\alpha(t)$  in the fast-forward range ( $0 \leq t \leq T_{FF}$ ) is proposed by Masuda and Nakamura [2] as

$$\alpha(t) = \bar{\alpha} - (\bar{\alpha} - 1) \cos\left(\frac{2\pi}{T_{FF}} t\right), \quad (7)$$

where  $\bar{\alpha}$  is the mean value of  $\alpha(t)$  and is given by  $\bar{\alpha} = T/T_{FF}$ . Khujakulov and Nakamura tried to realize  $\psi_{FF}$  by applying the electromagnetic field,  $\mathbf{E}_{FF}$  and  $\mathbf{B}_{FF}$ .

Their results summarized as follows:

We write  $\tilde{\psi}_0$  as

$$\tilde{\psi}_0 = \rho e^{i\eta} \quad (8)$$

with use of the real amplitude  $\rho$  and phase  $\eta$  defined by

$$\begin{aligned} \rho &\equiv \rho(x, \Lambda(t)) \\ \eta &\equiv \eta(x, \Lambda(t)). \end{aligned} \quad (9)$$

Then, one finds that

$$\mathbf{A}_{FF} = -\hbar(\alpha - 1) \nabla \cdot \eta \quad (10)$$

which satisfies,

$$\nabla \cdot \mathbf{A}_{FF} + 2\text{Re} \left[ \frac{\nabla \tilde{\psi}_0}{\tilde{\psi}_0} \right] \mathbf{A}_{FF} + \hbar(\alpha - 1) \text{Im} \left[ \frac{\nabla^2 \tilde{\psi}_0}{\tilde{\psi}_0} \right] = 0 \quad (11)$$

and that

$$V_{FF} = -(\alpha - 1) \hbar \frac{\partial \eta}{\partial \Lambda(t)} - \frac{\hbar^2}{2m} (\alpha^2 - 1) (\nabla \eta)^2. \quad (12)$$

with use of the driving vector  $\mathbf{A}_{FF}$  and scalar  $V_{FF}$  potentials in Eqs. (11) and (12), we can obtain the fast-forwarded  $\psi_{FF}$  in Eq. (2).

The driving electromagnetic field is given by,

$$\mathbf{E}_{FF} = -\frac{\partial \mathbf{A}_{FF}}{\partial t} - \nabla V_{FF}, \quad \mathbf{B}_{FF} = \nabla \times \mathbf{A}_{FF}. \quad (13)$$

Noting  $\mathbf{B}_{FF} = \nabla \times \mathbf{A}_{FF} = 0$ , only the electric field  $\mathbf{E}_{FF}$  is required to accelerate a given dynamics. With use of Eqs. (10), (12) and (13),  $\mathbf{E}_{FF}$  is given explicitly by

$$\mathbf{E}_{FF} = \hbar \dot{\alpha} \nabla \eta + \hbar \frac{\alpha^2 - 1}{\alpha} \partial_t \nabla \eta + \frac{\hbar^2}{2m} (\alpha^2 - 1) \nabla (\nabla \eta)^2. \quad (14)$$

## 2. Fast forward of free wave packet dynamics.

To illustrate the general framework of the fast-forward, we choose a moving Gaussian wave packet (WP) in 2D free space. The time evolution of the standard state is given by

$$\begin{aligned} \Psi_0(x, y, t) &= (2\pi)^{-1/2} \frac{1}{\Delta_0 + i\hbar t/2m_0\Delta_0} \\ &\times \exp \left[ \frac{-1}{4\Delta_0^2 + i2\hbar t/m_0} \left\{ \left( x - \frac{p_0}{m_0} t \right)^2 + y^2 \right\} \right] \end{aligned}$$

$$-i \frac{p_0^2}{2m_0\hbar} t + i \frac{p_0}{\hbar} x]. \quad (15)$$

$m_0, \Delta_0$  and  $\frac{p_0}{m_0}$  are the electron mass, the initial width, and the group velocity of WP, respectively. WP moves in the  $x$  direction and its width diffuses as  $\Delta(t) = \sqrt{\Delta_0^2 + \hbar^2 t^2 / (4m_0^2 \Delta_0^2)}$ .

The above WP has the phase  $\eta$  as

$$\eta = \frac{\frac{2\hbar t}{m_0}}{(4\Delta_0^2)^2 + \left(\frac{2\hbar t}{m_0}\right)^2} \left\{ \left(x - \frac{p_0}{m_0} t\right)^2 + y^2 \right\} - \frac{p_0^2}{2m_0\hbar} t + \frac{p_0}{\hbar} x - \arctan\left(\frac{\hbar t}{2m_0\Delta_0^2}\right). \quad (16)$$

From  $\eta$ , we can evaluate the electric field  $\mathbf{E} = (\mathbf{E}_x, \mathbf{E}_y)$ . Figs 1 and 2 show the WP and electric field in case of  $\frac{p_0}{m_0} = 1, T = 5, T_{FF} = \frac{T}{\bar{\alpha}} = 1$  with  $\bar{\alpha} = 5$ .

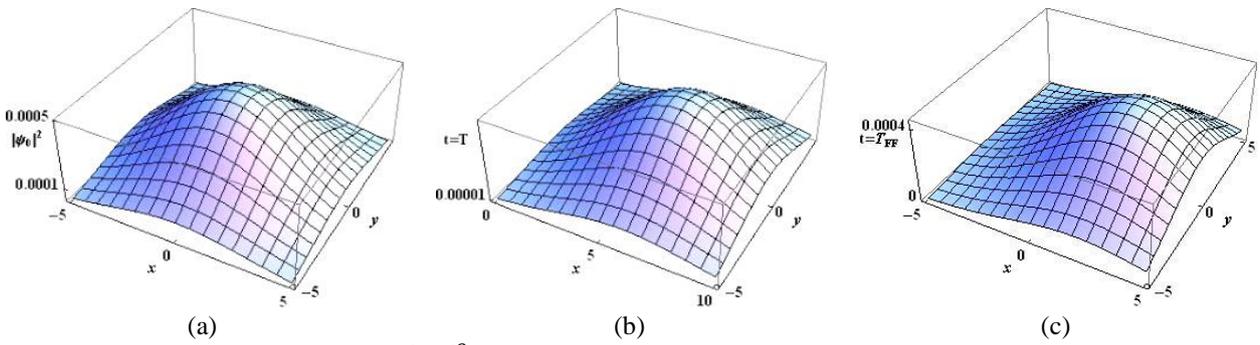


Fig. 1. Initial and final WP's  $|\Psi_0|^2$  at: (a)  $t = 0$ , (b)  $t = T$  and (c)  $t = T_{FF}$  (the fast-forward case).

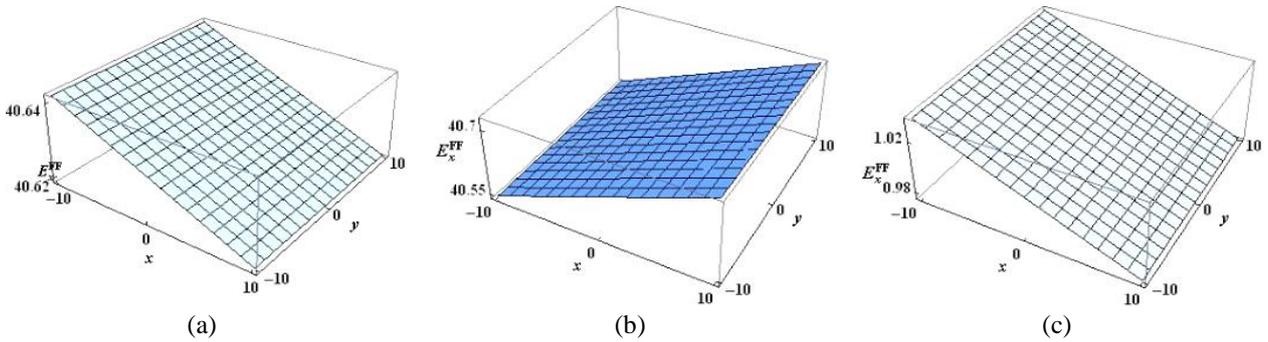


Fig. 2. Electric field component  $\mathbf{E}_x$  as a functions of space coordinates  $x$  and  $y$  for:  $t=0$ , (b)  $t = 0.1T_{FF}$ , (c)  $t = 0.5T_{FF}$ .  $T_{FF} = 1$ .

### 3. Fast-forward of tunneling of wave packet.

Confining to the 1-D motion, we investigate the time evolution of a localized wave packet when it runs through the delta-function barrier. The initial wave packet centered at  $x = -x_0$  and having the momentum  $k$  is expressed as

$$\psi^{(0)}(x, 0) = \sqrt{\beta} e^{-\beta|x+x_0|} e^{ik(x+x_0)}. \quad (17)$$

$\psi^{(0)}(x, 0)$  satisfies the normalization condition  $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi^{(0)}(x, 0)|^2 dx = 1$ . Therefore,  $\langle x \rangle = -x_0$  and  $\langle p \rangle = k$  at  $t = 0$ .

Time-dependent Schrödinger equation with a  $\delta$  function barrier at  $x = 0$  is given by

$$[i\hbar\partial_t + (\hbar^2/2m)\partial_x^2]\psi_0(x, t) = V(x)\psi_0(x, t) \quad (18)$$

with  $V(x) = V_0\delta(x)$ . In order to simplify the notation, we shall use “natural unit” ( $\hbar = m = 1$ ).

The explicit solution for  $t > 0$  was given by Elberfeld and Kleber [3] as

$$\begin{aligned} \psi^{(0)}(x, t) = & \sqrt{\beta} [M_1(x + x_0; k - i\beta; t) \\ & + M_2(-x - x_0; -k - i\beta; t)] \\ & + V_0 \sqrt{\beta} [S_1(x_0, \lambda^*; t) - S_2(x_0; -\lambda; t)] \end{aligned}$$

$$+e^{-\lambda x_0}[S_3(0, -\lambda; t) + S_4(0, \lambda; t)] \quad (19)$$

where  $\lambda = \beta - ik$  and  $S(\xi, \lambda; t)$  is defined by:

$$S(\xi, \lambda; t) = [1/(V_0 - \lambda)][M_1(|x| + \xi; -iV_0; t) - M_2(|x| + \xi; -i\lambda; t)]. \quad (20)$$

Here  $M(x; k; t)$  is ‘‘Moshinskiy’’ function defined in terms of the complementary error function by

$$M(x; k; t) = \frac{1}{2} e^{i(kx - k^2 t/2)} \operatorname{erfc}\left(\frac{x - kt}{\sqrt{2it}}\right), \quad (21)$$

which is interpreted as the wave function of a monochromatic particle that is confined to the left half-space  $x \leq 0$  at  $t = 0$ .

The first bracket on r.h.s of Eq. (19) describes the time evolution of the free ( $V_0 = 0$ ) wave packet, and the second bracket denotes a sum of reflected and transmitted waves.

Now we analyze the fast forward of tunneling of wave packets, and find the corresponding current density. Here we shall present the results not investigated by [1]. By extracting the space-time dependent phase  $\eta$  of the wave function in Eq.(18), one can obtain both vector and scalar potentials in Eqs. (10) and (12). Under these driving potential, one can generate the fast-forward state of a tunneling wave packet through the barrier as

$$\psi_{FF}(x, t) \equiv \psi_0(x, \Lambda(t)), \quad (22)$$

which accelerates both amplitude and phase of Eq.(19) exactly. The current density is obtained as

$$\begin{aligned} j_{FF}(x, t) &\equiv \psi_{FF}^*(x, t) \frac{1}{m} \left( \frac{\hbar}{i} \nabla - A_{FF} \right) \psi_{FF}(x, t) \\ &= \frac{\hbar}{m} \alpha(t) \rho^2(x, \Lambda(t)) \nabla \eta(x, \Lambda(t)). \end{aligned} \quad (23)$$

From Eq.(23), the tunneling current density for the fast-forward tunneling phenomenon is:

$$j_{FF}(x, t) = \alpha(t) j(x, \Lambda(t)), \quad (24)$$

where  $j(x, t)$  is defined by

$$j(x, t) = \operatorname{Im}[\psi_0^*(x, t) \partial_x \psi_0(x, t)]. \quad (25)$$

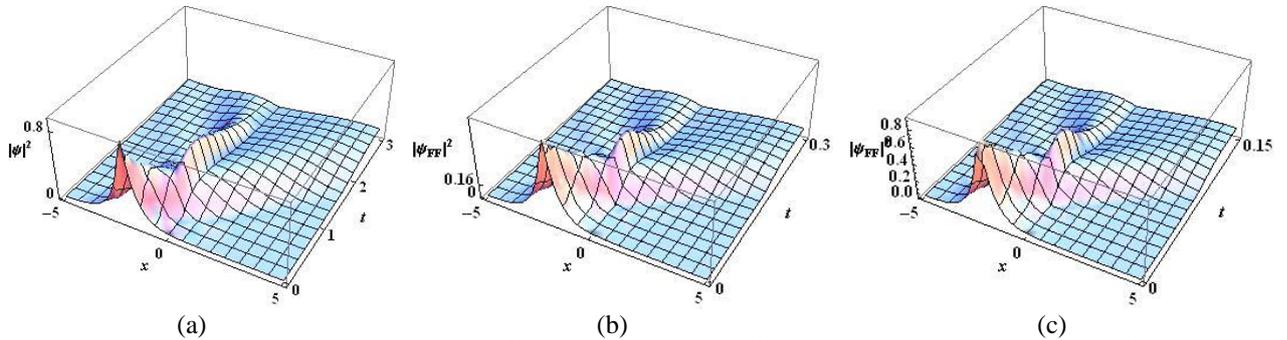


Fig.3. 3D plot of wave function amplitude (a)  $|\Psi|^2$  with  $T_{FF} = 3$ ; (b)  $|\Psi_{FF}|^2$  with  $\bar{\alpha} = 10$  and  $T_{FF} = 0.3$ ; (c)  $|\Psi_{FF}|^2$  with  $\bar{\alpha} = 20$  and  $T_{FF} = 0.15$ .

Fig. 3 shows the probability amplitude as a function of  $x$  and  $t$ . In our numerical analysis we choose  $x_0 = 2, k = 2$  and  $\beta = 1$ . We use typical space and time scales like  $L = 10^{-2} \times$  the linear dimension of a device and  $\tau = 10^{-2} \times$  the phase coherent time and put  $\frac{\hbar}{m} = 1 (\times L^2 \tau^{-1})$ . Therefore the above choice means  $x_0 = 2 (\times L), k = 2 (\times L^{-1})$  and  $\beta = 1 (\times L^{-1})$ . We shall show the standard dynamics up to  $T = 3 (\times \tau)$  and its fast-forward version up to  $T_{FF} \equiv \frac{T}{\bar{\alpha}} (\tau)$  with use of the mean time acceleration factor  $\bar{\alpha} = 10$  and  $\bar{\alpha} = 20$ .

We see the exponential wave function partly goes through the barrier and is partly reflected back. The dynamics up to  $T$  on the standard time scale is reproduced in the fast-forward dynamics up to  $T_{FF}$ . The phenomena in the latter is just the squeezing (along time axis) of the one in the former.

Fig. 4 shows the standard and fast-forward tunneling currents as a function of  $x$  and  $t$ . Here we choose  $T = 5, T_{FF} = 0.5$  and  $\bar{\alpha} = 10$ .

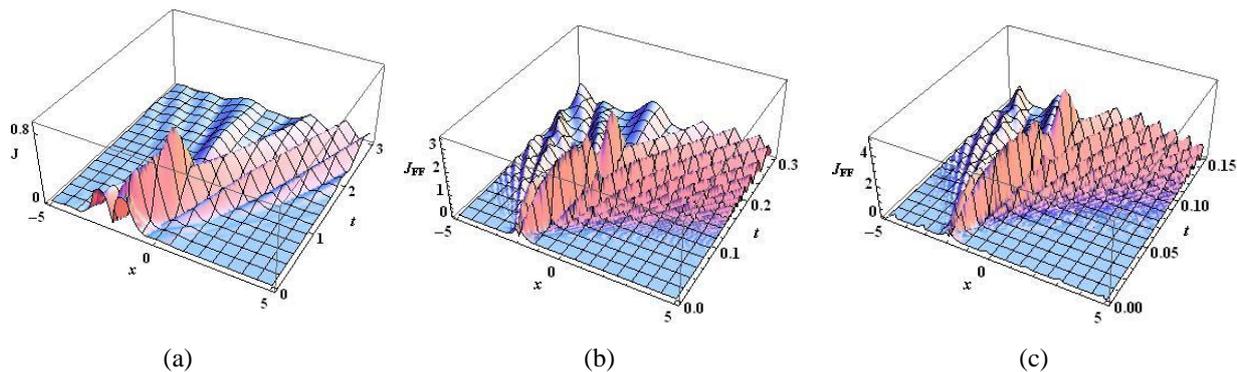


Fig.4 3D plots of current density as a function of  $x$  and  $t$  (a) standard current density  $j(x, t)$  in Eq.(19); (b) fast-forward current in Eq.(15) with  $\alpha = \bar{\alpha} - (\bar{\alpha} - 1) \cos\left(\frac{2\pi}{T_{FF}} t\right)$ ; (c) fast-forward current in Eq. (15) with  $\alpha = 1 + 6(\bar{\alpha} - 1) \frac{t}{T_{FF}} \left(1 - \frac{t}{T_{FF}}\right)$ .  $T = 5$ ,  $T_{FF} = 0.5$ ,  $\bar{\alpha} = 10$ .

As for fast-forwarding we have employed two kind of time-magnification factor;

(i) cos-type,  $\alpha = \bar{\alpha} - (\bar{\alpha} - 1) \cos\left(\frac{2\pi}{T_{FF}} t\right)$  and (ii) parabola-type,  $1 + 6(\bar{\alpha} - 1) \frac{t}{T_{FF}} \left(1 - \frac{t}{T_{FF}}\right)$ . We find the temporal behavior the current density is both squeezed and amplified, as compared with the standard version of  $j$ . Also we see this result is not affected by the functional form of  $\alpha(t)$ .

#### 4. Conclusion.

With use of the electromagnetic field, we presented the fast-forward of a free wave packet dynamics and of quantum tunneling dynamics in 1D. We showed that the results are not affected by the functional form of the time-scaling factor  $\alpha(t)$ .

#### REFERENCES:

- [1] Khujakulov A. and Nakamura K., Scheme for accelerating quantum tunneling dynamics. *Phys. Rev. A*. 2016, 93 022101. [2] Masuda S. and Nakamura K., Fast-forward of adiabatic dynamics in quantum mechanics. *Proc. R. Soc. A*. 2010, 466 1135-115. [3] Elberfeld W. and Kleber M., Time-dependent tunneling through thin barriers: A simple analytical solution, *Am. J. Phys.* 1998, 56 154.

## DISORDERED ELECTRON-PHONON INTERACTION INDUCED SMALL POLARON

B.Yavidov

Nukus State Pedagogical Institute named after Ajiniyaz  
Nukus, 230105, Uzbekistan, [b.yavidov@mail.ru](mailto:b.yavidov@mail.ru)

#### Abstract

A system with disordered electron-phonon interaction is considered. It is appearing that all parameters of the polaron induced by disordered electron-phonon interaction are site dependent. In the system polaron's size is also site dependent. The study leads to conclusion that accepted polaron's size definitions require re-consideration.

**Key words:** disordered electron-phonon interaction, small polaron

#### 1. Introduction

Polaron concept was introduced in the 30<sup>th</sup> years of XX century by Landau [1] and later was theoretically developed by several researchers (see review [2]). Though in the field of polaron physics there is substantial understanding of main features of polaron related phenomena in a variety of solids, there remain open issues to be clarified. One of them is the application of the theoretical models to the real solids, in particular, to various disordered systems. Interplay of lattice disorder and electron-phonon interaction in such systems, as it is well known, determines charge carrier dynamics. In the past decades, Holstein polarons [3] were studied in a variety of medium, including near an impurity [4-6] and in a disordered lattice [7-14]. The all above mentioned works except of Ref.[4] deal with local electron-phonon interac-

tion, in which charge carrier interacts only with onsite intra-molecular vibrations. In reality, charge carrier interacts simultaneously with all ions of the lattice and the range of this electron-phonon interaction extends over many lattice units. At the same time disorder influences coupled electron-phonon system too. Noteworthy that in work [6] it was shown opposite effect namely that electron-phonon interaction renormalizes disorder potential and that disorder seen by a polaron is different from the bare disorder [13]. In this sense, an electron sees the disordered ions and consequently it interacts with them via electron-phonon interaction which is spatially disordered as well. Such type of disordered electron-phonon interaction and its role in polaron formation was not studied yet. In order to remedy this shortcoming we further develop an idea of Ref.[15] with regard of polarons and apply it to disordered lattice.

## 2. The model Hamiltonian

We deal with the extended Holstein model in one dimensional lattice in which electron-phonon interaction is disordered. The Hamiltonian of the model is [15]

$$H = H_e + H_{ph} + H_{e-ph} \quad (1)$$

where  $H_e = -t \sum_{\mathbf{n}} (c_{\mathbf{n}}^\dagger c_{\mathbf{n}+\mathbf{a}} + H.c.)$  is the electron's hopping energy,

$$H_{ph} = \sum_{\mathbf{m}} \left( -\frac{\hbar^2 \partial^2}{2M \partial u_{\mathbf{m}}^2} + \frac{M \omega^2 u_{\mathbf{m}}^2}{2} \right) \quad (2)$$

is the Hamiltonian of the vibrating ions, and

$$H_{e-ph} = \sum_{\mathbf{n}, \mathbf{m}} f_{\mathbf{m}}(\mathbf{n}) \cdot u_{\mathbf{m}} c_{\mathbf{n}}^\dagger c_{\mathbf{n}} \quad (3)$$

is the Hamiltonian that describes an interaction between the electron that belongs to a lower chain and the ions of an upper chain (see below). Here  $t$  is the nearest neighbour hopping integral,  $c_{\mathbf{n}}^\dagger (c_{\mathbf{n}})$  is a creation (destruction) operator of an electron on a cite  $\mathbf{n}$ ,  $u_{\mathbf{m}}$  is the  $c$ - polarized displacement of the  $\mathbf{m}$ -th ion and  $f_{\mathbf{m}}(\mathbf{n})$  is an interacting density-displacement type force between an electron on a site  $\mathbf{n}$  and the  $c$ - polarized vibration of the  $\mathbf{m}$ -th ion.  $M$  is the mass of the vibrating ions and  $\omega$  is their frequency.

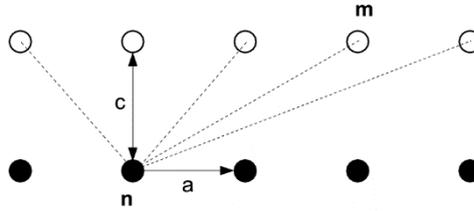


Fig.1 An electron hops on a lower chain and interacts with the ions vibrations of an upper infinite chain via a density-displacement type force  $f_{\mathbf{m}}(\mathbf{n})$ . The distances between the chains ( $c$ ) and between the ions ( $a$ ) are assumed equal to 1.

We consider an electron performing hopping motion on a lower chain consisting of the static sites, but interacting with all ions of an upper chain via a long-range density-displacement type force, as shown in fig.1. So, the motion of an electron is always one-dimensional, but a vibration of the upper chain's ions is  $c$ - polarized (perpendicular to the chains). The form of the density-displacement type electron-phonon interaction force is:

$$f_{\mathbf{m}}(\mathbf{n}) = \frac{c \cdot \kappa_{\mathbf{m}}}{(|\mathbf{n} - \mathbf{m}|^2 + c^2)^{3/2}} \quad (4)$$

where  $\kappa_{\mathbf{m}}$  is some force coefficient, which characterizes charge states of the upper chain's ions, and  $|\mathbf{n} - \mathbf{m}|$  is measured in units of  $|\mathbf{a}|$ . In contrast to previous works we choose  $\kappa_{\mathbf{m}}$  as uniformly distributed random number in the interval of  $(0,1)$ , so  $\kappa_{\mathbf{m}} \neq \kappa_{\mathbf{m}'}$ , and  $\kappa_{\mathbf{m}} \in (0,1)$ . For this reason, the value of  $\kappa_{\mathbf{m}}$  changes randomly in passing  $\mathbf{m}$  from one site to another site. Originally the model was introduced in order to mimic high- $T_C$  cuprates, where the in-plane ( $\text{CuO}_2$ ) carriers are strongly coupled to the  $c$ -axis pola-

rized vibrations of the *apical* oxygen ions. Randomizing  $\kappa_{\mathbf{m}}$  the model acquire capability to study, in particularly, effects of (i) structural and (ii) charge disordering in the subsystem of out-of-plane ions in cuprates. There are a lot of examples for the systems where such type of charge fluctuations or structural modulations occurs (see for example [16-18]). Modulations of charge states of ions of the lattice may occur in many other systems like manganites and organic semiconductors. Here we consider only charge modulation (fluctuation) driven disorder of electron-phonon interaction and its consequences in polaron formation. So, our consideration is relevant to all compounds where polaron formation is possible and it occurs in the presence of charge modulation's (fluctuation) driven electron-phonon interaction.

### 3. Results and Discussion

The possible ways of changing of the value of  $\kappa_{\mathbf{m}}$  are illustrated in fig.2.

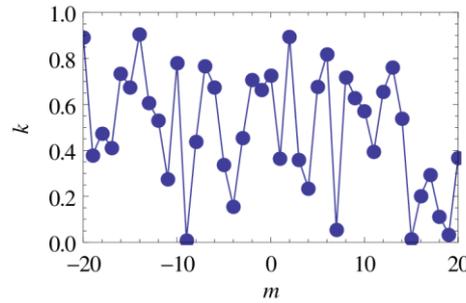


Fig.2 The possible values of  $\kappa_{\mathbf{m}}$  at  $\mathbf{m}$ .  $\kappa_{\mathbf{m}}$  is taken as uniformly distributed randomized number in the interval (0,1).

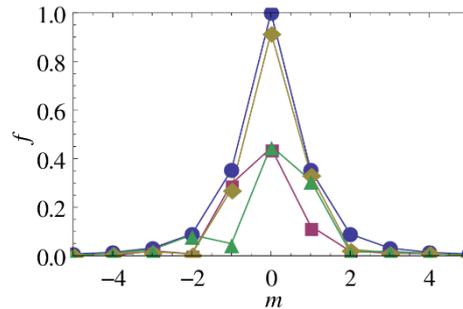


Fig.3 The possible dependence of disordered density-displacement type electron-phonon interaction force  $f_{\mathbf{m}}(\mathbf{n})$  on  $\mathbf{m}$ .

In turn density-displacement force Eq.(4) acquires a peculiarity of randomized (i.e. disordered) electron-phonon interaction force. From now the force Eq.(4) has two features: (i) it is still longer-ranged and descends as  $r^{-3}$ , where  $r$ - is the distance between the electron and ion under consideration, and (ii) it is randomized (disordered). In Fig.3 the possible dependence of the value of density-displacement electron-phonon interaction force Eq.(4) on site indexes  $\mathbf{m}$  are presented. As it is seen from the plot randomization of the electron-phonon interaction force changes the picture of the phenomenon drastically (qualitatively and quantitatively). Indeed, for a regular lattice we have  $f_{|\mathbf{m}|}(\mathbf{n}) > f_{|\mathbf{m}'|}(\mathbf{n})$  if  $|\mathbf{m}| < |\mathbf{m}'|$ . But for our case of the lattice with the disordered electron-phonon interaction the above relation is not always true i.e. on some sites  $f_{|\mathbf{m}|}(\mathbf{n}) < f_{|\mathbf{m}'|}(\mathbf{n})$  even if  $|\mathbf{m}| < |\mathbf{m}'|$ . This is the effect of considering disorder on the density-displacement type electron-phonon interaction. As a result of all parameters of the polaron will be affected by the disorder. In order to show this explicitly we calculate just some basic polaron's parameters like  $E_p$ - polaron shift,  $g^2$ - band-narrowing factor,  $\gamma$ - a numerical factor that depends on crystal structure and binds the polaron energy  $E_p$  to band-narrowing factor  $g^2$  via relation  $g^2 = \gamma(E_p / \hbar\omega)$  and  $\Phi(\mathbf{n}-\mathbf{n}')$ - gradient of which in corresponding direction is important to determine the mass of polaron in a regular lattice.

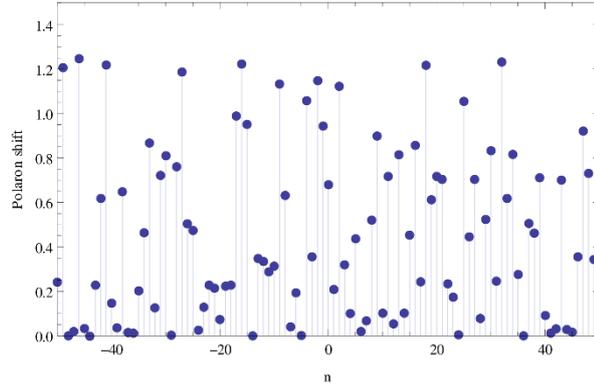


Fig.4 The value of polaron shift  $E_p$  at sites  $\mathbf{n}$  due to disordered electron-phonon interaction.

In strong electron-phonon coupling limit and nonadiabatic regime one uses the standard procedures such as Lang-Firsov transformation [19] that eliminates electron-phonon interaction term (3). Subsequent use of perturbation expansion of the transformed Hamiltonian  $H_e$  with respect to parameter  $\lambda^{-1} = 2t / E_p$  up to the first order in the hopping integral yields

$$E_p(\mathbf{n}) = \frac{1}{2M\omega^2} \sum_{\mathbf{m}} f_{\mathbf{m}}^2(\mathbf{n}), \quad g^2 = \frac{1}{2M\hbar\omega^3} \left[ f_{\mathbf{m}}^2(\mathbf{n}) - f_{\mathbf{m}}(\mathbf{n})f_{\mathbf{m}}(\mathbf{n}+\mathbf{a}) \right],$$

$$\gamma(\mathbf{n}, \mathbf{a}) = 1 - \frac{\sum_{\mathbf{m}} f_{\mathbf{m}}(\mathbf{n}) \cdot f_{\mathbf{m}}(\mathbf{n}+\mathbf{a})}{\sum_{\mathbf{m}} f_{\mathbf{m}}^2(\mathbf{n})}, \quad \Phi(\mathbf{n} - \mathbf{n}') = \sum_{\mathbf{m}} f_{\mathbf{m}}(\mathbf{n}) \cdot f_{\mathbf{m}}(\mathbf{n}').$$

Though these parameters were obtained by perturbation theory under certain assumptions we accept them as starting point expressions for the discussion of the influence of disordered electron-phonon interaction on polaron's parameters. In Fig.4, Fig.5 and Fig.6 we presented the plots of values of  $E_p(\mathbf{n})$ ,  $g^2(\mathbf{n}, \mathbf{a})$  and  $\gamma(\mathbf{n}, \mathbf{a})$ , respectively, on different sites  $\mathbf{n}$

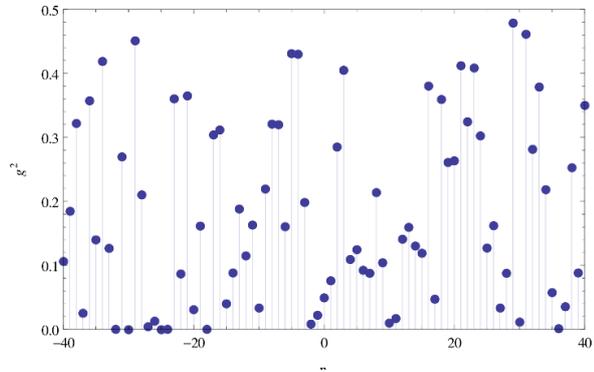


Fig.5 The value of band-narrowing factor  $g^2$  at sites  $\mathbf{n}$  due to disordered electron-phonon interaction.

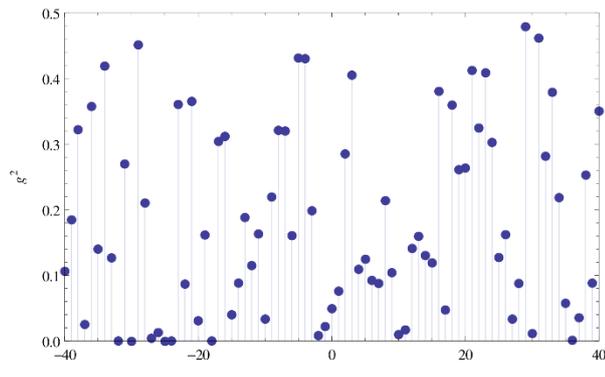


Fig.6 The value of  $\gamma$  at sites  $\mathbf{n}$  due to disordered electron-phonon interaction.

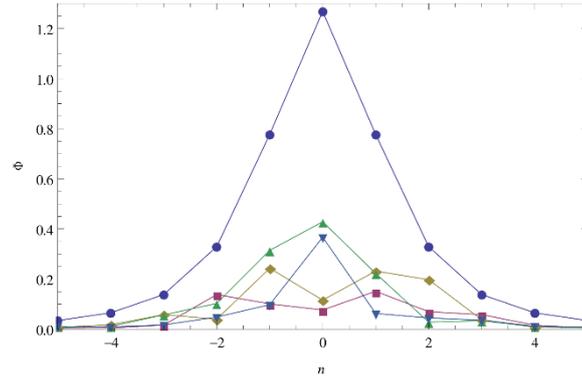


Fig.7 The value of  $\Phi(\mathbf{n}-\mathbf{n}')$  at sites  $\mathbf{n}$  due to disordered electron-phonon interaction.

As it is seen from the presented data all these parameters are randomized too. Depending on disordered electron-phonon interaction polaronic effect might be enhanced or diminished. The values of  $\Phi(\mathbf{n})$  on different sites  $\mathbf{n}$  are given in Fig.7. Randomization undergoes also polaron's hopping integral from one site to on another site of the lattice. Within the used framework one can estimate the value of hopping integral from ratio  $\tilde{t}/t \approx \exp(g^2)$  and plot its values for different disorders, Fig.8. One can observe the same tendency for hopping integral. Findings indicate that disorder changes picture of polaron formation and it is appears that all polaron's parameters are site dependent i.e. disordered. Something similar ideas, namely about site dependence of polaron energy (shift) and local electron-phonon interaction's coupling constant on  $\mathbf{n}$  can be found in [20].

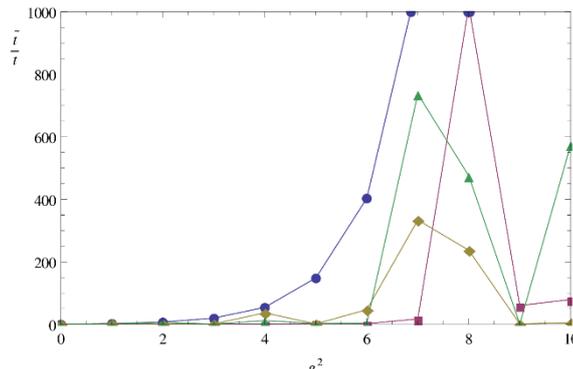


Fig.8 The value of renormalized hopping integral versus  $g^2$  calculated taking into account disordered character of electron-phonon interaction.

The above results were obtained under assumption that the values of  $\kappa_{\mathbf{m}}$  are uniformly distributed within the interval (0,1). But our model can be straightforwardly generalized to the case when the values of  $\kappa_{\mathbf{m}}$  belong to an arbitrary interval  $(p,q)$  and is defined within it by some function of distribution (Gaussian, Poisson, Bernoulli and so on). There are a great variety of options for simulation here. In our model it is also possible to simulate string like structures and study a polaron formation in such structures. For this purpose it is sufficient to select a required set of values of  $\kappa_{\mathbf{m}}$ , for example  $\kappa_{\mathbf{m}} = (\dots, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, \dots)$ . There are also other possibilities.

Another question that we would like to discuss here concerns the size of the polaron in the lattice where electron-phonon interaction is disordered. As for the Hamiltonian (1) there are two points of view on this matter. Ref.[15] treats the polaron of the model (1) as *small* Fröhlich polaron, while Ref.[21] treats the polaron of the model (1) as *large* Holstein polaron. Here we follow the definition in which small polaron is formed at  $t/E_p \ll 1$  and large polaron is formed at  $t/E_p \gg 1$  [20]. Since in our model the ratio  $t/E_p$  fluctuates from site to site one cannot say clearly about size of polaron even it formed by long-rang electron-phonon interaction (4). For some sites the condition of small (large) polaron formation is satisfied, while for other sites it is ruled out. Then one may say that in the systems with disordered electron-phonon interaction polaron's size also modulated by the disordered electron-phonon interaction. It seems

that such property of polarons in disordered structures is common since in Ref.[5] a mixed behaviour typical for large (away impurity) and small (near impurity) polarons was also expected for a crystal with impurities. The results obtained here suggest further study of polaron formation in disordered structures taking into an account not only on-diagonal and off-diagonal aspects of the disorder, but also the disordered nature of the electron-phonon interaction as well.

## REFERENCES

- [1] Landau L.D., 1933. О движении электронов в кристаллической решетке. Phys. Zs. Sowjet. 3, 664. [2] Alexandrov A.S., Devreese J.T., 2010. Advances in Polaron Physics, 1<sup>st</sup> ed. Springer-Verlag, Berlin. [3] Holstein T., 1959. Studies of polaron motion. Part 1. The molecular-crystal model. Ann. Phys. 8, 325.[4] Hague J.P., Kornilovitch P.E., Alexandrov A.S., 2008. Trapping of lattice polarons by impurities. Phys. Rev. B, 78, 092302.[5] Mishchenko A.S., *et al.*, 2009. Localization-delocalization transition of a polaron near an impurity. Phys. Rev. B 79, 180301(R). [6] Ebrahimnejad H., Berciu M., 2012. Trapping of three-dimensional Holstein polarons by various impurities. Phys. Rev. B 85, 165117. [7] Cohen M., H., Economou E.N., Soukoulis C.M., 1983. Polaron formation near a mobility edge. Phys. Rev. Lett. 51, 1202. [8] Emin D., Bussac M.N., 1994. Disorder-induced small-polaron formation. Phys. Rev. B 49, 14290. [9] Bronold F.X., Fehske H., 2002. Anderson localization of polaron states. Phys. Rev. B 66, 073102. [10] Chatterjee J., Das A.N., 2005. Effect of different site energies on polaronic properties. Eur. Phys. J. B 46, 481. [11] Berciu M., Sawatzky G.A., 2008. Light polarons and bipolarons for a highly inhomogeneous electron-boson coupling. Euro. Phys. Lett. 81, 57008.[12] Berciu M., Mishchenko A.S., Nagaosa N., 2010. Holstein polaron in the presence of disorder. Euro. Phys. Lett. 89, 37007. [13] Ebrahimnejad H., Berciu M., 2012. Perturbational study of the lifetime of a Holstein polaron in the presence of weak disorder. Phys. Rev. B 86, 205109. [14] Tozer O.R., Barford W., 2014. Localization of large polarons in the disordered Holstein model. Phys. Rev. B 89, 155434. [15] Alexandrov A.S., Kornilovitch P.E., 1999. Mobile small polaron. Phys. Rev. Lett. 82, 807. [16] Ohtomo A., *et al.*, 2002. Artificial charge-modulation in atomic-scale perovskite titanate superlattices. Nature 419, 378. [17] Peng L.M., *et al.*, 2000. Charge modulations in La<sub>2</sub>CuO<sub>4</sub>-based cuprates. Phys. Rev. B 62, 189. [18] Hashimoto M., *et al.*, 2014. Direct observation of bulk charge modulations in optimally doped Bi<sub>1.5</sub>Pb<sub>0.6</sub>Sr<sub>1.54</sub>CaCu<sub>2</sub>O<sub>8+δ</sub>. Phys. Rev. B 89, 220511(R). [19] Lang I.G., Firsov Yu.A., 1962. Zh. Eksp. Teor. Fiz. 43, 1843. [20] Böttger H., Bryksin V.V., 1985. Hopping Conduction in Solids, 1<sup>st</sup> ed. Akademie-Verlag, Berlin. [21] Fehske H., Loos J., Wellein G., 2000. Lattice polaron formation: Effects of nonscreened electron-phonon interaction. Phys. Rev. B 61, 8016.

## NON-MARKOVIAN DYNAMICS OF HARMONIC OSCILLATOR COUPLED WITH HEAT BATH IN THE CONTEXT OF NANOSCALE OTTO CYCLE

E. Kh. Alpomishev<sup>1</sup>, K. Nakamura<sup>1,2</sup>, Z. Kanokov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>National University of Uzbekistan, Uzbekistan

<sup>2</sup>Osaka City University, Japan

e-mail: [erkin.alpomishev@yandex.com](mailto:erkin.alpomishev@yandex.com)

### Abstract

We study the non-Markovian dynamics of a harmonic oscillator coupled with the heat bath in the context of nanoscale Otto cycle. We also propose a general scheme to accelerate such dynamics with use of the electromagnetic field, by extending the Khujakulov – Nakamura theory of fast forward.

### 1. INTRODUCTION

Evolution of an open quantum system coupled to its environment and possibly influenced by external driving fields is of much interest because of the recent advances in quantum information theory, quantum computation and mesoscopic and nanoscale physics [1 – 3].

Our objective is to consider non-Markovian dynamics of harmonic oscillator coupled with heat bath in the context of nanoscale Otto cycle. We study a quantum Otto cycle based on a harmonic oscillator with time-dependent frequency.

In this Otto cycle are (see Fig. 1): (a) Isentropic compression  $A \rightarrow B$ : in this case the oscillator is isolated from the reservoirs and its frequency is increased from  $\omega_1$  to  $\omega_2$ . Work is added to the system during this process whereas entropy is constant. (b) Hot isochore  $B \rightarrow C$ : the frequency is kept fixed and the system interacts with hot heat bath. (c) Isentropic expansion  $C \rightarrow D$ : in this case the frequency is decreased from  $\omega_2$  to  $\omega_1$ . The system does work to its outside. (d) Cold isochore  $D \rightarrow A$ : the frequency kept fixed and the system interacts with cold heat bath. The hot reservoir's temperature is  $T_2$  and the cold reservoir's temperature is  $T_1$ , where  $T_2 > T_1$

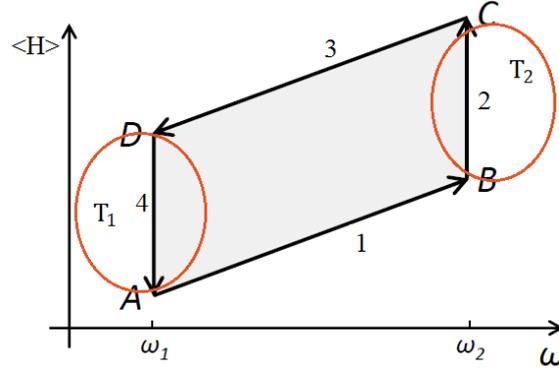


Fig.1. Otto cycle.

We consider Otto cycle in two cases. Firstly we consider simple Otto cycle which is not coupled with external electromagnetic field and then we consider it in the presence of external electromagnetic field.

In this paper, confining to the process  $B \rightarrow C$  and  $D \rightarrow A$ , we shall study the non-Markovian dynamics of a single harmonic oscillator coupled with heat bath. The frequency of the oscillator is assumed to be constant. Then we shall present a general scheme the fast forward of such dynamics with use of the external field.

## 2. NON-MARKOVIAN QUANTUM LANGEVIN EQUATIONS WITHOUT EXTERNAL ELECTROMAGNETIC FIELD

Let us define the microscopic total system (internal subsystem plus collective subsystem), which will be used to obtain non-Markovian quantum stochastic Langevin equations and time-dependent transport coefficients for the collective subsystem. The corresponding quantum Hamiltonian, which is explicitly dependent on the collective coordinate  $R$ , canonically conjugate collective momentum  $p$  and internal degrees of freedom, is given by:

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 R^2}{2} + \sum_{\nu} \hbar\omega_{\nu} b_{\nu}^{\dagger} b_{\nu} + \sum_{\nu} g_{\nu} p(b_{\nu}^{\dagger} + b_{\nu}). \quad (1)$$

The coupling parameter  $g_{\nu}$  is

$$g_{\nu}^2 = \frac{\lambda\Gamma_{\nu}^2}{\hbar},$$

where  $\lambda$  is parameter which measures the average strengths of the interactions and  $\Gamma_{\nu}$  are the coupling constants.  $b_{\nu}^{\dagger}$  and  $b_{\nu}$  are the phonon production and annihilation operators that describe internal excitations of the system with energy  $\hbar\omega_{\nu}$ .

Using Hamiltonian (1), we obtain a system of quantum Heisenberg equation for the operators related to the collective and internal motion

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}R(t) &= \frac{p(t)}{m} + \sum_{\nu} g_{\nu}(b_{\nu}^{\dagger}(t) + b_{\nu}(t)), \\ \frac{d}{dt}p(t) &= -m\omega^2 R(t). \end{aligned} \quad (2)$$

and

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}b_{\nu}^{\dagger}(t) &= i\omega_{\nu}b_{\nu}^{\dagger}(t) + \frac{i}{\hbar}g_{\nu}p(t), \\ \frac{d}{dt}b_{\nu}(t) &= -i\omega_{\nu}b_{\nu}(t) - \frac{i}{\hbar}g_{\nu}p(t). \end{aligned} \quad (3)$$

The solutions of Eq. (3) are

$$b_{\nu}^{\dagger}(t) = F_{\nu}^{\dagger}(t) - \frac{g_{\nu}}{\hbar\omega_{\nu}}p(t) + \frac{g_{\nu}}{\hbar\omega_{\nu}} \int_0^t d\tau e^{i\omega_{\nu}(t-\tau)} \dot{p}(\tau),$$

$$b_v(t) = F_v(t) - \frac{g_v}{\hbar\omega_v} p(t) + \frac{g_v}{\hbar\omega_v} \int_0^t d\tau e^{-i\omega_v(t-\tau)} \dot{p}(\tau), \quad (4)$$

where

$$F_v^\dagger(t) = \left[ b_v^\dagger(0) + \frac{g_v}{\hbar\omega_v} p(0) \right] e^{i\omega_v t},$$

$$F_v(t) = \left[ b_v(0) + \frac{g_v}{\hbar\omega_v} p(0) \right] e^{-i\omega_v t}.$$

Substituting Eq. (4) into Eq. (2), we eliminate the bath variables from the equations of motion of the collective subsystem and we obtain the nonlinear integro-differential stochastic dissipative equations

$$\dot{R}(t) = \frac{p(t)}{\mu} + f(t) + \int_0^t d\tau \dot{p}(\tau) K(t-\tau),$$

$$\dot{p}(t) = -m\omega^2 R(t). \quad (5)$$

The presence of the integral parts in these equations indicates the non-Markovian character of the system. In equation of motion (5),  $\mu$  is the renormalized mass and  $K(t-\tau)$  is the dissipative kernel.

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m} - 2 \sum_v \frac{g_v^2}{\hbar\omega_v},$$

$$K(t-\tau) = 2 \sum_v \frac{g_v^2}{\hbar\omega_v} \cos(\omega_v(t-\tau)).$$

To solve Eq. (5) analytically, we use the Laplace transform method. After finding the expressions for the images, we obtain explicit expressions for the originals:

$$R(t) = A_1(t)R(0) + A_2(t)p(0) + \int_0^t A_1(\tau)f(t-\tau)d\tau,$$

$$p(t) = B_1(t)R(0) + B_2(t)p(0) + \int_0^t B_1(\tau)f(t-\tau)d\tau, \quad (6)$$

where

$$A_1(t) = \sum_{i=1}^3 \beta_i (s_i + \gamma) s_i e^{s_i t}, \quad A_2(t) = \sum_{i=1}^3 \beta_i \left( \frac{1}{m} - \lambda\gamma \right) (s_i + \gamma) e^{s_i t},$$

$$B_1(t) = -m\omega^2 \sum_{i=1}^3 \beta_i (s_i + \gamma) e^{s_i t}, \quad B_2(t) = \sum_{i=1}^3 \beta_i (s_i (s_i + \gamma) + \lambda\gamma m\omega^2) e^{s_i t},$$

We see in the Markovian limit  $\gamma \rightarrow \infty$  of the dissipation. To determine the friction and diffusion coefficients, we will consider equations for the coordinate  $\sigma_{qq}(t) = \langle q^2(t) \rangle - \langle q(t) \rangle^2$ , momentum  $\sigma_{pp}(t) = \langle p^2(t) \rangle - \langle p(t) \rangle^2$ , and coordinate-momentum  $\sigma_{qp}(t) = \frac{1}{2} \langle q(t)p(t) + p(t)q(t) \rangle - \langle q(t) \rangle \langle p(t) \rangle$  respectively. The time dependences of the collective energy is given by:

$$\langle E(t) \rangle = \frac{\sigma_{pp}(t) + \langle p(t) \rangle^2}{2m} + \frac{m\omega^2(\sigma_{RR}(t) + \langle R(t) \rangle^2)}{2}. \quad (7)$$

### 3. GENERAL SCHEME OF FAST FORWARD OF NON-MARKOVIAN DYNAMICS

We shall consider the acceleration of the non-Markovian dynamics of the harmonic oscillator coupled with electromagnetic field. Here, we shall extend the idea of Khujakulov and Nakamura [4] as follows.

The Heisenberg equation of motion for the oscillator is defined by

$$\frac{dp_0}{dt} = \frac{i}{\hbar} [H_0, p_0],$$

$$\frac{dq_0}{dt} = \frac{i}{\hbar} [H_0, q_0]. \quad (8)$$

with the Hamiltonian

$$H_0 = \frac{p_0^2}{2m} + V_0(q_0, t). \quad (9)$$

We assume  $p_0 = p_0(t)$  and  $q_0 = q_0(t)$  to be known (operator) functions of time  $t$ . For any long time  $T$ , we choose  $p_0(t = T)$  and  $q_0(t = T)$  as a target that we are going to generate.

Let the variables

$$\begin{aligned} p_{FF}(t) &\equiv p_0(\Lambda(t)), \\ q_{FF}(t) &\equiv q_0(\Lambda(t)). \end{aligned} \quad (10)$$

to be the fast – forward variable of  $p_0(t)$  and  $q_0(t)$ . In Eq. (10),

$$\Lambda(t) = \int_0^t \alpha(t') dt'. \quad (11)$$

is the advanced time, and  $\alpha(t)$  is a time – magnification factor defined by

$$\begin{aligned} \alpha(0) &= 1, \\ \alpha(t) &> 1 && (0 < t < T_{FF}), \\ \alpha(t) &= 1 && (t \geq T_{FF}). \end{aligned} \quad (12)$$

$T_{FF}$  is final time of the fast forwarding defined by

$$T = \int_0^{T_{FF}} \alpha(t) dt. \quad (13)$$

At  $t = T_{FF}$ , we obtain the target variable  $p_{FF}(T_{FF}) = p_0(T)$  and  $q_{FF}(T_{FF}) = q_0(T)$ . A typical explicit form for  $\alpha(t)$  is:

$$\alpha(t) = \bar{\alpha} - (\bar{\alpha} - 1) \cos\left(\frac{2\pi}{T_{FF}} t\right), \quad (14)$$

where  $\bar{\alpha}$  is the mean value of  $\alpha(t)$  and is given by  $\bar{\alpha} = \frac{T}{T_{FF}}$ .

$p_{FF}(t)$  and  $q_{FF}(t)$  are realized by applying a suitable electromagnetic field, and Heisenberg equation of motion for them is:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} p_{FF} &= \frac{i}{\hbar} [H_{FF}, p_{FF}], \\ \frac{d}{dt} q_{FF} &= \frac{i}{\hbar} [H_{FF}, q_{FF}] \end{aligned} \quad (15)$$

with

$$H_{FF} = \frac{1}{2m} (p_{FF} - qA_{FF})^2 + qV_{FF} + V_0(q_{FF}, \Lambda(t)). \quad (16)$$

$q$  is a charge of the particle. Using Eq. (10) in Eq. (15), we have

$$\frac{d}{dt} p_0(\Lambda(t)) = \frac{i}{\hbar} [H_{FF}, p_0(\Lambda(t))],$$

$$\frac{d}{dt}q_0(\Lambda(t)) = \frac{i}{\hbar}[H_{FF}, q_0(\Lambda(t))]. \quad (17)$$

On the other hand, by replacing  $t$  by  $\Lambda(t)$  in Eq. (8), we have

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}p_0(\Lambda(t)) &= \frac{i}{\hbar}\alpha(t)[H_0, p_0(\Lambda(t))], \\ \frac{d}{dt}q_0(\Lambda(t)) &= \frac{i}{\hbar}\alpha(t)[H_0, q_0(\Lambda(t))]. \end{aligned} \quad (18)$$

Eliminating the left – hand sides between Eqs. (17) and (18), we shall have the equation for the unknown vector ( $A_{FF}$ ) and scalar ( $V_{FF}$ ) potential, to be solved.

The scheme described above is also applicable to the  $c$  – number variant of Heisenberg equation of motion.

In our case, the harmonic oscillator is also coupled with the heat bath. But, after eliminating the degree of freedom of the heat bath, we have the explicit solution  $R(t)$  and  $p(t)$  in Eq. (6) whose time scale is governed by  $\{\tau\}$ . The fast forward solution is simply  $R_{FF}(t) \equiv R(\Lambda(t))$  and  $p_{FF}(t) \equiv p(\Lambda(t))$  with  $\Lambda(t)$  in Eq. (11).

Corresponding to Eq. (15),  $R_{FF}(t)(R(\Lambda(t)))$  and  $p_{FF}(t)(p(\Lambda(t)))$  must satisfy the generalization of Eq. (5) to the system in the presence of  $A_{FF}$  and  $V_{FF}$  fields. On the other hand, corresponding to Eq. (18), one can rewrite Eq. (5) by replacing  $t$  by  $\Lambda(t)$ . Eliminating  $\frac{d}{dt}R(\Lambda(t))$  and  $\frac{d}{dt}p(\Lambda(t))$  between the above pair of equations, we can obtain  $A_{FF}$  and  $V_{FF}$  potentials. The details of calculation will be done in a separate paper.

#### 4. CONCLUSION

In the context of the nanoscale Otto cycle, we explicitly presented the non-Markovian quantum dynamics of a harmonic oscillator coupled with heat bath. Then, to greatly accelerate the dynamics, we described a general scheme of the fast forward with use of the electromagnetic field. The scheme is a Heisenberg equation variant of the Khujakulov-Nakamura's theory. The detailed result will be given in a separate paper.

#### REFERENCES

- [1]. Kalandarov Sh. A., Kanokov Z., Adamian G. G., Antonenko N. V., and Scheid W., Non-Markovian dynamics of an open quantum system with nonstationary coupling, Phys. Rev. 2011, **E83**, 041104. [2]. Kalandarov Sh. A., Kanokov Z., Adamian G. G., Antonenko N. V., and Scheid W., Influence of external magnetic field on dynamics of open quantum systems, Phys. Rev. 2007, **E 75**, 031115. [3]. Abah O. et al. Single – ion heat engine at maximum power, Phys. Rev. Let., 2012, **109**, 203006. [4]. Khujakulov A. and Nakamura K., Scheme for accelerating quantum tunneling dynamics, Phys.Rev.A., 2016, **93**, 022101.

## О НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ТЕМПЕРАТУРЫ ДЕБАЯ

И. Хидиров, С. Рахманов, А. Парпиев

Институт Ядерной физики АН РУ, 100214, Ташкент, [khidirovi@yandex.ru](mailto:khidirovi@yandex.ru)

#### Аннотация

При помощи анализа функции Дебая, связывающей температуры Дебая  $\theta_D$  и измеряемой температуры  $T$  показано, что температура Дебая кристаллов уменьшается при понижении температуры от комнатной до абсолютного нуля. Данное утверждение подтверждается современными экспериментальными данными, приведенными для ряда кристаллов различных классов.

**Ключевые слова:** температура Дебая, функция Дебая, комнатная температура, температура абсолютного нуля, среднеквадратичная амплитуда тепловых колебаний атомов.

Температура Дебая  $\theta_D$  является одной из важных характеристик кристалла, характеризующей его теплофизические и прочностные свойства. В теории тепловых колебаний атомов в кристаллах температуру Дебая  $\theta_D$  считают почти постоянной (в пределе  $\sim 10\%$ ) при низких температурах  $T < \theta_D$  (KittelCh. 2005; Ашкрофт Н. В., Мермин Н. Д., 2013; Шульце Г. 1971.). Однако, как показывают последние экспериментальные данные для таких соединений, как TiC (Хидиров И. и Парпиев А.С. 2011; Хидиров И. 2014.),  $Zr_zNb_{1-z}C_xN_y$  (Гусев А. И. 2013.), GaS, GaSe, GaTe и ряда других соединений (Алджанов М.А. и др. 2005.) в интервале температур 300-0 К температура Дебая уменьшается от 22% до 40%. В некоторых литературах последних лет для температуры Дебая при температурах абсолютного нуля  $\theta_0$  дают значение больше, чем  $\theta_D$  (MarmalyukA.A.etal. 1998.). Таким образом, вопрос об уменьшении или увеличении либо о постоянстве температуры Дебая при уменьшении температуры вещества до абсолютного нуля остается открытым. Можно ли найти однозначный ответ на этот вопрос? Цель данной работы найти ответ на этот вопрос.

Согласно теории рассеяния рентгеновских лучей и нейтронов, между амплитудой тепловых колебаний атомов в кристалле  $\sqrt{\overline{u^2}}$  и температурой Дебая имеется следующая связь (Иверенова В. И; Ревкевич Г. П. 1972; Кривоглаз М. А. 1967.):

$$\theta_D = \frac{9h^2}{4\pi^2 \cdot k \cdot m \cdot \overline{u^2}} \cdot \left[ \frac{\Phi(x)}{x} + \frac{1}{4} \right], \quad (1)$$

где  $\theta_D$  - температура Дебая,  $\overline{u^2}$  - среднеквадратичная амплитуда тепловых колебаний атомов в элементе (или атомного комплекса в сплавах), обусловленная тепловыми колебаниями атомов,  $h$  - постоянная Планка,  $k$  - постоянная Больцмана,  $m$  - средняя масса атома в элементе (или атомного комплекса в сплавах),  $\Phi(x)$  - протабулированная функция Дебая;  $x = \theta_D/T$  - отношение температуры Дебая к температуре измерения  $T$  (в К). Проанализируем формулу (1) в случае отсутствия фазовых превращений при криогенных температурах. (В случае наличия фазовых превращений теплофизические характеристики вещества могут претерпевать аномальный скачок). В формулу (1) входят две переменные: функция Дебая и среднеквадратичная амплитуда тепловых колебаний атомов,  $\overline{u^2}$  которые зависят от температуры. Согласно свойствам функции Дебая (Кривоглаз М. А. 1967.), она с уменьшением температуры  $T$  (с увеличением  $x$ ) уменьшается, причем в ходе приближения  $T$  к абсолютному нулю ( $T \rightarrow 0$  К) функция Дебая стремительно (экспоненциально) приближается к нулю (рис. 1). Это должно привести к уменьшению температуры Дебая  $\theta_D$  при  $T \rightarrow 0$  К. Правда, что при понижении температуры уменьшается  $\overline{u^2}$  тоже, что согласно (1), это должно привести к увеличению  $\theta_D$ . Однако  $\overline{u^2}$  уменьшается гораздо медленнее, чем функция Дебая. Если обычно амплитуда тепловых колебаний атомов при комнатной температуре составляет 5 – 7% от среднего атомного расстояния (Кривоглаз М. А. 1967.), то при

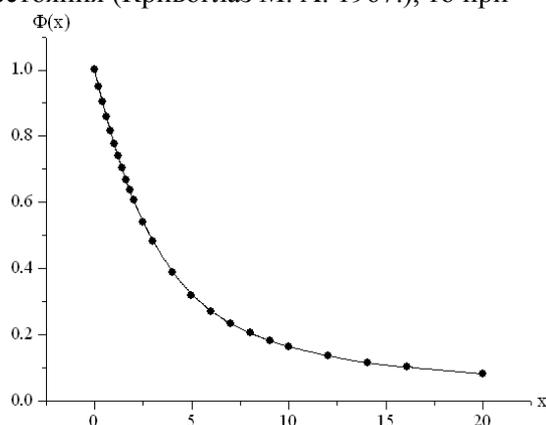


Рис. 1. График зависимости функции  $\Phi(x)$  от  $x$  (согласно данным (Кривоглаз М. А. 1967.)).

$T = 0$  К амплитуда нулевых колебаний составляет 2-3 %. Отсюда видно, что уменьшение  $u^2$  в интервале температур 300 – 0 К не так уж большое, чем уменьшение выражение  $\Phi(x)$ , которое в интервале 300 – 0 К уменьшается в разы.

Таким образом, анализ формулы (1), связывающей температуры Дебая и среднеквадратичной амплитуды тепловых колебаний атомов через функцию Дебая, позволяет утверждать, что при криогенной температуре при изменении температуры Дебая от  $\theta_D$  до  $\theta_0$  определяющая роль играет сильное уменьшение функции Дебая, что приводит при этом к уменьшению температуры  $\theta_D$ . Такое утверждение подтверждается результатами ряда экспериментов последних лет ( Хидиров И. и Парпиев А.С.2011; Хидиров И. 2014; Гусев А. И.2013; Алджанов М.А. и др.2005.).

## ССЫЛКИ

[1] Алджанов М.А., Султанов Г.Д., Керимов Э.М. и др, 2005. Теплоемкость монокристаллов галлия//Тр. Международной Конф. “Fizika-2005”, Ваку, № 101,р. 388-390. [2] Ашкрофт Н. В., Мермин Н. Д., 2013. Физика твердого тела. Т. 1. М.: Книга по требованию. Пер. с англ. А. С. Михайлова, 459 с. [3] Гусев А. И., 2013. Упругие и тепловые свойства твердых растворов  $Zr_zNb_{1-z}C_xN_y$ // Физика твердого тела.т. 55, вып. 7, с. 1451-1454. [4] Иверенова В. И., Ревкевич Г. П., 1972. Теория рассеяния рентгеновских лучей. М.: изд. МГУ, 246. [5] Кривоглаз М.А., 1967. Теория рассеяния рентгеновских лучей и тепловых нейтронов реальными кристаллами. М.: Наука, 336 с. [6] Kittel Ch., 2005. Introduction to solid state physics. 8-th edition, New York: Jhon Wiley, 704 p. [7] Marmalyuk A.A., Akchurin R. Kh., Gorbylev V. A., 1998. Theoretical Calculation of the Debye Temperature and Temperature Dependence of Heat Capacity of Aluminum, Gallium, and Indium Nitrides//High Temperature, Vol. 36, No. 5, pp. 817–819. [8] Хидиров И., Парпиев А. С., 2011. Раздельное определение динамических и статических среднеквадратичных смещений атомов карбида титана методом дифракции нейтронов// Кристаллография. Т. 56. № 3, с. 504-508. [9] (Khidirov I., Parpiev A. S. 2011. Separate Determination of Amplitude of Thermal Vibrations and Static Atomic Displacements in Titanium Carbide by Neutron Diffraction// Crystallography reports. МАИК "Наука/Интерпериодика" Pleiades Publishing.Ltd. Russian.Moscow. V. 56. no. 3. PP. 498-502. <http://www.springerlink.com/content/r622224hnr3554x2/> ). [10] Хидиров И., 2014. Нейтронографическое исследование систем Ti-C, Ti-N, Ti-C-N и Ti-N-H. Saarbrucken (Германия): LAPLAMBERT Academic Publishing, 184 с. [11] Шульце Г., 1971. Металлофизика. М.: Мир, 505 с.

## РЕШЕТКА НЕЛИНЕЙНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДОВ С РТ – СИММЕТРИЕЙ

С. Ш. Таджимуратов<sup>1</sup>, Ф. Х. Абдуллаев<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ФТИ НПО «Физика – Куёш» АН Республики Узбекистан,

<sup>2</sup> Department of Physics, Kulliyah of Science, IUM Kuantan, Malaysia

### Аннотация

Исследуется распространение оптических пучков в РТ-симметричной системе связанных оптических волокон. РТ-симметрия реализуется включением усиления / затухания. При этом соседние волокна находятся в противоположных режимах: если одном из волноводов оптический сигнал усиливается, то в соседнем затухает. Аналитически выводятся некоторые свойства гамильтониана такой системы. Показано, что плотности энергии в волноводах с усилением и затуханием всегда остаются равными (в РТ-симметричном режиме). Обобщено условие нарушения РТ-симметрии на нелинейный случай. Численно проверены условие реализации РТ-симметрии и результаты, полученные аналитически.

**Ключевые слова:** волноводы, РТ-симметрия

### Введение

Как известно, в квантовой теории используются только эрмитовы гамильтонианы, поскольку, физическая величина (энергия), являющаяся его собственным значением, должна быть действительной. Однако, существуют операторы, которые, не будучи эрмитовым, тем не менее, могут иметь действительные собственные значения [1]. Использование таких операторов в квантовой теории вопрос еще открытый, но в других областях физики, особенно, в оптике, использование таких операторов можно считать свершившимся фактом. Классом таких операторов являются РТ-

симметричные гамильтонианы, которые в последнее время интенсивно изучаются (см. например, [2–13]). При некоторых значениях параметров такие гамильтонианы имеют действительные собственные значения (режим РТ–симметрии), это означает, что эти системы имеют стационарные решения. Одной из модели таких систем является решетка линейно связанных волноводов с усилением / затуханием. Примечательно, что такие системы реализованы экспериментально ([7,8]). Исследованию таких систем посвящено большое число работ. Изучаются линейные и нелинейные свойства, распространение солитонов в таких системах, устойчивость собственных мод, бифуркация нелинейных мод из линейных и другие аспекты этой проблемы. Очень важным является исследование условий нарушения РТ–симметрии: при каких пороговых значениях параметров собственные значения перестанут быть действительными. В связи с этим становится актуальным изучение возможности управления параметрами системы, которые реализуются введением быстроменяющихся возмущений в систему.

В настоящей работе мы рассмотрим произвольное, четное число  $(2N)$  связанных нелинейных волноводов с усилением / затуханием. Исследуем стационарные решения этой системы. Найдем соотношение, которое связывает плотности энергии мод, находящихся в волноводах с усилением и затуханием. Получим сохраняющуюся величину – общую плотность энергии (норму). Используя их, обобщим условие нарушения РТ–симметрии на нелинейный случай. Численным решением уравнений проверим полученные результаты.

### РТ – симметричная система уравнений для решетки связанных волноводов

Решетка линейно связанных нелинейных волноводов с усилением/затуханием описывается дискретным аналогом нелинейного уравнения Шредингера

$$i \frac{\partial \psi_n}{\partial t} = -k(\psi_{n-1} + \psi_{n+1}) - g|\psi_n|^2\psi_n + i(-1)^n\gamma\psi_n, \quad n = 1, \dots, 2N, \quad (1)$$

где  $\psi_n$  – представляет собой амплитуду волны в  $n$ -ом волноводе,  $k$  – коэффициент линейной связи между волноводами,  $g$  – коэффициент нелинейности,  $t$  – эволюционная переменная, в данном случае это координата вдоль волокна,  $\gamma$  – коэффициент усиления /затухания. Систему надо дополнить граничными условиями  $\psi_0=0, \psi_{2N+1}=0$  для открытой системы (условие Дирихле) или  $\psi_0=\psi_{2N}, \psi_1=\psi_{2N+1}$  для периодической системы. Удобно эту систему переписать отдельно для четных и нечетных волноводов. Для этого определим

$$\psi_{2n-1} = U_n, \psi_{2n} = V_n, \quad n = 1, \dots, N. \quad (2)$$

Тогда вместо уравнения (1) получим

$$i \frac{\partial U_n}{\partial t} = -k(V_{n-1} + V_n) - g|U_n|^2U_n - i\gamma U_n, \quad (3a)$$

$$\frac{\partial V_n}{\partial t} = -k(U_n + U_{n+1}) - g|V_n|^2V_n + i\gamma V_n, \quad (3b)$$

Граничные условия примут вид

$$V_0 = 0, U_{N+1} = 0, \quad (4)$$

для открытой системы

$$V_0 = V_N, U_{N+1} = U_1, \quad (5)$$

для периодической системы. Как видно, в нечетных волноводах сигнал затухает, а в четных усиливается.

Рассмотрим стационарные решения  $U_n = X_n \exp(-iEt), V_n = Y_n \exp(-iEt)$  этой системы. Подставим их в уравнения (3) и получим

$$EX_n = -k(Y_{n-1} + Y_n) - g|X_n|^2X_n - i\gamma X_n, \quad (6a)$$

$$EY_n = -k(X_n + X_{n+1}) - g|Y_n|^2Y_n + i\gamma Y_n. \quad (6b)$$

Граничные условия (4) и (5) преобразуются в

$$Y_0 = 0, X_{N+1} = 0, \quad (4')$$

$$Y_0 = Y_N, X_{N+1} = X_1. \quad (5')$$

В работе [16] (см. также [14]) для линейной части этой системы, была решена задача на собственные значения и найдено условие нарушение РТ–симметрии

$$E = \sqrt{4k^2 \cos^2\left(\frac{q}{2}\right) - \gamma^2}, \quad (7)$$

где  $q = 2j\pi / (2N+1)$  для открытой системы, и  $q = 2j\pi / N, j=1, \dots, N$  для периодической системы. Минимальное значение первого члена под радикалом определяет пороговое значение нарушения РТ–симметрии

$$\gamma_c = \left(4k^2 \cos^2\left(\frac{q}{2}\right)\right)_{\min}. \quad (8)$$

Отметим еще раз, что эта формула была получена без учета нелинейного члена. В работах [17], [18] был получен нелинейный аналог соотношения (7) для димера (N=1).

Из уравнений (6) получим некоторые свойства их решений. Умножая нечетные уравнения на  $X_n^*$ , а четные на  $Y_n^*$ , (где звездочка над буквой означает комплексное сопряжение) и складывая все уравнения получим

$$E \sum_{n=1}^N (|X_n|^2 + |Y_n|^2) = -k \sum_{n=1}^N \{X_n^* Y_{n-1} + X_n^* Y_n + X_n Y_n^* + Y_n^* X_{n+1}\} - g \sum_{n=1}^N (|X_n|^4 + |Y_n|^4) - i\gamma \sum_{n=1}^N (|X_n|^2 - |Y_n|^2).$$

Легко убедиться, что здесь кроме последнего слагаемого все остальные члены действительны, тогда последнее слагаемое равно нулю и отсюда получается

$$\sum_{n=1}^N |X_n|^2 = \sum_{n=1}^N |Y_n|^2. \quad (9)$$

Таким образом, нормы (плотность энергии) усиливающих и ослабляющих волноводах равны между собой. Этот факт, конечно, является следствием РТ-симметрии системы. Отметим, что это соотношение совершенно общее, оно не зависит, как расположены усиливающие и ослабляющие волноводы. Далее учитывая (9), можно получить сохраняющуюся величину (норму) для уравнений (3)

$$\sum_{n=1}^N (|X_n|^2 + |Y_n|^2) = \text{const} \equiv \rho \quad (10)$$

что естественно для стационарного случая.

Используя эти свойства стационарных решений, можно обобщить условие (7) для нелинейного случая. Для этого ищем решения (6) в виде

$$X_n = A \exp(iqn), Y_n = B \exp(iqn), \quad q = \frac{2\pi j}{N}, \quad j = 1, \dots, N. \quad (11)$$

Отметим что, эти решения удовлетворяют граничным условиям (5'). Подставив эти решения в (6) и воспользовавшись соотношениями (11) и (10) получим

$$E = -\frac{g\rho}{2N} \pm \sqrt{4k^2 \cos^2\left(\frac{q}{2}\right) - \gamma^2}. \quad (12)$$

Эта формула является нелинейным аналогом условий устойчивости РТ-симметрии. Положительный знак перед корнем соответствует симметричным, а отрицательный знак – антисимметричным решениям. Формула (12) показывает, что включение нелинейности не изменяет значения условия нарушения РТ-симметричности. Из-за нелинейности  $E$  начинает зависеть от норм  $\rho$ . Заметим, что формулу (12) мы получили для периодических граничных условий и к тому же для определенного, частного вида (11) решений. Тем не менее, проверка численным решением системы (6) которую приведем в следующем разделе, показывает универсальность этой формулы для периодических граничных условий. Более того, численный расчет показывает что, такая же линейная зависимость верна и для граничных условий Дирихле.

### Численное моделирование

Хотя соотношение (9), по характеру получения, является точным, тем не менее, мы решили проверить его численным счетом. Для этого, мы сравнивали нормы в разных волноводах решая уравнения (6) для различных обобщих норм  $\rho$ . Результаты проведены в рис.1, которые показывают точное выполнение этого соотношения при различного общего числа волноводов.

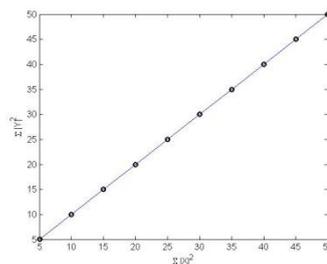


Рис.1. Зависимость  $\sum |Y_n|^2$  от  $\sum |X_n|^2$  при различных норм  $\rho$ . Здесь  $k = 1, N = 27, g = 1, \gamma = 0.05$ . Сплошная линия график функции  $y = x$ . Кружками задана зависимость  $\sum |Y_n|^2$  от  $\sum |X_n|^2$ .

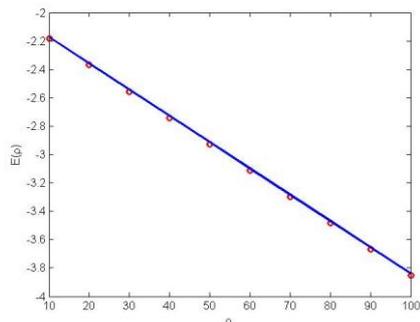


Рис.2. График зависимости  $E_{от} \rho$  для периодических граничных условий, при  $k = 1, g = 1, N = 17, \gamma = 0.05$ . Непрерывная линия график  $E$  по формуле (12).

Кружками задана зависимость  $E_{от} \rho$ , полученная численным решением системы (6)

Формулу (12) мы получили, используя решения определенного вида (11), поэтому мы проверим справедливость этой формулы также прямым численным решением уравнений (6). Мы численно решали уравнения (6) для разных  $\rho$  и сравнили результаты со значениями  $E$  вычисленными по формуле (12). В рис.2 сравниваются результаты полученными двумя путями. Непрерывная линия соответствует графику зависимости  $E$  по формуле (12), кружками отмечены результаты численного счета. Как видим, согласие превосходное. Хотя, для условий Дирихле мы подобную аналитическую формулу не получили, численный счет и для этого случае дает линейную зависимость  $E_{от} \rho$  (рис.13), хотя прямые полученные численно и по формуле (12) и отличаются наклоном. **Заключение**

В данной работе мы исследовали свойства стационарных решений в РТ-симметричной системе, состоящей из произвольного, четного числа связанных нелинейных волноводов. Выявили равенство плотности энергий в усиливающих и ослабляющих волноводах. Обобщили условия нарушения РТ-симметричности для нелинейного случая. Численным решением уравнений показали существование стационарных решений для соответствующих значений параметра  $g$ . Численный счет также подтвердил правильность аналитически полученных результатов: равенство норм в разных волноводах и условие нарушения РТ-симметрии в нелинейном случае

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] С.М. Bender and S. Boettcher, PT-symmetric quantum mechanics, Phys. Rev. Lett. 80, 5243 (1998). [2] A. Ruschhaupt, F. Delgado, and J.G. Muga, Nonlinear Parity - Time (PT) symmetric closed - form optical quadrimerwaveguides : Attractor perspective J. Phys. A: Math. Gen. 38 (2005) L171. [3] Z.H. Musslimani, K.G. Makris, R. El-Ganainy, and D.N. Christodoulides, Optical Solitons in PT Periodic Potentials, Phys. Rev. Lett. 100, 030402 (2008). [4] H. Ramezani, T. Kottos, R. El-Ganainy, and D.N. Christodoulides, Unidirectional nonlinear PT-symmetric optical structures, Phys. Rev. A 82, 043803 (2010). [5] K. G. Makris, R. El Ganainy, D. N. Christodoulides, and Ziad H. Musslimani, PT symmetric optical lattices, Phys. Rev. A 81, 063807, 2010. [6] M. Kulishov and B. Kress, Free space diffraction on active gratings with balanced phase and gain/loss modulations, Optics Express 20, 29319, (2012). [7] C.E. Ruter, K.G. Makris, R. El-Ganainy, D.N. Christodoulides, M. Segev, and D. Kip, Observation of parity-time symmetry in optics Nature Physics 6 (2010) 192. [8] A. Guo, G. J. Salamo, D. Duchesne, R. Morandotti, M. Volatier-Ravat, V. Aimez, G. A. Siviloglou and D. N. Christodoulides, Observation of PT-Symmetry Breaking in Complex Optical Potentials Phys. Rev. Lett. 103, 093902 (2009). [9] S.V. Dmitriev, A.A. Sukhorukov, and Yu.S. Kivshar, Binary parity-time-symmetric nonlinear lattices with balanced gain and loss, Opt. Lett. 35, (2010), 2976–2978. [10] S.V. Suchkov, B.A. Malomed, S.V. Dmitriev and Yu.S. Kivshar, Solitons in a chain of parity-time-invariant dimers, Phys. Rev. E 84, 046609 (2011). [11] F.Kh. Abdullaev, Y.V. Kartashov, V.V. Konotop, and D.A. Zezyulin, Solitons in PT-symmetric nonlinear lattices, Phys. Rev. A 83 (2011), 041805(R). [12] A.E. Miroshnichenko, B.A. Malomed, and Yu.S. Kivshar, Nonlinearly PT-symmetric systems: spontaneous symmetry breaking and transmission resonances, Phys. Rev. A 84 (2011), 012123. [13] V.V. Konotop, D.E. Pelinovsky, and D.A. Zezyulin, Discrete solitons in PT-symmetric lattices, EPL 100 (2012), 56006. [14] Panayotis G. Kevrekis

dis, Dmitry E. Pelinovsky, and Dmitry Y. Tyugin Nonlinear stationary states in PT-symmetric lattices, SIAM J. Appl. Dyn. Syst., 03/2013, 12(3). [15] Panayotis G. Kevrekidis, Dmitry E. Pelinovsky, and Dmitry Y. Tyugin, Nonlinear dynamics in PT-symmetric lattices, Phys. Lett. A379, 1828 (2015). [16] A. I. Barashenkov, L. Baker, and H. V. Alexeeva, PT-symmetry breaking in a necklace of coupled optical waveguides, Phys. Rev. A87, 033819 (2013). [17] K. Li and P.G. Kevrekidis, PT-symmetric oligomers: analytical solutions, linear stability, and nonlinear dynamics, Phys. Rev. E83 (2011), 066608. [18] R.L. Horne, J. Cuevas, P.G. Kevrekidis, N. Whitaker, F.Kh. Abdullaev, and D.J. Frantzeskakis, PT-symmetry Management in Oligomer Systems, J. Phys. A: Math. Theor. 46, 485101 (2013).

## ELECTRON EXCHANGE BETWEEN DOPANT IRON SITES IN GLASS FILMS OF ARSENIC SELENIDE

A. Marchenko, V. Kiselev, A. Rasnyuk, A. Shaldenkova, P. Seregin

St. Petersburg, 191186, Russia, e-mail: al7140@mail.ru, Herzen Russian State Pedagogical University

### Abstract

Using the method of Mossbauer spectroscopy, the electron exchange between the neutral and ionized iron dopant sites in glass films of arsenic selenide modified by iron, which gives rise to changes in both the electronic density and the tensor of the electric field gradient on the nuclei of the iron atoms, is investigated.

**Keywords:** chalcogenide glass, dopant iron atoms, electron exchange, Mossbauer spectroscopy

### 1. Introduction

Mossbauer spectroscopy allows one to determine the charge state of dopant atoms, the symmetry and chemical nature of their local environment, and the kinetic parameters of the electron exchange processes between the neutral and ionized states of dopant atom sites. The present work is devoted to studies on the electron exchange process between the neutral and ionized states of iron dopant atoms in glass films of arsenic selenide,  $As_2Se_3$ , modified by iron.

### 2. Experimental

The  $As_2Se_3$  films were modified by iron in an argon atmosphere at a pressure of  $10^{-2}$  Torr and frequency of 13.6 MHz using the method of high-frequency ion-plasma sputtering of arsenic selenide and metallic iron enriched with the  $^{57}Fe$  isotope to 90% followed by subsequent annealing of the films at  $150^\circ C$  for 30 min. The iron concentration,  $N_{Fe}$ , was varied from 0.5 to 4.0 at % and controlled by the method of X-ray fluorescent analysis with an error of  $\pm 0.1$  at %. The amorphicity of the films was tested by the X-ray diffraction method. The  $^{57}Fe$  Mossbauer spectra in the range of temperatures from 80 to 400 K were recorded using a  $^{57}Co$  radiation source in a palladium matrix.

### 3. Results and discussion

It was shown in [6] that iron dopant atoms form a one-electron donor-type level with an ionization energy of  $0.24 \pm 0.03$  eV (the energy is counted from the bottom of the conductivity zone) in the forbidden zone of arsenic selenide glass. If  $N_{Fe} < 2$  at %, then all the donor iron sites in the low-temperature field ( $T < 297$  K) appear to be ionized and, consequently, a quadrupole doublet with the central shift,  $S_i$ , and quadrupole splitting,  $\Delta_i$ , corresponding to the triply charged  $Fe^{3+}$  ion, the local environment symmetry of which is lower than cubic symmetry, is observed in the Mossbauer spectra of  $^{57}Fe$  dopant atoms (fig. 1). When the Fermi level is close to the donor iron level (this occurs at  $N_{Fe} > 2$  at %), then a part of the iron sites appears to be in the unionized state, and the second quadrupole doublet with the central shift,  $S_n$ , and quadrupole splitting,  $\Delta_n$ , corresponding to the  $Fe^{2+}$  ion emerges in the Mossbauer spectra of  $^{57}Fe$  dopant atoms. In this case the local environment symmetry of the  $Fe^{2+}$  ions is lower than the cubic symmetry (fig. 1). The fraction of the  $Fe^{2+}$  ions can be calculated by the following equation:

$$p = \frac{s_n}{s_n + s_i} \quad (1)$$

where  $s_n$  and  $s_i$  are the areas under the Mossbauer spectra recorded at 80 K and corresponding to the  $Fe^{2+}$  and  $Fe^{3+}$  ions, respectively.

The fraction of the  $Fe^{2+}$  ions increases with an increase in the iron concentration, and the concentrations of the ( $N_n$ ) neutral and ( $N_i$ ) ionized sites at  $N_{Fe} \sim 4$  at % become equal (fig. 1).

It is obvious that when the Fermi level is close to the level of iron, then the electron exchange between the two oxidation states of iron ( $\text{Fe}^{2+}$  and  $\text{Fe}^{3+}$ ) is possible, which should give rise to the convergence of the central shift values of the Mossbauer spectra of the  $\text{Fe}^{2+}$  and  $\text{Fe}^{3+}$  sites. In the limit of fast electron exchange, when the lifetimes of the  $\text{Fe}^{2+}$  and  $\text{Fe}^{3+}$  states are much shorter than the lifetime of the  $^{57m}\text{Fe}$  nuclear isomer ( $\sim 10^{-7}$  s), the Mossbauer spectrum of the averaged state of iron with the following central shift should appear:

$$S = \frac{S_i(80\text{ K}) + PS_n(80\text{ K})}{P+1} \quad (2)$$

where

$$P = \frac{N_{\text{Fe}^{2+}}}{N_{\text{Fe}^{3+}}} \leq 1 \quad (3)$$

and  $S_n(80\text{ K})$  and  $S_i(80\text{ K})$  are the central shifts of the Mossbauer spectra recorded at 80 K and corresponding to the  $\text{Fe}^{2+}$  and  $\text{Fe}^{3+}$  sites, respectively.

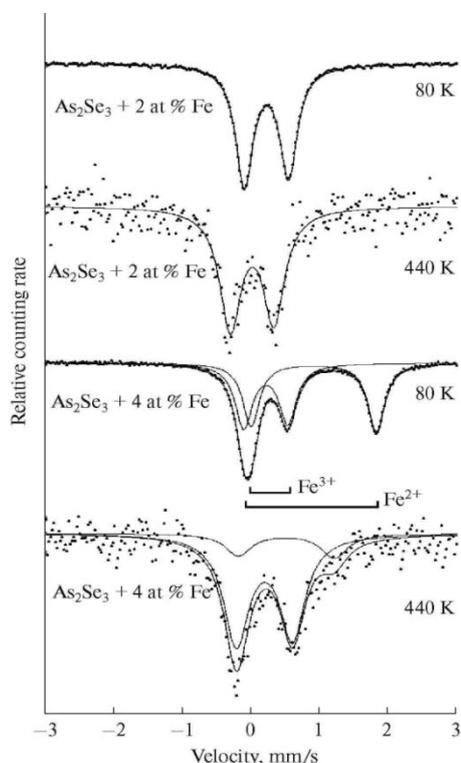


Fig. 1. Fe Mossbauer spectra of films of arsenic selenide modified by iron.

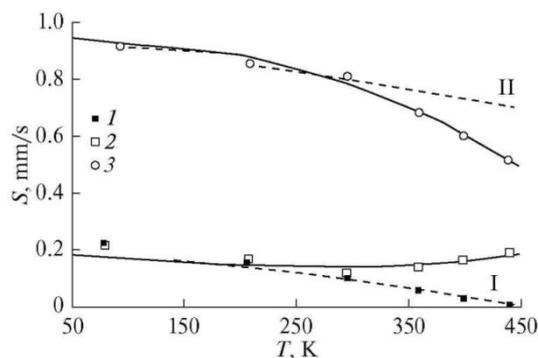


Fig. 2. Temperature dependences of the central shifts of the Mossbauer spectra of Fe sites in  $\text{As}_2\text{Se}_3$  films for an iron concentration of (1) 2 and (2) 4 at %, and (3) of  $\text{Fe}^{2+}$  sites for an iron concentration of 4 at % (3); the dashed lines correspond to the temperature dependences of the central shifts of the Mossbauer spectra of the (I) Fe and (II) Fe sites, which are determined from the temperature dependences of the squared Doppler shifts in the Fe Mossbauer spectra.

The temperature dependences of the central shifts of the Mossbauer spectra of Fe<sup>3+</sup> and Fe<sup>2+</sup> sites at N<sub>Fe</sub>= 2 at % (when P≈ 0) and N<sub>Fe</sub>= 4 at % (when P≈ 1) are shown in fig. 2.

For the case when P ≈ 0, only the quadrupole doublet corresponding to the Fe<sup>3+</sup> ion is present in the Mossbauer spectrum, the central shift of which in the range of temperatures from 80 to 440 K only slightly decreases with an increase in the temperature, which can be explained by the manifestation of the transverse Doppler effect. In most cases, the central shift, S, of the Mossbauer spectra is determined by the isomeric shift, δ, and the squared Doppler shift, D

$$S = \delta + D, \quad (4)$$

and the temperature dependence of the central shift is determined by the temperature dependence of the D value, which looks as follows in the Debye approximation:

$$D = -\frac{3}{2} E_0 \frac{k\Delta T}{Mc^2} f\left(\frac{\Delta T}{\theta}\right) \quad (5)$$

where E<sub>0</sub> is the energy of the isomeric transition for the <sup>57</sup>Fe isotope, k is the Boltzmann constant, M is the mass of the irradiating <sup>57</sup>Fe atom, c is the speed of light in vacuum, θ is the Debye temperature of the investigated material, f(ΔT/θ) is the Debye function, and ΔT is the difference between the temperatures at which the Mossbauer spectra of the sample are recorded.

The theoretical temperature dependences of the squared Doppler shift of the Mossbauer spectrum of the <sup>57</sup>Fe isotope (the used Debye temperatures are 120 and 200 K) and the experimental temperature dependence of the central shift of the Mossbauer spectrum of the Fe<sup>3+</sup> sites at P≈ 0 are shown in fig. 3. As is seen from the plots, there is satisfactory agreement between the theoretical and experimental dependences.

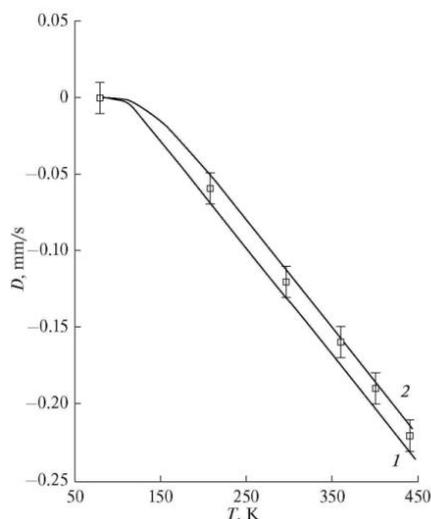


Fig. 3. Theoretical temperature dependences (solid lines) of the Doppler shift of the Mossbauer spectrum on the <sup>57</sup>Fe isotope for Debye temperatures of (1) 120 and 200 (2) K and the experimental temperature dependence of the central shift of the Mossbauer spectrum of the Fe sites in As<sub>2</sub>Se<sub>3</sub> films for an iron concentration of 2 at %.

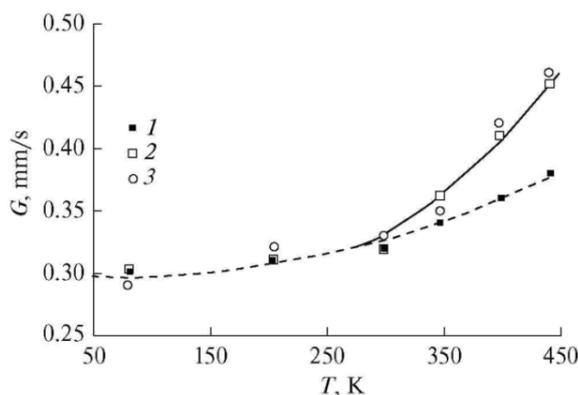


Fig. 4. Temperature dependences of the spectral line widths of the Mossbauer spectra of Fe sites in As<sub>2</sub>Se<sub>3</sub> films for an iron concentration of (1) 2 and (2) 4 at %, and (3) of Fe sites for an iron concentration of 4 at %.

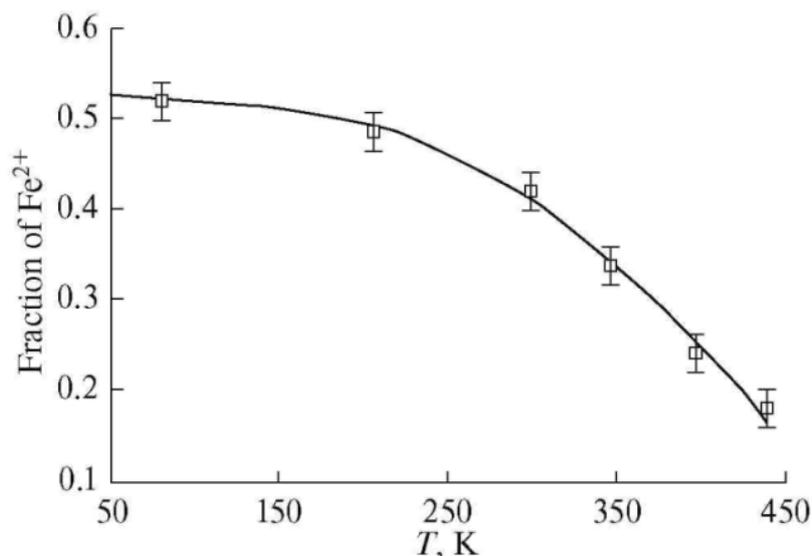


Fig. 5. Temperature dependence of the fraction of Fe sites in the Mossbauer spectra of As<sub>2</sub>Se<sub>3</sub>: Fe at NF<sub>e</sub> = 4 at %.

For the case when  $P \approx 1$ , two quadrupole doublets corresponding to the Fe<sup>3+</sup> and Fe<sup>2+</sup> sites are present in the Mossbauer spectrum, the central shifts of which become close to each other with an increase in the temperature (see fig. 2), the spectral lines are broadened (fig. 4), and the relative area under the spectrum corresponding to Fe<sup>2+</sup> sites is decreased (fig. 5).

The spectra in fig. 1 and results of their processing in figs. 2 and 4 illustrate the typical pattern of the electron exchange between the two iron oxidation states, Fe<sup>2+</sup> and Fe<sup>3+</sup>. A decrease in the relative area under the spectrum corresponding to Fe<sup>2+</sup> sites does not indicate a decrease in the concentration of Fe<sup>2+</sup> sites with an increase in the temperature but a more distinct dependence of the Mossbauer coefficient on the temperature for the compounds of doubly charged iron in comparison with the compounds of Fe<sup>3+</sup>.

Taking into the consideration that the local symmetry of Fe<sup>2+</sup> and Fe<sup>3+</sup> sites is lower than cubic symmetry, it is reasonable to expect the electron exchange to be accompanied by a change in the tensor of the electric field gradient (EFG); i.e., the quadrupole splittings of the Fe<sup>2+</sup> and Fe<sup>3+</sup> Mossbauer spectra should change with an increase in the temperature.

Actually, if the local symmetry of the <sup>57m</sup>Fe Mossbauer probe is lower than its cubic symmetry, then the energy level of the <sup>57m</sup>Fe nucleus decomposes into two sublevels as a result of the interaction of the quadrupole moment,  $Q$ , of the iron nucleus with the EFG tensor on it, and the quadrupole splitting of the Mossbauer spectrum arises. The Laplace equation,  $U_{xx} + U_{yy} + U_{zz} = 0$ , is applicable for a diagonalized EFG tensor, and this EFG tensor is determined by the following two parameters: the main component,  $U_{zz}$ , of the EFG tensor and the asymmetry parameter,  $\eta = (U_{xx} - U_{yy})/U_{zz}$  (here  $x$ ,  $y$ , and  $z$  are the main axes of the EFG tensor, which are chosen based on the inequality  $|U_{xx}| \leq |U_{yy}| \leq |U_{zz}|$ ). The Mossbauer spectrum is represented by a doublet with the following distances between the components:

$$\Delta = \frac{1}{2} eQU_{zz} \left[ 1 + \frac{\eta^2}{3} \right]^{1/2}. \quad (6)$$

In general, there are the following two EFG sources on the atomic nuclei: the ions of the structural lattice of glass (they produce crystalline EFG) and nonspherical valence electrons of the Mossbauer atom (they produce valence EFG). Accordingly,

$$U_{zz} = (1 - \gamma)V_{zz} + (1 - R_o)W_{zz}, \quad \eta = \frac{(1 - \gamma)V_{zz}\eta_{cr} + (1 - R_o)W_{zz}\eta_{val}}{U_{zz}}, \quad (7)$$

where  $U_{zz}$ ,  $V_{zz}$ , and  $W_{zz}$  are the main components of the total, crystalline, and valence EFG tensors, respectively;  $\eta$ ,  $\eta_{cr}$ , and  $\eta_{val}$ , are the asymmetry parameters of these tensors;  $\gamma$  and  $R_o$  are the Sternheimer coefficients (they take into account the shielding and deshielding of EFG produced by the external charges and by the internal electron shells of the probe atom).

If the valence shells of the Mossbauer atom are completely or half-filled (the  $\text{Fe}^{3+}$  ion is a typical example), then only the charges of neighbor atoms should be taken into account for such an atom upon the calculations of EFG; the  $\Delta$  value in this case is insignificant, and its temperature dependence is determined by the temperature dependences of the interatomic distances in the crystal and in the structural lattice of glass, and this dependence is very weak as a rule. However, if the valence shells of the Mossbauer atom are filled only partially ( $\text{Fe}^{2+}$  is a typical example), then the valence electrons are the main source of EFG; therefore the  $\Delta$  value is significantly increased, and it noticeably decreases upon an increase in the temperature.

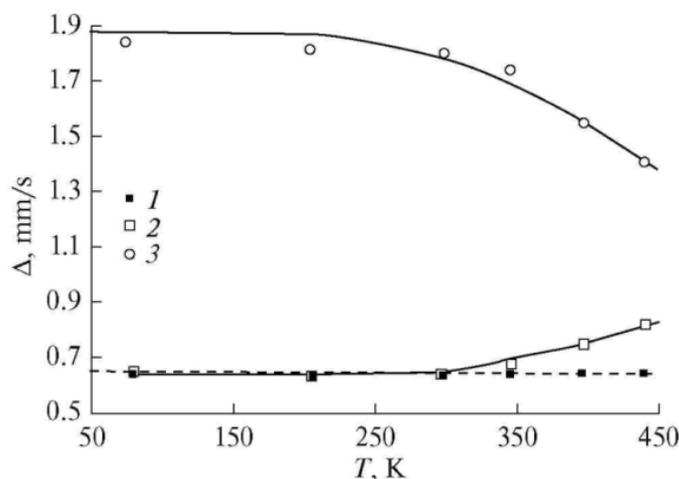


Fig. 6. Temperature dependences of the quadrupole splitting of the Mossbauer spectra of Fe sites in  $\text{As}_2\text{Se}_3$  films for an iron concentration of (1) 2 and (2) 4 at %, and (3) of  $\text{Fe}^{3+}$  sites for an iron concentration of 4 at % (3).

The temperature dependences of the quadrupole splittings of the  $^{57}\text{Fe}$  Mossbauer spectra corresponding to the  $\text{Fe}^{2+}$  and  $\text{Fe}^{3+}$  sites are shown in fig. 6. It is seen that a small value of the quadrupole splitting,  $\Delta_i$ , and its insignificant decrease with an increase in the temperature are observed in the range of temperatures from 80 to 400 K for the case with an iron concentration of less than 2 at % (iron is stabilized only in the  $\text{Fe}^{3+}$  state), as expected for the triply-charged  $\text{Fe}^{3+}$  state of iron. In the case with an iron concentration of 4 at % (iron is stabilized in the two equally populated  $\text{Fe}^{2+}$  and  $\text{Fe}^{3+}$  states), small values of the quadrupole splitting,  $\Delta_i$ , and their decrease with an increase in the temperature are observed in the Mossbauer spectra of the  $\text{Fe}^{3+}$  sites in the range of temperatures from 80 to 350 K, whereas the  $\Delta_i$  value starts to increase anomalously upon a further increase in the temperature. For the spectra of  $\text{Fe}^{2+}$  sites, the quadrupole splitting value,  $\Delta_n$ , for the same samples is significantly larger, and the rate of its decrease upon an increase in the temperature has the following two areas: the area at the temperatures ranging from 80 to 350 K, in which the quadrupole splitting considerably decreases, and the area at  $T > 350$  K, in which this decrease becomes more rapid.

Thus, the quadrupole splitting values of the Mossbauer spectra of the  $\text{Fe}^{3+}$  and  $\text{Fe}^{2+}$  sites in the films of arsenic selenide glass approach each other upon an increase in the temperature, which indicates that the EFG tensor parameters produced on the atomic nuclei of the neutral and ionized iron donor centers become closer.

#### 4. Conclusions

In glass films of arsenic selenide modified by iron, the  $\text{Fe}^{2+}$  and  $\text{Fe}^{3+}$  sites corresponding to the neutral and ionized states of the one-electron donor iron center are detected. Both the central shift and quadrupole splitting values of the Mossbauer spectra of the  $\text{Fe}^{3+}$  and  $\text{Fe}^{2+}$  sites become closer upon an increase in the temperature, which indicates that the electronic densities and EFG tensor parameters on the atomic nuclei of the neutral and ionized iron donor centers are equalized.

#### REFERENCES

- [1] Marchenko, A.V., Rabchanova, T.Yu., Seregin, P.P., Zharkoi, A.B., and Bobokhuzhaev, K.U., Origin of the electrical activity of iron atoms in vitreous arsenic selenide, *Glass Phys. Chem.*, 2016, vol. 42, no. 3, pp. 246–250.

## АДСОРБЦИОННЫЕ И ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА НЕКОТОРЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ, НЕМЕТАЛЛИЧЕСКИХ НАНОЧАСТИЦ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА ПОВЕДЕНИЕ РАСТВОРИТЕЛЕЙ

М.М.Сафаров, А.С.Назруллоев, Д.С.Джураев, М.М.Холиков

Курган-тибинский энергетический институт,

Курган-тюбе, Таджикистан

Таджикский государственный педагогический университет им. С. Айни,

Душанбе, Таджикистан

Таджикский технический университет им. Академика М.С. Осими,

Душанбе, Таджикистан

[mahmad1@mail.ru](mailto:mahmad1@mail.ru); [juraev77@mail.ru](mailto:juraev77@mail.ru)

### Аннотация

В работе приводятся результаты экспериментального измерения теплопроводности и теплоемкости системы гидразин и фуллерен- $C_{60}$  и УНИТ при различных температурах и давлениях. На основе закона соответственных состояний и результатов измерения получены эмпирические уравнения. Общая относительная погрешность измерения теплопроводности и теплоемкости при доверительной вероятности  $\alpha=0,95$  равна 4,3 и 3,2%.

**Ключевые слова:** теплопроводность, теплоемкость, фуллерен, углеродный нанотрубок, метод регулярного теплового режима первого рода.

В новый век человечество вступило с эпохальными открытиями, которым суждено интегрироваться в единую научную парадигму-открытиями с энергетического устройства мира, наномира и супрамолекулярных процессов. Открытие фуллереновой формы существования одного из самых распространенных элементов на Земле углерода, признано одним из удивительных и важнейших открытий в науке XX столетия. Несмотря на давно известную уникальную способность атомов углерода связываться в сложные, часто разветвленные и объемные молекулярные структуры, составляющую основу всей органической химии, фактическая возможность образования только из одного углерода стабильных каркасных молекул все равно оказалось неожиданной. Экспериментальное подтверждение того, что молекулы подобного типа, состоящие из 60 и более атомов, могут возникать в ходе естественно протекающих в природе процессов, произошло в 1985 г [1]. Задолго до этого некоторые авторы предполагали стабильность молекул с замкнутой углеродной сферой. Еще в 1970 году Е.Осава в Японии предположил высокую стабильность молекулы  $C_{60}$  в виде усеченного икосаэдра [2], а в 1973 году советские химики Д.А. Бочвар и Е.Г. Галперн [3] провели первые квантово-химические расчеты такой гипотетической структуры-замкнутого полиэдра  $C_{60}$ . Расчет показал, что подобная структура углерода имеет закрытую электронную оболочку и действительно должна обладать высокой энергетической стабильностью. Эти работы были малоизвестны вплоть до второй половины 1980-х годов, пока не получили неожиданного экспериментального подтверждения в астрономии [4]. В 1990 году среди физиков и химиков возник бум исследовательских работ, вызванный сообщением о получении нового вещества - фуллерита, состоящего из молекул углерода - фуллеренов. Структура фуллерита, его свойства, методы получения - все эти вопросы оказались в фокусе внимания исследователей. Открылись богатейшие возможности для создания на основе нового вещества различного рода соединений и структур с необычными физико-химическими свойствами [5]. Как известно, одной из самых распространенных кристаллических модификаций углерода является графит, находящий широчайшее применение в самых разнообразных сферах человеческой деятельности - от карандашных грифелей до блоков замедления нейтронов в ядерных реакторах [6-9]. Расположение атомов углерода в кристаллической структуре графита весьма необычно. Отдельные атомы, соединяясь между собой, формируют шестиугольные кольца, образующие сетку. Множество таких сеток располагаются друг над другом слоями. Расстояние между атомами, расположенных в вершинах правильных шестиугольников, равно 0,142 нм. Соседние атомы внутри каждого слоя связаны ковалентными связями, поэтому слой атомов, образующих гексагональную сетку, достаточно прочен и стабилен. А слои в графите располагаются на довольно большом расстоянии друг от друга оно равно 0,335 нм, что более чем в два раза превышает расстояние между углеродными атомами в гексагональной сетке. Большое расстояние между слоями определяет слабость сил, связывающих слои.

Такая структура прочные слои, слабо связанные между собой - определяет специфические свойства графита: низкую твердость и способность легко расслаиваться на мельчайшие чешуйки. Другой кристаллической модификацией углерода является алмаз. Каждый атом углерода в структуре алмаза расположен в центре тетраэдра, вершинами которого служат четыре ближайших атома. Соседние атомы связаны между собой ковалентными связями. Такая структура определяет свойства алмаза - самого твердого вещества.

В разное время были открыты другие формы углерода, такие, как аморфный углерод, карбин, белый углерод и т. п. Однако все эти формы являются композитами, т.е. смесью малых фрагментов алмаза и графита. До последнего времени считалось, что существует только два способа расположения атомов углерода в пространстве, позволяющих получить кристаллическую форму углерода. В настоящее время известно свыше миллиона соединений углерода с другими элементами. Их изучение составляет предмет огромного раздела науки - органической химии. В то же время исследования в области химии чистого углерода начались сравнительно недавно. За последние 20 лет фундаментальные исследования озаменовались выдающимися успехами в получении принципиально новой третьей формы чистого углерода [1-8].

**Фуллерены - молекулярная форма углерода.** Новая форма углерода является новой по существу. В противоположность графиту и алмазу, структура которых представляет собой периодическую решетку атомов, третья форма чистого углерода является молекулярной. Это означает, что минимальным элементом ее структуры является не атом, а молекула углерода. Оказывается, молекулы чистого углерода представляют собой замкнутую поверхность, имеющую форму сферы или сфероида. Такие молекулы называли фуллеренами. Большой интерес к молекулярному углероду возник в 1985 году, когда была открыта 60-атомная молекула  $C_{60}$ . Кроме того, были обнаружены молекулы  $C_{70}$ ,  $C_{76}$ ,  $C_{84}$  и т. д. Все они имеют форму замкнутой поверхности, на которой располагаются атомы углерода [1,7]. Основным элементом структуры фуллеренов является шестиугольник, 1-Ш в вершинах которого расположены атомы углерода. Как было отмечено выше, подобные шестиугольники также характерны для структуры графита. Исходя из этого, логично предположить, что графит должен использоваться как исходное сырье для синтеза фуллеренов. В настоящее время твердо установлено, что наиболее эффективным способом получения фуллеренов является термическое разложение слоистой структуры графита на малые фрагменты, из которых затем происходит формирование  $C_{60}$  и других замкнутых молекул углерода [5-9]. Если считать, что молекула  $C_{60}$  составлена только из шестиугольных Г фрагментов графита, то ее радиус должен быть равен 0,37 нм. На самом же деле точное значение радиуса  $C_{60}$ , установленное рентгеноструктурным анализом, составляет 0,357 нм. Эта величина всего на 2% отличается от рассчитанной. Различие в радиусах связано с тем, что атомы углерода располагаются на сферической поверхности в вершинах 20 правильных шестиугольников и 12 правильных пятиугольников, возникших в процессе формирования  $C_{60}$ . Таким образом, структурные элементы фуллеренов подобны структурным элементам графита. Плоская сетка шестиугольников (в случае графита) свернута и сшита в замкнутую сферу или сфероид. При этом часть шестиугольников преобразуется в пятиугольники. В способе получения палладийсодержащего катализатора гидрирования путем восстановления двухвалентного палладия из исходного соединения и осаждения восстановленного палладия на углеродный материал в качестве исходного соединения используют тетрааквапалладий (II) перхлорат, а восстановленный палладий осаждают на углеродный наноматериал; в качестве углеродного наноматериала могут использовать фуллерен  $C_{60}$ , углеродные нанотрубки, катодный депозит; в качестве углеродного наноматериала могут использовать смесь фуллеренов  $C_{60}$  и  $C_{70}$  при следующем соотношении, мас. %: фуллерен  $C_{60}$ - 60-80, фуллерен  $C_{70}$ - 20-40. Таким образом решается задача создания способа получения палладийсодержащего катализатора гидрирования, который обладает большей каталитической активностью и работает в более мягких условиях (при комнатной температуре и нормальном (атмосферном) давлении).

Рост потребности в активном оксиде алюминия обусловлен развитием таких процессов нефтепереработки, как риформинг, гидроочистка, гидрокрекинг (в которых используются катализаторы, содержащие 80-90% оксида алюминия), а также широким применением его в процессах адсорбции.

#### **Активный оксид алюминия**

Активированный оксид алюминия широко используется в качестве осушителя природного газа. Промышленностью выпускается активированный оксид алюминия нескольких марок и раз-

ной формы: гранулированный, цилиндрический и шариковый. Преимуществом же оксида алюминия является стойкость по отношению к капельной влаге и обеспечение глубокой степени осушки – до точки росы  $-60^{\circ}\text{C}$  в области высокого влагосодержания осушаемого газа. При наличии в осушаемом газе капельной воды в целях предотвращения растрескивания основного слоя осушителя – силикагеля можно рекомендовать засыпать небольшой слой оксида алюминия на входе газа в колонну. Активный оксид алю-миния(шарик). Активный оксид алюминия (черенок).

Основные области применения активного оксида алюминия:

1. Адсорбционная осушка газов. Высокая активность оксида алюминия при взаимодействии с полярными адсорбтивами (прежде всего, парами воды) обеспечивает глубокую осушку газов до точки росы минус  $60^{\circ}\text{C}$  и ниже. Он интенсифицирует полимеризацию непредельных углеводородов, образующихся при крекинге в стадии высокотемпературной десорбции. Однако возможность многократной температурной регенерации путем выжига коксовых отложений обеспечивает долготлетнюю работу адсорбента как осушителя олефинсодержащих потоков. Важной положительной способностью оксида алюминия является его водостойкость. Именно этот показатель часто определяет выбор оксида алюминия в качестве адсорбента для осушки и переработки сред, в которых присутствует капельная влага.

2. Адсорбционная очистка масел (прежде всего трансформаторных). Амфотерный характер оксида алюминия делает его эффективным адсорбентом кислот – продуктов окисления масел, накопление которых снижает диэлектрические свойства масел.

3. Применение в статических адсорбционных системах. Активный оксид алюминия находит применение как эффективный осушитель при консервации приборов и оборудования, а также для таких систем, как дыхательные клапаны цистерн, трансформаторы и т. д.

4. Адсорбционная очистка газовых и жидкостных потоков от соединений, содержащих фториды. Способность оксида алюминия хемосорбировать фториды используется для очистки вод с повышенным содержанием фтора, улавливания паров HF из газов суперфосфатных и электролизных производств.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Kroto, H.W.  $\text{C}_{60}$ : Buck- minsterfullerene/ H.W.Kroto, S.Heath, S.C. O'Brien, R.F.Curl, R.E.Smalley //Nature.-1985. -V. 318. -P.162-163.[2] Osawa, E. Superaromaticity/ E.Osawa // Kagaku (Kyoto), Jap.-1970.-V.25.- №9.-P.854-863. [3] Бочвар, Д.А. Огипотетических системах: карбододекаэдре, s-икоса-эдреикарбоникосаэдре / Д.А.Бочвар, Е.Г.Еальперн/Докл. АН СССР, 1973. -Т.209. -№3. -С.610-612. [4] Крото, Г. Симметрия, космос, звезды и  $\text{C}_{60}$  /Г.Крото// УФН. 1998. -Т. 168. -№3. -С.343-358.[5] Kratschmer, W. Solid  $\text{C}_{60}$ : anewformofcarbon/ W.Kratschmer, L.D. Lamb, K.Fostiropoulos, D.R.Huffman//Nature, -1990. -V.347. -P.354-358.[6] Соколов, В.И. Фуллерены - новые аллотропные формы углерода: структура, электронное строение и химические свойства/ В.И. Соколов, И.В.Станкевич // Успехи химии. -1993. -Т.62. - №5. -С.455-473.[7] Kratschmer, W.Fullerenes: newformofcrystallinecarbon /W. Kratschmer ,D.R.Huffman //Carbon, -1992.- V.30. -№8. -P.1 143-1147. [8] Сафаров, М.М. Теплофизические свойства пористой гранулированной окиси алюминия содержащей различное количество металла в зависимости от температуры в различных газовых средах: дис. ... канд. техн. наук: 01.04.14 / Сафаров М.М –Душанбе, 1986. –186 с. [9] Сафаров, М.М. Теплофизические свойства простых эфиров и водных растворов гидразина в зависимости от температуры и давления: дис. ... д-ра. техн. наук: 01.04.14 / Сафаров М.М –Душанбе, 1993. –485 с.

## ВЛИЯНИЕ ВОССТАНОВИТЕЛЬНОЙ ТЕРМООБРАБОТКИ НА СПЕКТРАЛЬНО-ЛЮМИНЕСЦЕНТНЫЕ СВОЙСТВА КРИСТАЛЛОВ $\text{Y}_2\text{SiO}_5$

М.Х.Ашуров, И.Нуриддинов, З.У.Эсанов, К.Х.Саидахмедов

Институт ядерной физики АН Республики Узбекистан,  
г.Ташкент, izzatilloh@yahoo.com

### Аннотация.

Исследованы механизмы преобразования люминесцентных центров  $\text{Ce}1$  и  $\text{Ce}2$  в кристаллах  $\text{Y}_2\text{SiO}_5$ . Показано, что при термообработке кристаллов в восстановительных условиях, за счет удаления кислорода из структуры кристалла, кислородные семивершинники преобразуются в шести-вершинники.

**Ключевые слова:** поглощение, фотолюминесценция, облучение, термообработка

**Введение.** Кристаллы оксиортосиликата иттрия  $Y_2SiO_5$  (YSO) являются превосходным многофункциональным оптическим материалом [1], имеют моноклинную структуру с пространственной группой  $C2/c$  ( $C62h$ ) [2,3]. Ионы  $Y^{3+}$  занимают два кристаллографических независимых положения с координационными числами по кислороду 6 и 7 соответственно. Ионы редкоземельных элементов могут заменить ионы  $Y^{3+}$ , занимая указанные положения [4]. Активированные редкоземельными или переходными элементами кристаллы  $Y_2SiO_5$  применяются в различных отраслях. Кристаллы  $YSO:Ce^{3+}$  обладают высоким выходом люминесценции, коротким временем затухания и применяются как отличный сцинтиллятор для регистрации высокоэнергетических ядерных излучений [5,6].  $YSO:Yb^{3+}$  и  $YSO:Pr^{3+}$  являются одними из лучших кандидатов для твердотельных лазеров [7-9]. Кристаллы  $YSO:Eu^{3+}$  широко исследуются как материал для оптической памяти [10,11], люминесцентный материал для цифровых рентгеновских систем [12]. Кристаллы  $YSO:Cr^{4+}$  применяются в виде твердотельного насыщающегося поглотителя в качестве перестраиваемого элемента модуляции добротности лазера [13]. Нелегированный кристалл YSO может быть использован в качестве эпитаксиальной подложки [1] и др.

Свойства кристаллов сильно зависят от наличия в объеме структурных дефектов. Однако работы, посвященные таким исследованиям для YSO ограничены. В настоящей работе мы с помощью восстановительной термообработки исследовали создание и преобразование структурных дефектов в кристаллах YSO. Так как оптические спектры ионов  $Ce^{3+}$  обусловлены в основном электронными переходами  $4f-5d$ , которые очень чувствительны к локальному окружению этих ионов (т.е. наличия структурных дефектов), мы в своих исследованиях в качестве зонда структурных дефектов в YSO использовали ионы  $Ce^{3+}$ .

**Образцы для исследования и методика эксперимента.** Специально нелегированные и легированные церием кристаллы  $Y_2SiO_5$  были выращены методом Чохральского индукционным нагревом, с использованием иридиевых тиглей в инертной атмосфере. Исходными материалами для роста служили  $Y_2O_3$ ,  $SiO_2$  и  $CeO_2$ , чистотой не хуже 99,99%, в стехиометрическом соотношении. Полученные монокристаллы имели размеры примерно 20 мм в диаметре и 50 мм в длину. Концентрация церия в активированных кристаллах составляла примерно 0,1 мол.% по Y. Для исследования были использованы полированные до оптического качества образцы размерами  $10 \times 10 \times (1 \div 2)$  мм<sup>3</sup>, вырезанные из були. Часть образцов отжигалась в восстановительной атмосфере, с использованием порошкообразного графита, при температуре 700 и 800°C в течение 1-10 ч.

Люминесценция в кристаллах возбуждалась ксеноновой лампой. Спектры возбуждения записывались с помощью монохроматора СДЛ-12, а спектры люминесценции измерялись монохроматором SPM-2 с использованием ФЭУ-100. Спектры оптического поглощения снимались на спектрофотометре «Лямбда 35» фирмы Перкин Элмер. Все измерения проводились при комнатной температуре.

**Экспериментальные результаты и их обсуждение.** На рис.1, кривая 1 приведен спектр оптического поглощения (ОП) кристалла  $Y_2SiO_5:Ce$ , где наблюдаются полосы поглощения (ПП)  $Ce^{3+}$  в УФ-области с максимумами на 220, 264, 298 и 355 нм, обусловленные  $4f-5d$  переходами, где возбуждаются полосы фотолюминесценции (ФЛ) с максимумами 393 и 422 нм (рис.2, кривая 3). Спектр возбуждения (СВ) ФЛ при 422 нм действительно содержит полосы с максимумами 220, 260, 293 и 348 нм (рис.2, кривая 1). Кроме того, при возбуждении в области 380 нм (на длинноволновом хвосте полосы поглощения в области 360 нм) обнаруживается смещение максимума ФЛ к 435 нм и уширение полосы люминесценции в длинноволновую сторону (рис.2, кривая 2). При снятии спектра возбуждения ФЛ в области хвоста - при 500 нм - наблюдаются полосы с максимумами 320 и 375 нм (рис.2, кривая 4). Эти данные хорошо согласуются с результатами работ [7-12].

После восстановительной термообработки в спектрах ОП происходят некоторые изменения. В образцах, обработанных при 700°C 1 час, наблюдается увеличение поглощения в области ниже 400 нм, в разностном спектре термообработанного при 700°C и исходного образцов появляются новые полосы в области 230 и 270 нм и увеличиваются интенсивности имеющихся ПП с максимумами в 220, 260, 290 и 360 нм (рис.1, кривая 2) и ФЛ (рис. 2 а и б, кривые 2 и б) ионов  $Ce^{3+}$ . Повышение времени термообработки до 4 часов приводит к дальнейшему увеличению интенсивностей полос 230 и 270 нм, однако, интенсивности полос с максимумами 220, 260, 290 и 360 нм несколько уменьшаются и появляются новые полосы в областях 320 и 375 нм (рис.1, кривые 3,4 и 5). При

этом происходит общее уменьшение интенсивности люминесценции при возбуждении на полосах 260, 290 и 360 нм (рис 2 а и б, кривые 3,4,7,8).

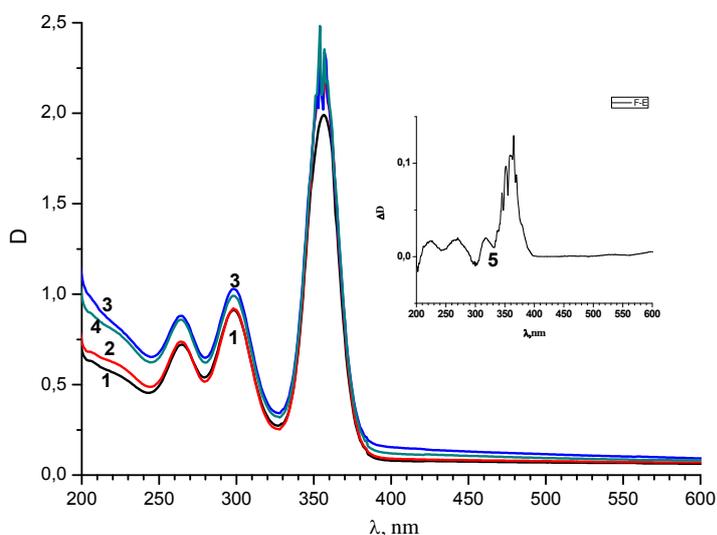
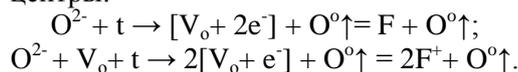


Рис.1. Спектры ОП исходного необработанного (1), термообработанного при 700°С в течении 1ч.(2), 4ч. (3) и 7 ч.(4) в восстановительной среде кристаллов YSO:Ce<sup>3+</sup>, разность спектров 3 и 4 (5).

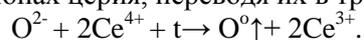
На разности нормированных спектров люминесценции необработанных и термообработанных образцов при возбуждении на полосе 320 нм наблюдается уменьшение интенсивности свечения в области 400 нм и увеличение на полосе с максимумом 460 нм (рис.3). Эти данные хорошо согласуются с изменениями в спектрах поглощения. Следует отметить, что с увеличением времени или температуры термической обработки, наблюдаемые эффекты усиливаются.

Известно, что спектры поглощения, люминесценции и возбуждения люминесценции YSO:Ce, обусловлены двумя типами активаторных Ce<sup>3+</sup>- (так называемых Ce1- и Ce2-) центров. Центру Ce1 приписываются полосы люминесценции с максимумами 393 и 422 нм, которые возбуждаются на полосах 260, 290 и 360 нм, в то же время полосу люминесценции с максимумом 460 нм и ее полосу возбуждения 320 и 375 нм – относят к центру Ce2. [4,14]. В работе [15] с применением спектроскопии электронного парамагнитного резонанса было показано, что в кристаллах Lu<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub>, структурно очень близких к Y<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub>, около 95% ионов Ce<sup>3+</sup> занимают положения Lu1, около 5% ионов Ce<sup>3+</sup> занимают места Lu2, и, что Ce1 центры окружены с семью лигандами кислорода, а Ce2 центры – шестью лигандами. Недавние теоретические расчеты [16] подтвердили выводы работы [15]. Вышеприведенные экспериментальные данные свидетельствуют об уменьшении количества Ce1- и увеличении числа Ce2- центров при восстановительной термической обработке кристаллов Y<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub>:Ce.

При высокотемпературном отжиге оксидных кристаллов в восстановительных условиях ионы кислорода могут диффундировать из кристалла на его поверхность, образуя в объеме кристалла анионные вакансии [17]. Для кислорода выгодно оставлять свои электроны в этих вакансиях, при этом образуются F- или F<sup>+</sup>- центры:



Кроме того, в легированных активаторами переменной валентности образцах электроны могут так же захватываться на активаторах, уменьшая их валентность [18]. В соответствующих условиях выращивания образцов Y<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub>:Ce часть активаторов церия могут находиться в состоянии Ce<sup>4+</sup> [19]. Электроны, оставленные кислородом при восстановительной термообработке, могут захватываться на этих четырехвалентных ионах церия, переводя их в трехвалентное состояние:



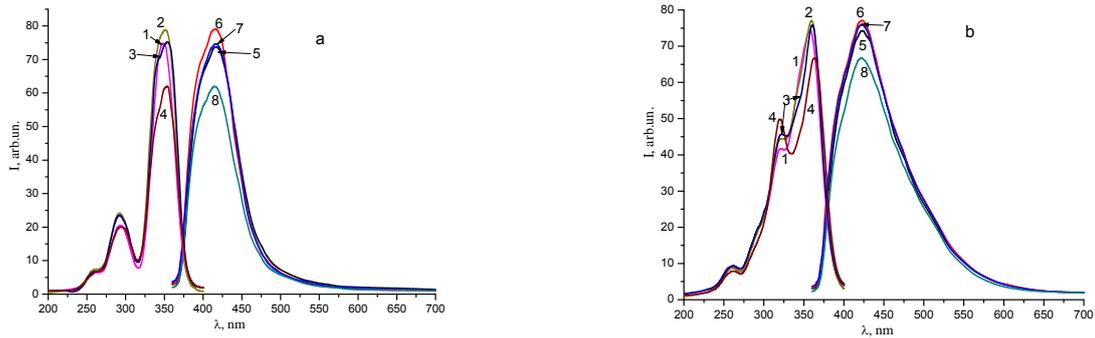


Рис.2. Спектры ФЛ, возбужденные на полосах 350 (а) и 320 нм (б), а также спектры возбуждения свечения при 420 нм (а) и 500 нм (б) исходного необработанного (1,5) и термообработанного в восстановительных условиях при температуре 700°C 1 час (2,6), 4 часа (3,7) и 10 часов при 800°C (4,8) кристалла  $Y_2SiO_5:Ce^{3+}$ .

Действительно, при восстановительной термообработке и специально нелегированных, и активированных церием кристаллов YSO в спектре поглощения появляются полосы в областях 230 и 270 нм (рис. 4), обусловленные вакансиями кислорода [20]. С увеличением времени и/или температуры обработки количество вакансий увеличивается, при этом увеличивается интенсивность поглощения в 230 и 270 нм.

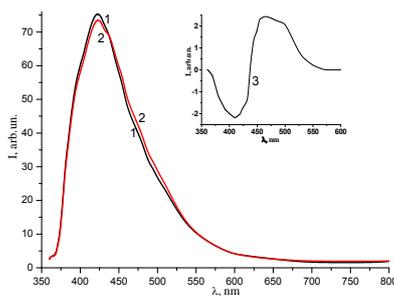


Рис.3. Нормированные спектры фотолюминесценции необработанного (1) и термообработанного 10 ч. при 800°C (2) образцов  $Y_2SiO_5:Ce^{3+}$ . На вставке приведен разностный спектр для 1 и 2.

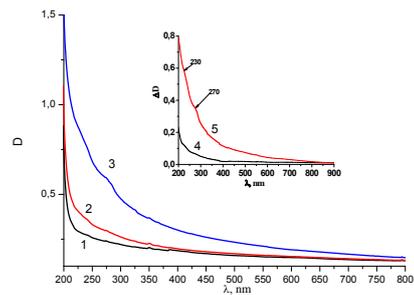


Рис.4. Спектры поглощения исходного (1), термообработанного 4ч.(2) и 10ч. при температуре 700°C (3) нелегированного кристалла YSO. На вставке показаны разностные спектры для 1 и 2 (4), а также для 1 и 3 (5).

Интересное явление наблюдается в области поглощения ионов  $Ce^{3+}$ . В начале термообработки, при температуре 700°C примерно до 1 часа, происходит рост интенсивности поглощения в областях 260, 290 и 360 нм, что свидетельствует об увеличении количества трехвалентных ионов церия в положениях Ce1 при высокотемпературной восстановительной термообработке кристаллов, за счет перехода  $Ce^{4+} \rightarrow Ce^{3+}$  (рис.1). При дальнейшем повышении времени и/или температуры восстановительной термообработки, с одной стороны, наблюдается уменьшение поглощения на полосах 260 и 290 нм, с другой стороны, сложные изменения на полосе 360 нм: уменьшение интенсивности поглощения в области 340-350 нм и увеличение поглощения в области 365-380 нм (рис. 1). При этом происходит проявление полос поглощения с максимумами в областях 320 и 380 нм (рис.1, кривая 5), на которых возбуждается люминесценция Ce2 центров. Чем больше время и/или температура обработки, тем больше интенсивность полос 320 и 380 нм, и тем больше уменьшение коротковолновой части полосы 360 нм.

Как отмечалось выше, после термообработки при 700°C сначала происходит увеличение интенсивности люминесценции ионов  $Ce^{3+}$ , а с увеличением времени термообработки происходит уменьшение интенсивности люминесценции и перераспределение интенсивностей свечения Ce1 и Ce2 центров в пользу Ce2. Эти изменения особенно отчетливо наблюдаются на разностном спектре нормированных по интенсивности ФЛ исходного и термообработанного образцов, возбужденных на полосе 320 нм (рис. 3).

Вышеуказанные экспериментальные данные показывают, что высокотемпературная восстановительная термообработка кристаллов  $Y_2SiO_5:Ce$  приводит к локальным изменениям структуры в окрестности ионов церия (иттрия). Ниже приведены наши рассуждения по механизму данного явления.

В структуре  $Y_2SiO_5$  иттрий-кислородные шестивершинники соединяются с кремний-кислородными тетраэдрами только через общие вершины, тогда как иттрий-кислородные семи-вершинники с одним из кремний-кислородных тетраэдров соединяются через общие ребра [2,3]. Согласно третьему правилу Полинга, из-за близкого расположения катионов смежных полиэдров и сильного появления Кулоновского отталкивания, наличие общих ребер между координационными полиэдрами понижает устойчивость структуры кристаллов [20]. Поэтому семивершинники являются относительно неустойчивыми участками  $Y_2SiO_5$  и при восстановительной термообработке предпочтительно уходят ионы кислорода именно из семивершинников, которые имеют общие ребра с тетраэдрами. При этом семивершинники превращаются в шестивершинники, удаляется неустойчивая связь через общие ребра, однако в соседнем кремнекислородном тетраэдре создаются кислородные вакансии. При уходе ионы кислорода оставляют электроны на своих вакансиях в тетраэдрах, при этом создаются F- или F<sup>+</sup>- центры, которые поглощают свет в области 230 и 270 нм. Если же электроны захватываются ионами  $Ce^{4+}$ , имеющимися в кристалле, то они переходят в состояние  $Ce^{3+}$  и увеличивается интенсивность поглощения ионов  $Ce^{3+}$  в области 340-400 нм. С увеличением времени и/или температуры восстановительной обработки все больше семи-вершинников переходит в шестивершинники, в том числе и в тех местах, где локализованы ионы  $Ce^{3+}$ , что приводит к уменьшению поглощения и люминесценции Ce1-центров и увеличению поглощения и люминесценции Ce2- центров.

**Заключение.** Экспериментально показано, что при высокотемпературной восстановительной термообработке кристаллов  $Y_2SiO_5$  часть ионов кислорода покидают кристалл. Атомы кислорода уходят из иттрий-кислородных семивершинников из тех мест, где он соединяется с кремний-кислородными тетраэдрами через общие ребра. При этом семивершинники превращаются в шестивершинники, создаются вакансии кислорода в кремний-кислородных тетраэдрах, а в кристаллах  $Y_2SiO_5$  уменьшается поглощение и люминесценция Ce1- центров (ионов  $Ce^{3+}$  в семерном окружении по кислороду) и увеличивается поглощение и люминесценция Ce2- центров (ионов  $Ce^{3+}$  в шестерном окружении по кислороду). Таким образом экспериментально доказывается положение о том, что полосы поглощения с максимумами в 260, 290 и 360 нм и полосы фотолюминесценции с максимумами 393 и 422 нм в кристаллах  $Y_2SiO_5$  относятся к ионам  $Ce^{3+}$  в семерном окружении по кислороду - Ce1 центрам, а полосы поглощения в 320 и 375 нм и полоса фотолюминесценции с максимумом 460 нм относятся к ионам  $Ce^{3+}$  в шестерном окружении по кислороду – Ce2 центрам.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Huiyong Pang, Guangjun Zhao, Liangbi Su, Mingyin Jie, Xiaoming He, Jun Hu. Effect of  $\gamma$ -irradiation on spectral properties of undoped  $Y_2SiO_5$  crystals. Cryst. Res. Technol. 41, No. 3, 255 – 258 (2006). [2] Felsche J. The crystal chemistry of the rare-earth silicates. Structure and Bonding, V 13, Springer-Verlag, 99-197 (1973). [3] C.D. Brandle, A.J. Valentino, G.W. Berkstresser. Czochralski growth of rare-earth orthosilicates ( $Ln_2SiO_5$ ). Journal of Crystal Growth. 1986, Volume 79, Issues 1–3, Pages 308-315. [4] Suzuki H., Tombrello T.A., Melcher C.L., Schweitzer J.C. UV and gamma-ray excited luminescence of cerium-doped rare earth oxyorthosilicates, Nucl. Instr. and Meth. A 320, 263-272 (1992). [5] Winiarczyk D., Drozdowski, Andrzej J. Wojtowicz, Dariusz Wiśniewski, Piotr Szupryczyński, Sebastian Janus, Jean-Luc Lefaucheur, Zhenhui Gou. VUV spectroscopy and low temperature thermoluminescence of LSO:Ce and YSO:Ce. Journal of Alloys and Compounds. 2004, Volume 380, Issues 1–2, Pages 146-150. [6] Tsuchida N., Ikeda M., Kamae T., Kokubun M. Temperature dependence of gamma-ray excited scintillation time profile and light yield of GSO, YSO, YAP and BGO. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. 1997, A385, p.290-298. [7] Kuleshov N.V., Shcherbitsky V.G., Lagatsky A.A., Mikhailov V.P., Minkov B.I., Danger T., Sandrock T., Huber G. Spectroscopy, excited-state absorption and stimulated emission in Pr<sup>3+</sup>-doped Gd<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub> and Y<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub> crystals. Journal of Luminescence. 1997, Volume 71, Issue 1, Pages 27-35. [8] Stefan B. Altner, Stefan Bernet., Alois Rem, Eric S. Maniloff, Felix R. Graf, Urs P. Wild. Spectral holeburning and holography VI: Photon echoes from cw spectrally programmed holograms in a Pr<sup>3+</sup>:Y<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub> crystal. Optics Communications. 1995, 120, pp.103-111. [9] Gaume R., Haumesser P.H., Viana B., Vivien D., Ferrand B., Aka G. Optical and laser properties of Yb:Y<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub> single crystals and discussion of the figure of merit relevant to compare ytterbium-doped laser materials. Optical Materials. Volume 19, Issue 1, pp. 81-88. [10] Ryuzi Yano, Masaharu Mitsunaga, and Naoshi Uesugi. Ultralong optical dephasing time in Eu<sup>3+</sup>:Y<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub>. Optics Letters, 1991, Vol. 16, Issue 23, pp. 1884-1886.

- [11] Macfarlane R.M., Sun Y., Cone R.L., Thiel C.W., Equall R.W. Optical dephasing by disorder modes in yttrium orthosilicate (Y<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub>) doped with Eu<sup>3+</sup>. *Journal of Luminescence*. 2004, Volume 107, Issues 1–4, Pages 310–313.
- [12] Jin Huang, Zhang J.M., Mossberg T.W. Excitation-induced frequency shifts and frequency-dependent dephasing in Eu<sup>3+</sup>:Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. *Optics Communications*, Volume 75, Issue 1, Pages 29-32.
- [13] Wu Xiao-Xuan, Zheng Wen-Chen, Tang Sheng, Zi Jian. Theoretical explanation of the g factor for Cr<sup>4+</sup> in Y<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub> crystal. *Solid State Communications*. Volume 131, Issue 2, Pages 93-96.
- [14] Ivanovskikh K., Babin V., Tikhonova Z., Wang D., Meijernik A. Time-Resolved VUV spectroscopy of Ce<sup>3+</sup>-doped yttrium and gadolinium oxorthosilicates. Hamburg. DESY, 2007, p. 889-890; [http://hasyweb.desy.de/scienceannual\\_reports/2007\\_report1/cont-rib./41/21270.pdf](http://hasyweb.desy.de/scienceannual_reports/2007_report1/cont-rib./41/21270.pdf)
- [15] Pidol L., Guillot-Noël O., Kahn-Harari A., Viana B., Pelenc D., Gourier D. EPR study of Ce<sup>3+</sup> ions in lutetium silicate scintillators Lu<sub>2</sub>Si<sub>2</sub>O<sub>7</sub> and Lu<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub>. *J. Phys. Chem. Solids*, 2006, 67, 643.
- [16] Lixin Ning, Lihua Lin, Lanlan Li, Changbao Wu, Chang-kui Duan, Yongfan Zhang. Electronic properties and 4f→5d transitions in Lu<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub>: A theoretical investigation. *Mater. Chem.*, 2012, 22, 13723-13731.
- [17] Huiyong Pang, Guangjun Zhao, Liangbi Su, Mingyin Jie, Xiaoming He, Jun Hu. Effect of annealing and gamma irradiation on undoped and Eu<sup>3+</sup>-doped Y<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub> single crystals. *J. Cryst. Growth*, V.286, No 1, 2006, P.126-130.
- [18] Вахидов Ш.А., Нуриддинов И., Икрамов Г.И. Каталитическая роль поверхности при взаимодействии объемных точечных дефектов окисных кристаллов с кислородом из газовой фазы при высоких температурах. В кн.: «Радиационные эффекты в многофазных гетерогенных диэлектриках». Ташкент, «Фан», 1988, с.186-194.
- [19] Нуриддинов И., Саидахмедов К.Х., Эсанов З.У. Влияние термической обработки и облучения γ-лучами на оптические свойства кристаллов силиката гадолиния (GSO). *Узбекский физический журнал*, 2014, т.16, №3, С.225-230.
- [20] Уэллс А. Структурная неорганическая химия: в 3-х томах, Т.1, Пер. с англ., М.: «Мир», 1987, 408с.

## STRUCTURE OF ESSENTIAL SPECTRA AND DISCRETE SPECTRUM OF THE ENERGY OPERATOR OF FIVE-ELECTRON SYSTEMS IN THE HUBBARD MODEL IN THE ONE-DIMENSIONAL LATTICE. FIRST QUARTET STATE

S. M. Tashpulatov

*Institute of Nuclear Physics of Uzbek Academy of Sciences, Tashkent, Uzbekistan, [toshpul@inp.uz](mailto:toshpul@inp.uz)*

### Annotation

*We consider the five-electron systems in the Hubbard model and investigate the structure of essential spectra and discrete spectrum in the sextet and first quartet states. We prove that the essential spectrum of the system in a sextet state consists of a single segment and the five-electron antibound state or five-electron bound state is absent. We show that the essential spectrum of the system in first quartet state is the union of seven segments. We also prove that five-electron antibound states or five-electron bound states absent in first quartet state.*

### 1. Introduction

In the early 1970s, three papers [1]–[3], where a simple model of a metal was proposed that has become a fundamental model in the theory of strongly correlated electron systems, appeared almost simultaneously and independently. In that model, a single nondegenerate electron band with a local Coulomb interaction is considered. The model Hamiltonian contains only two parameters: the matrix element  $t$  of electron hopping from a lattice site to a neighboring site and the parameter  $U$  of the on-site Coulomb repulsion of two electrons. In the secondary quantization representation, the Hamiltonian can be written as

$$H = t \sum_{m,\tau,\gamma} a_{m,\gamma}^+ a_{m+\tau,\gamma} + U \sum_m a_{m,\uparrow}^+ a_{m,\uparrow} a_{m,\downarrow}^+ a_{m,\downarrow}, \quad (1)$$

where  $a_{m,\gamma}^+$  and  $a_{m,\gamma}$  denote Fermi operators of creation and annihilation of an electron with spin  $\gamma$  on a site  $m$  and the summation over  $\tau$  means summation over the nearest neighbors on the lattice.

The model proposed in [1]–[3] was called the Hubbard model after John Hubbard, who made a fundamental contribution to studying the statistical mechanics of that system, although the local form of Coulomb interaction was first introduced for an impurity model in a metal by Anderson [4]. We also recall that the Hubbard model is a particular case of the Shubin–Wonsowsky polaron model [5], which had appeared 30 years before [1]–[3]. In the Shubin–Wonsowsky model, along with the on-site Coulomb interaction, the interaction of electrons on neighboring sites is also taken into account. The Hubbard model is an approximation used in solid state physics to describe the transition between conducting and insulating

states. It is the simplest model describing particle interaction on a lattice. Its Hamiltonian contains only two terms: the kinetic term corresponding to the tunneling (hopping) of particles between lattice sites and a term corresponding to the on-site interaction. Particles can be fermions, as in Hubbard's original work, and also bosons. The simplicity and sufficiency of Hamiltonian (1) have made the Hubbard model very popular and effective for describing strongly correlated electron systems. The Hubbard model well describes the behavior of particles in a periodic potential at sufficiently low temperatures such that all particles are in the lower Bloch band and long-range interactions can be neglected. If the interaction between particles on different sites is taken into account, then the model is often called the extended Hubbard model. It was proposed for describing electrons in solids, and it remains especially interesting since then for studying high-temperature superconductivity. Later, the extended Hubbard model also found applications in describing the behavior of ultracold atoms in optical lattices. In considering electrons in solids, the Hubbard model can be considered a sophisticated version of the model of strongly bound electrons, involving only the electron hopping term in the Hamiltonian. In the case of strong interactions, these two models can give essentially different results. The Hubbard model exactly predicts the existence of so-called Mott insulators, where conductance is absent due to strong repulsion between particles. The Hubbard model is based on the approximation of strongly coupled electrons. In the strongcoupling approximation, electrons initially occupy orbitals in atoms (lattice sites) and then hop over to other atoms, thus conducting the current. Mathematically, this is represented by the so-called hopping integral. This process can be considered the physical phenomenon underlying the occurrence of electron bands in crystal materials. But the interaction between electrons is not considered in more general band theories. In addition to the hopping integral, which explains the conductance of the material, the Hubbard model contains the so-called on-site repulsion, corresponding to the Coulomb repulsion between electrons. This leads to a competition between the hopping integral, which depends on the mutual position of lattice sites, and the on-site repulsion, which is independent of the atom positions. As a result, the Hubbard model explains the metal-insulator transition in oxides of some transition metals. When such a material is heated, the distance between nearest-neighbor sites increases, the hopping integral decreases, and on-site repulsion becomes dominant. The Hubbard model is currently one of the most extensively studied multi-electron models of metals. But little is known about exact results for the spectrum and wave functions of the crystal described by the Hubbard model, and obtaining the corresponding statements is therefore of great interest. The spectrum and wave functions of the system of two electrons in a crystal described by the Hubbard Hamiltonian were studied in [6]. It is known that two-electron systems can be in two states, triplet and singlet [6]. It was proved in [6] that the spectrum of the system Hamiltonian  $H^t$  in the triplet state is purely continuous and coincides with a segment  $[m, M]$ , and the operator  $H^s$  of the system in the singlet state, in addition to the continuous spectrum  $[m, M]$ , has a unique antibound state for some values of the quasimomentum. For the antibound state, correlated motion of the electrons is realized under which the contribution of binary states is large. Because the system is closed, the energy must remain constant and large. This prevents the electrons from being separated by long distances. Next, an essential point is that bound states (sometimes called scattering-type states) do not form below the continuous spectrum. This can be easily understood because the interaction is repulsive. We note that a converse situation is realized for  $U < 0$ : below the continuous spectrum, there is a bound state (antibound states are absent) because the electrons are then attracted to one another. For the first band, the spectrum is independent of the parameter  $U$  of the on-site Coulomb interaction of two electrons and corresponds to the energy of two noninteracting electrons, being exactly equal to the triplet band. The second band is determined by Coulomb interaction to a much greater degree: both the amplitudes and the energy of two electrons depend on  $U$ , and the band itself disappears as  $U \rightarrow 0$  and increases without bound as  $U \rightarrow \infty$ . The second band largely corresponds to a one-particle state, namely, the motion of the doublet, i.e., two-electron bound states. The spectrum and wave functions of the system of three electrons in a crystal described by the Hubbard Hamiltonian were studied in [7]. It is known that three-electron systems can be in three states, quartet and first and second doublet states [7]. It was proved in [7] that the spectrum of the system Hamiltonian in the quartet state is purely continuous and coincides with a segment  $[3A - 6B\nu, 3A + 6B\nu]$ , and the three-electron bound state is absent. The essential spectrum of the operators of the system in the doublet states is the union of at most three segments. In the work [7] it is proved, also that three-electron bound states or three-electron antibound states exist in doublet states. The spectrum and wave functions

of the system of four electrons in a crystal described by the Hubbard Hamiltonian were studied in [8] and [9]. It is known that four-electron systems can be in six states, quintet, three triplet and two singlet states [8, 9]. It was proved in [8] that the spectrum of the system Hamiltonian in the quintet state is purely continuous:  $\sigma(H_2^q) = [4A - 8B\nu, 4A + 8B\nu]$ , and the four-electron bound state is absent. The essential spectrum of the system in a triplet states is the union of at most three segments. In the work [8] is proved that four-electron bound states or a four-electron anti-bound states exists in a triplet states. In the work [8] also is proved that in the system exists three type triplet states and their spectrum are different. In the system exists two four-electron singlet states, and they are different origins. In the singlet states the essential spectra of four-electron systems is consists of the union no more three segments. Furthermore, in the system exists no more one four-electron anti-bound states or no more one bound states [9].

We consider the energy operator of five-electron systems in the Hubbard model and describe the structure of the essential spectra and discrete spectra of the system for sextet and first-quartet states.

## 2. Sextet state

The Hamiltonian of the chosen model has the form

$$H = A \sum_{m,\gamma} a_{m,\gamma}^+ a_{m,\gamma} + B \sum_{m,\tau,\gamma} \sum_{m,\gamma} a_{m,\gamma}^+ a_{m+\tau,\gamma} + U \sum_m a_{m,\uparrow}^+ a_{m,\uparrow} a_{m,\downarrow}^+ a_{m,\downarrow}. \quad (2)$$

here,  $A$  is the electron energy at a lattice site,  $B$  is the transfer integral between neighboring sites (we assume that  $B > 0$  for convenience),  $\tau = \pm e_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \nu$ , where  $e_j$  are unit mutually orthogonal vectors, which means that summation is taken over the nearest neighbors,  $U$  is the parameter of the on-site Coulomb interaction of two electrons,  $\gamma$  is the spin index, and  $a_{m,\gamma}^+$  and  $a_{m,\gamma}$  are the respective electron creation and annihilation operators at a site  $m \in \mathbb{Z}^\nu$ . The energy of the system depends on its total spin  $S$ . In the case of a saturated ferromagnetic state ( $S = N_e / 2$ , where  $N_e$  is the number of electrons in the system), the solution of the problem is exact and trivial for any admissible number of electrons  $N_e$ . In that case, the system is an ideal Fermi gas of  $N_e$  electrons with the same direction of the spin projections. Along with the Hamiltonian, the  $N_e$ -electron system is characterized by the total spin  $S = S_{\max}, S_{\max} - 1, \dots, S_{\min}, S_{\max} = N_e / 2, S_{\min} = 0, 1/2$ . Hamiltonian (2) commutes with all components of the total spin operator  $S = (S^+, S^-, S^z)$ , and the structure of eigenfunctions and eigenvalues of the system therefore depends on  $S$ . The Hamiltonian  $H$  acts in the antisymmetric Fock space  $E_{as}$ . Let  $\varphi_0$  be the vacuum vector in the space  $E_{as}$ . The sextet state corresponds to the free motion of five electrons over the lattice with the basis functions  $s_{m,n,p,q,r}^{5/2} = a_{m,\uparrow}^+ a_{n,\uparrow}^+ a_{p,\uparrow}^+ a_{q,\uparrow}^+ a_{r,\uparrow}^+ \varphi_0$ . The subspace  $E_{5/2}^s$ , corresponding to the sextet state is the set of all vectors of the form  $\psi = \sum_{m,n,p,q,r \in \mathbb{Z}^\nu} f(m,n,p,q,r) s_{m,n,p,q,r}^{5/2}$ ,  $f \in l_2^{as}$ , where  $l_2^{as}$  is the subspace of antisymmetric functions in the space  $l_2((\mathbb{Z}^\nu)^5)$ .

**Theorem 1.** The subspace  $\tilde{E}_s^{5/2}$  is invariant under the operator  $H$ , and the restriction  $H_{5/2}^s = H|_{\tilde{E}_s^{5/2}}$  of  $H$  to the subspace  $\tilde{E}_s^{5/2}$  is a bounded self-adjoint operator. It generates a bounded self-adjoint operator  $\bar{H}_{5/2}^s$  acting in the space  $l_2^{as}$  as

$$(\bar{H}_{5/2}^s f)(p,q,r,t,l) = 5Af(p,q,r,t,l) + B \sum_{\tau} [f(p+\tau,q,r,t,l) + f(p,q+\tau,r,t,l) + f(p,q,r+\tau,t,l) + f(p,q,r,t+\tau,l) + f(p,q,r,t,l+\tau)]. \quad (3)$$

The operator  $H_{5/2}^s$  acts on a vector  $\psi \in \tilde{E}_s^{5/2}$  as  $H_{5/2}^s \psi = \sum_{p,q,r,t,l} (\bar{H}_{5/2}^s f)(p,q,r,t,l) s_{p,q,r,t,l}^{5/2}$ .

We let  $F$  denote the Fourier transform:  $F : l_2((Z^\nu)^5) \rightarrow L_2((T^\nu)^5) \cong \tilde{E}_{5/2}^s$ , where  $T^\nu$  is the  $\nu$  – dimensional torus endowed with the normalized Lebesgue measure  $d\lambda, \lambda(T^\nu) = 1$ .

We set  $\tilde{H}_{5/2}^s = F\bar{H}_{5/2}^s F^{-1}$ . In the quasimomentum representation, the operator  $\tilde{H}_{5/2}^s$  acts in the Hilbert space  $L_2^{as}((T^\nu)^5)$  as  $(\tilde{H}_{5/2}^s f)(\lambda, \mu, \gamma, \theta, \eta) = h(\lambda, \mu, \gamma, \theta, \eta) f(\lambda, \mu, \gamma, \theta, \eta)$ ,  $f \in L_2((T^\nu)^5)$ , where  $L_2^{as}$  is the subspace of antisymmetric functions in  $L_2((T^\nu)^5)$  and

$$h(\lambda, \mu, \gamma, \theta, \eta) = 5A + 2B \sum_{i=1}^{\nu} [\cos \lambda_i + \cos \mu_i + \cos \gamma_i + \cos \theta_i + \cos \eta_i]. \quad (4)$$

It is obvious that the spectrum of  $\tilde{H}_{5/2}^s$  is purely continuous and coincides with the segment  $[5A - 10B\nu, 5A + 10B\nu]$ . Therefore, the sextet state spectrum is independent of the Coulomb interaction parameter  $U$  and is the set of energies of five noninteracting electrons moving in the crystal. This result is totally natural because the sextet state cannot contain states with two electrons at a site. Hence, in the sextet state, the spectrum of five-electron systems can be evaluated exactly and is purely continuous.

### 3. First quartet state

In the system there exist four type quartet states. The first quartet state corresponds to the basis function  ${}^1q_{m,n,p,q,r \in Z^\nu}^{3/2} = a_{m,\downarrow}^+ a_{n,\uparrow}^+ a_{p,\uparrow}^+ a_{q,\uparrow}^+ a_{r,\uparrow}^+ \varphi_0$ . The subspace  ${}^1E_q^{3/2}$  corresponding to the first quartet state is the set of all vectors of the form  $\psi = \sum_{m,n,p,q,r \in Z^\nu} \tilde{f}(m, n, p, q, r) {}^1q_{m,n,p,q,r}^{3/2}$ ,  $\tilde{f} \in l_2^{as}$ , where  $l_2^{as}$  is the subspace of antisymmetric functions in the space  $l_2((Z^\nu)^5)$ .

**Theorem 2.** The subspace  ${}^1E_q^{3/2}$  is invariant under the operator  $H$ , and the restriction

${}^1H_q^{3/2} = H / {}^1E_q^{3/2}$  of  $H$  to the subspace  ${}^1E_q^{3/2}$  is a bounded self-adjoint operator. It generates a

bounded self-adjoint operator  ${}^1\bar{H}_q^{3/2}$  acting in the space  $l_2^{as}$  as

$$({}^1\bar{H}_q^{3/2} f)(p, q, r, t, l) = 5A f(p, q, r, t, l) + B \sum_{\tau} [f(p + \tau, q, r, t, l) + f(p, q + \tau, r, t, l) + \quad (5)$$

$$f(p, q, r + \tau, t, l) + f(p, q, r, t + \tau, l) + f(p, q, r, t, l + \tau)] + U[\delta_{p,q} + \delta_{p,r} + \delta_{p,t} + \delta_{p,l},$$

The operator  ${}^1H_q^{3/2}$  acts on a vector  $\psi \in {}^1\tilde{E}_q^{3/2}$  as  ${}^1H_q^{3/2} \psi = \sum_{p,q,r,t,l} ({}^1\bar{H}_q^{3/2} f)(p, q, r, t, l) {}^1q_{p,q,r,t,l}^{3/2}$ .

We set  ${}^1\tilde{H}_q^{3/2} = F {}^1\bar{H}_q^{3/2} F^{-1}$ . In the quasimomentum representation, the operator  ${}^1\bar{H}_q^{3/2}$  acts in the Hilbert space  $L_2^{as}((T^\nu)^5)$  as

$$({}^1\tilde{H}_q^{3/2} f)(\lambda, \mu, \gamma, \theta, \eta) = h(\lambda, \mu, \gamma, \theta, \eta) f(\lambda, \mu, \gamma, \theta, \eta) + U \int_{T^\nu} [f(s, \lambda + \mu - s, \gamma, \theta, \eta) + \quad (6)$$

$$+ f(s, \mu, \lambda + \gamma - s, \theta, \eta) + f(s, \mu, \gamma, \lambda + \theta - s, \eta) + f(s, \mu, \gamma, \theta, \lambda + \eta - s)] ds,$$

where  $L_2^{as}$  is the subspace of antisymmetric functions in  $L_2((T^\nu)^5)$  and  $h(\lambda, \mu, \gamma, \theta, \eta)$  has form (4).

Using that the function  $f(\lambda, \mu, \gamma, \theta, \eta)$  is the antisymmetrical function, we verify that the operator  ${}^1\tilde{H}_q^{3/2}$  can be represented in the form

$${}^1\tilde{H}_q^{3/2} = \tilde{H}_{\Lambda_1} \otimes I \otimes I + I \otimes \tilde{H}_{\Lambda_2} \otimes I + I \otimes I \otimes \tilde{H}_{\Lambda_3}, \quad (7)$$

where  $(\tilde{H}_{\Lambda_1} f_{\Lambda_1})(\lambda) = \{2A + 4B \sum_{i=1}^{\nu} \cos(\Lambda_1^i / 2) \cos(\Lambda_1^i / 2 - \lambda_i)\} f_{\Lambda_1}(\lambda) + U \int_{T^\nu} f_{\Lambda_1}(s) ds,$

$(\tilde{H}_{\Lambda_2} f_{\Lambda_2})(\gamma) = \{2A + 4B \sum_{i=1}^{\nu} \cos(\Lambda_2^i / 2) \cos(\Lambda_2^i / 2 - \gamma_i)\} f_{\Lambda_2}(\gamma) + U \int_{T^\nu} f_{\Lambda_2}(s) ds,$

$$(\tilde{H}_{\Lambda_3} f_{\Lambda_3})(\lambda) = \{A + 2B \sum_{i=1}^{\nu} \cos(\Lambda_3 - \lambda_i)\} f_{\Lambda_3}(\lambda) - 2U \int_{T^{\nu}} f_{\Lambda_3}(s) ds, \quad \text{and} \quad \Lambda_1^i = \gamma^i + \theta^i,$$

$$\Lambda_2^i = \lambda^i + \mu^i, \quad \Lambda_3^i = \lambda^i + \eta^i.$$

We must therefore investigate the spectrum and bound states of the operators  $\tilde{H}_{\Lambda_1}, \tilde{H}_{\Lambda_2}$  and  $\tilde{H}_{\Lambda_3}$ . It is clear that the continuous spectrum of the operator  $\tilde{H}_{\Lambda_1}$  coincides with the segment  $\sigma_{cont}(\tilde{H}_{\Lambda_1}) = [2A - 4B \sum_{i=1}^{\nu} \cos(\Lambda_1^i / 2), 2A + 4B \sum_{i=1}^{\nu} \cos(\Lambda_1^i / 2)]$ .

$$\text{Let } D_{\Lambda_1}^{\nu}(z) = 1 + U \int_{T^{\nu}} (ds_1 ds_2 \dots ds_{\nu} / (2A + 4B \sum_{i=1}^{\nu} \cos(\Lambda_1^i / 2) \cos(\Lambda_1^i / 2 - \lambda_i) - z)).$$

**Lemma 2.** The number  $z = z_0$  not belonging to the continuous spectrum of the operator  $\tilde{H}_{\Lambda_1}$  is an eigenvalue of that operator if and only if it is a zero of the function  $D_{\Lambda_1}^{\nu}(z)$ , i.e.,  $D_{\Lambda_1}^{\nu}(z_0) = 0$ .

We consider the one-dimensional case. Let  $U < 0$  ( $U > 0$ ). Then the equation  $D_{\Lambda_1}^{\nu}(z) = 0$  has a unique solution  $z_1 = 2A - \sqrt{U^2 + 16B^2 \cos^2(\Lambda_1 / 2)}$  ( $\tilde{z}_1 = 2A + \sqrt{U^2 + 16B^2 \cos^2(\Lambda_1 / 2)}$ ) at the below (above) the continuous spectrum of operator  $\tilde{H}_{\Lambda_1}$ . In the two-dimensional case the analogous situation is holds. We consider the three-dimensional case. We denote  $m = \int_{T^3} (ds_1 ds_2 ds_3 / (\sum_{i=1}^3 \cos(\Lambda_1^i / 2) (1 + \cos(\Lambda_1^i / 2 - s_i))))$ . If  $U < -4B/m$ , then the equation  $D_{\Lambda_1}^3(z) = 0$  has a unique solution  $z_1 < m^3$  at the below the continuous spectrum of operator  $\tilde{H}_{\Lambda_1}$ . In the case  $-4B/m \leq U < 0$ , the equation  $D_{\Lambda_1}^3(z) = 0$  has no solution at the below the continuous spectrum of operator  $\tilde{H}_{\Lambda_1}$ . We denote  $M = \int_{T^3} (ds_1 ds_2 ds_3 / (\sum_{i=1}^3 \cos(\Lambda_1^i / 2) (1 - \cos(\Lambda_1^i / 2 - s_i))))$ . If  $U > 4B/M$ , then the equation  $D_{\Lambda_1}^3(z) = 0$  has a unique solution  $\tilde{z}_1 > M^3$  at the above the continuous spectrum of operator  $\tilde{H}_{\Lambda_1}$ . In the case  $0 < U \leq 4B/M$ , the equation  $D_{\Lambda_1}^3(z) = 0$  has no solution at the above the continuous spectrum of operator  $\tilde{H}_{\Lambda_1}$ . We now investigated the spectra of the operator  $\tilde{H}_{\Lambda_2}$ . It is clear that the continuous spectrum of the operator  $\tilde{H}_{\Lambda_2}$  coincides with the segment

$$\sigma_{cont}(\tilde{H}_{\Lambda_2}) = [2A - 4B \sum_{i=1}^{\nu} \cos(\Lambda_2^i / 2), 2A + 4B \sum_{i=1}^{\nu} \cos(\Lambda_2^i / 2)].$$

$$\text{Let } D_{\Lambda_2}^{\nu}(z) = 1 + U \int_{T^{\nu}} (ds_1 ds_2 \dots ds_{\nu} / (2A + 4B \sum_{i=1}^{\nu} \cos(\Lambda_2^i / 2) \cos(\Lambda_2^i / 2 - \lambda_i) - z)).$$

We consider the one-dimensional case. Let  $U < 0$  ( $U > 0$ ). Then the equation  $D_{\Lambda_2}^{\nu}(z) = 0$  has a unique solution  $z_2 = 2A - \sqrt{U^2 + 16B^2 \cos^2(\Lambda_2 / 2)}$  ( $\tilde{z}_2 = 2A + \sqrt{U^2 + 16B^2 \cos^2(\Lambda_2 / 2)}$ ) at the below (above) the continuous spectrum of operator  $\tilde{H}_{\Lambda_2}$ . In the two-dimensional case the analogous situation is holds. We consider the three-dimensional case. We denote  $\tilde{m} = \int_{T^3} (ds_1 ds_2 ds_3 / (\sum_{i=1}^3 \cos(\Lambda_2^i / 2) (1 + \cos(\Lambda_2^i / 2 - s_i))))$ . If  $U < -4B/\tilde{m}$ , then the equation  $D_{\Lambda_2}^3(z) = 0$  has a unique solution  $z_2 < \tilde{m}^3$  at the below the continuous spectrum of operator  $\tilde{H}_{\Lambda_2}$ . In the case  $-4B/\tilde{m} \leq U < 0$ , the equation  $D_{\Lambda_2}^3(z) = 0$  has no solution at the below the continuous spec-

trum of operator  $\tilde{H}_{\Lambda_2}$ . We denote  $\tilde{M} = \int_{T^3} (ds_1 ds_2 ds_3 / (\sum_{i=1}^3 \cos(\Lambda_2^i / 2)(1 - \cos(\Lambda_2^i / 2 - s_i))))$ . If  $U > 4B/\tilde{M}$ , then the equation  $D_{\Lambda_2}^3(z) = 0$  has a unique solution  $\tilde{z}_2 > M_{\Lambda_2}^3$  at the above the continuous spectrum of operator  $\tilde{H}_{\Lambda_2}$ . In the case  $0 < U \leq 4B/\tilde{M}$ , the equation  $D_{\Lambda_2}^3(z) = 0$  has no solution at the above the continuous spectrum of operator  $\tilde{H}_{\Lambda_2}$ . We now investigated the spectra of the operator  $\tilde{H}_{\Lambda_3}$ . It is clear that the continuous spectrum of the operator  $\tilde{H}_{\Lambda_3}$  coincides with the segment

$$\sigma_{cont}(\tilde{H}_{\Lambda_3}) = [2A - 2B\nu, 2A + 2B\nu].$$

$$D_{\Lambda_3}^\nu(z) = 1 - 2U \int_{T^\nu} (ds_1 ds_2 \dots ds_\nu / (A + 2B \sum_{i=1}^\nu \cos(\Lambda_3^i - s_i) - z)).$$

It is clear that the  $\nu = 1$  and  $U > 0$  ( $U < 0$ ), the equation  $D_{\Lambda_3}^3(z) = 0$  has a unique solution  $\tilde{z}_3 = A - 2\sqrt{U^2 + B^2}$  ( $z_3 = A + 2\sqrt{U^2 + B^2}$ ) at the below (above) the continuous spectrum of operator  $\tilde{H}_{\Lambda_3}$ . In the two-dimensional case the analogous situation is holds. We now consider the three-

dimensional case. We denote  $\tilde{m} = \int_{T^\nu} (ds_1 ds_2 \dots ds_\nu / (3 + \sum_{i=1}^\nu \cos(\Lambda_3^i - s_i)))$ . If  $U > B/\tilde{m}$ , then the equation  $D_{\Lambda_3}^3(z) = 0$  has a unique solution  $z_3 < m_{\Lambda_3}^3$  at the below the continuous spectrum of operator  $\tilde{H}_{\Lambda_3}$ . If  $0 < U \leq B/\tilde{m}$ , then the equation  $D_{\Lambda_3}^3(z) = 0$  has no solution at the below the continuous spectrum of

operator  $\tilde{H}_{\Lambda_3}$ . We denote  $\tilde{M} = \int_{T^\nu} (ds_1 ds_2 \dots ds_\nu / (3 - \sum_{i=1}^\nu \cos(\Lambda_3^i - s_i)))$ . If  $U < 0$  and  $U < -B/\tilde{M}$ , then the equation  $D_{\Lambda_3}^3(z) = 0$  has a unique solution  $\tilde{z}_3 > M_{\Lambda_3}^3$  at the above the continuous spectrum of operator  $\tilde{H}_{\Lambda_3}$ . If  $-B/\tilde{M} \leq U < 0$ , then the equation  $D_{\Lambda_3}^3(z) = 0$  has no solution at the above the continuous spectrum of operator  $\tilde{H}_{\Lambda_3}$ . Now the using the obtaining results and the representation (7), we describe the structure of essential spectrum and discrete spectrum of the operator  ${}^1\tilde{H}_q^{3/2}$ .

**Theorem 3.** If  $\nu = 1$  and  $U < 0$ , then the essential spectrum of the system first quartet state operator  ${}^1\tilde{H}_q^{3/2}$  is exactly the union of seven segments:  $\sigma_{ess}({}^1\tilde{H}_q^{3/2}) = [a + c + e, b + d + f] \cup [a + c + z_3, b + d + z_3] \cup [a + e + z_2, b + f + z_2] \cup [a + z_2 + z_3, b + z_2 + z_3] \cup [c + e + z_1, d + f + z_1] \cup [c + z_1 + z_3, d + z_1 + z_3] \cup [e + z_1 + z_2, f + z_1 + z_2]$ . The discrete spectrum of the operator  ${}^1\tilde{H}_q^{3/2}$  is empty.

Here  $a = 2A - 4B \cos \frac{\Lambda_1}{2}, b = 2A + 4B \cos \frac{\Lambda_1}{2}, c = 2A - 4B \cos \frac{\Lambda_2}{2}, d = 2A + 4B \cos \frac{\Lambda_2}{2},$   
 $e = A - 2B, f = A + 2B, z_1 = 2A - \sqrt{U^2 + 16B^2 \cos^2(\Lambda_1/2)}, z_2 = 2A - \sqrt{U^2 + 16B^2 \cos^2(\Lambda_2/2)},$   
 $z_3 = A + 2\sqrt{U^2 + B^2}.$

**Theorem 4.** If  $\nu = 1$  and  $U > 0$ , then the essential spectrum of the system first quartet state operator  ${}^1\tilde{H}_q^{3/2}$  is exactly the union of seven segments:  $\sigma_{ess}({}^1\tilde{H}_q^{3/2}) = [a + c + e, b + d + f] \cup [a + c + \tilde{z}_3, b + d + \tilde{z}_3] \cup [a + e + \tilde{z}_2, b + f + \tilde{z}_2] \cup [a + \tilde{z}_2 + \tilde{z}_3, b + \tilde{z}_2 + \tilde{z}_3] \cup [c + e + \tilde{z}_1, d + f + \tilde{z}_1] \cup [c + \tilde{z}_1 + \tilde{z}_3, d + \tilde{z}_1 + \tilde{z}_3] \cup [e + \tilde{z}_1 + \tilde{z}_2, f + \tilde{z}_1 + \tilde{z}_2]$ . The discrete spectrum of the operator  ${}^1\tilde{H}_q^{3/2}$  is empty.

Here  $\tilde{z}_1 = 2A + \sqrt{U^2 + 16B^2 \cos^2(\Lambda_1/2)}, \tilde{z}_2 = 2A + \sqrt{U^2 + 16B^2 \cos^2(\Lambda_2/2)},$

$$\tilde{z}_3 = A - 2\sqrt{U^2 + B^2}. \quad \text{We let} \quad m = \int_{T^3} (ds_1 ds_2 ds_3 / (\sum_{i=1}^3 \cos \frac{\Lambda_2^i}{2} (1 + \cos(\frac{\Lambda_2^i}{2} - s_i))))),$$

$$\tilde{m} = \int_{T^3} (ds_1 ds_2 ds_3 / (\sum_{i=1}^3 \cos \frac{\Lambda_1^i}{2} (1 + \cos(\frac{\Lambda_1^i}{2} - s_i))))), \quad \tilde{M} = \int_{T^3} (ds_1 ds_2 ds_3 / (3 + \sum_{i=1}^3 \cos(\frac{\Lambda_3^i}{2} - s_i))),$$

$$m' = \max\{4B/m, 4B/\tilde{m}, B/\tilde{M}\}.$$

**Theorem 5.** If  $\nu = 3$  and  $-m' \leq U < 0$ , then the essential spectrum of the system first quartet state operator  ${}^1\tilde{H}_q^{3/2}$  is single segment:

$$\sigma_{ess}({}^1\tilde{H}_q^{3/2}) = [5A - 6B - 4B \sum_{i=1}^3 (\cos(\Lambda_1^i/2) + \cos(\Lambda_2^i/2)), 5A + 6B + 4B \sum_{i=1}^3 (\cos(\Lambda_1^i/2) + \cos(\Lambda_2^i/2))].$$

The discrete spectrum of the operator  ${}^1\tilde{H}_q^{3/2}$  is empty.

## REFERENCES

- [1] J. Hubbard, 1963. Electron correlations in narrow energy bands. Proc. Roy. Soc. A. V. 276, № 1365, P. 237–257. [2] M.C. Gutzwiller, 1963. Effect of Correlation on the Ferromagnetism of Transition Metals. Phys. Rev. Lett. V. 10, P. 159-162. [3] J. Kanamori, 1963. Electron correlation and ferromagnetism of transition metals. Prog. Theor. Phys. V. 30, P. 275-289. [4] P. W. Anderson, 1961. Localized magnetic states in metals. Phys. Rev. V. 124, P. 41. [5] S.P. Shubin, S.V. Wonsowsky, 1934. On the electron theory of metals. Proc. Roy. Soc. A, V. A145, P. 159–180. [6] B. V. Karpenko, V. V. Dyakin, and G. L. Burdina, 1986. Two electrons in the Hubbard Model. Phys. Met. Metallogr., V. 61. P. 702-706. [7] S.M. Tashpulatov, 2014, Spectral Properties of three-electron systems in the Hubbard model. Theoretical and Mathematical Physics. V. 179, №3, P. 712–728. [8] S. M. Tashpulatov, 2016. Spectra of the energy operator of four-electron systems in the triplet state in the Hubbard model. Journal of Physics: Conference Series, V. 697, P. 012025, doi:10.1088/1742-6596/697/1/012025, 22 page. [9] S. M. Tashpulatov, 2016. Essential and discrete spectrum of the energy operator of four electron systems in the Hubbard Model. Mathematical forum, Vol. 10, Part 1, "Investigations on mathematical analysis, differential equations and their applications", Vladikavkaz. P. 202-214.

## SEARCH OF COLLECTIVE EXCITATIONS FOR RESONANT HIGH HARMONICS GENERATION

**М. У. Шокиров**

Самаркандский государственный университет,  
Университетский бульвар 15,  
140104 Самарканд, Узбекистан

High harmonics generation (HHG) is a process of conversion of frequency of intense coherent light due to recombination of laser-accelerated electron on parent ion. This radiation of harmonics is simple, cheap and highly coherent source of light in “extreme ultraviolet” spectral range with the only drawback of low energy conversion efficiency. Resonant HHG [1] partly solved this issue by more than 200-fold enhancement of the 13th harmonic of 800-nm Ti:Sapphire laser radiation in nonlinear medium (“laser plasma”) created by laser evaporation of solid indium targets. However, application of this resonant HHG technique to other solid targets (such as Sb, Sn, Cr, Mn, C<sub>60</sub>) targets was only partly successful, because the resulting HHG enhancement was approximately two- to tenfold. Understanding of the physical origins of resonant enhancement of HHG turned out to be necessary for optimization of resonant HHG. Currently several theoretical models exist [2-4] which can be used to explain the nature of resonant HHG and perform optimization of resonant HHG by control of coherence length and ionization degree of the laser plasmas. But the theoretical background for the search of new resonances for resonant HHG has not been deeply investigated.

Initially it was assumed that all strong resonant lines can be used for resonant HHG by proper tuning of the frequency of seed radiation. But up to now no successful resonant HHG for systems with a sin-

gle optical electron has been experimentally reported. Although it is possible to construct a theoretical model of resonant HHG using single active electron approximation [3], the resonant level in it has to be introduced artificially and cannot be proven to have the structure of the real resonance in the laser plasmas. All this leads to conclusion that the systems useful for resonant HHG should contain many electrons which are optically active in the desired spectral range.

Most of the resonances which have been used for resonant HHG have many spectral lines corresponding to them. The line with the highest gf oscillator strength is usually considered as the one responsible for resonant HHG. But there is no theoretical proof for this assumption. On the contrary, it can be sufficient for the resonance to be useful only to be distinctly manifested at the conditions of HHG experiments. Taking into account resonance-like HHG enhancement in fullerenes [5] collective excitation of atoms can be a key for efficient search of transitions for resonant HHG. The semi-classical approach for calculation of absorption due to collective effects that is useful for both calculation of laser plasma absorbing properties and collective resonance oscillation is presented below.

In the “local plasma frequency” model distribution of electronic density in complex atom defines plasma frequency according to the well-known relation:

$$\omega_p(r) = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n(r)}{m}} \quad (1)$$

This frequency is considered to define the position of resonance during interaction of atomic or ionic systems with laser. The spectra of excitation of the systems averaged by many transitions correspond to the spectrum of excitation of plasma oscillations of their electronic shells with the frequencies corresponding to (1).

Defining the spectral function of the considered system as:

$$g(\omega) = \int n(r) \delta(\omega - \omega_p(r)) d^3r \quad (2)$$

one can derive a statistical photoabsorption cross-section of an atom [6]:

$$\sigma_{ph}(\omega) = \frac{4\pi^2\omega}{c} r_\omega^2 \frac{n(r_\omega)}{[n'(r_\omega)]}; \omega_p(r_\omega) = \omega \quad (3)$$

So the photoabsorption cross-section can be found as functional of electronic density in the atom taken at the distance defined by the plasma resonance condition (1) for given frequency. For the correct photoabsorption cross-section and resonance analysis electronic densities  $n(r)$  should be obtained from quantum mechanical calculations. Stability of the corresponding resonances in intense laser field can be investigated by solving a time-dependent problem for  $n(r,t)$  and comparing the  $n(r,t)$  averaged by duration of a cycle of laser pulse with static  $n(r)$ .

As a conclusion, local plasma model has been suggested for search of optimal targets for resonant HHG.

## REFERENCES

- [1] Ganeev R. A., Suzuki M., Ozaki T., Baba M., Kuroda H. *Strong resonance enhancement of a single harmonic generated in extreme ultraviolet range*. Opt. Lett. **2006**. Vol. 31, 1699-1701 [2] Milosevic D. B. *High-energy stimulated emission from plasma ablation pumped by resonant high-order harmonic generation*. J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **2007**. Vol. 40, 3367–3376. [3] Strelkov V. *Role of autoionizing state in resonant high harmonic generation and attosecond pulse production*. Phys. Rev. Lett. **2010**. Vol. 104, 123901. [4] Redkin P.V., Kodirov M.K., Ganeev R.A. *Theoretical investigation of resonant nonperturbative harmonic generation in indium vapors*. J. Opt. Soc. Am. B. **2011**, Vol. 28, 165-170. [5] Ganeev R. A., Elouga Bom L. B., Wong M. C. H., Brichta J.-P., Bhardwaj V. R., Redkin P. V., Ozaki T. *High-order harmonic generation from C60-rich plasma*. Phys. Rev. A. **2009**, Vol. 80, 043808. [6] Лисица В.С., Астапенко В.С., Буреева Л.А., Кадомцев М.В., Шурыгин В.А. *Коллективные эффекты в атомных спектрах*. Сборник тезисов докладов конференции и школы молодых учёных по фундаментальной атомной спектроскопии ФАС - XX. **2013**. 23 – 27 сентября, Воронеж, Россия, с. 194-196.

## АКТИВАЦИОННЫЕ ЭНЕРГИИ ВНУТРЕННЕГО ДВИЖЕНИЯ И КЛАСТЕРИЗАЦИЯ ДЕФЕКТОВ В НАНОРАЗМЕРНОЙ РЕШЕТКЕ СУПЕРИОННОГО ПРОВОДНИКА $\text{LaF}_3$

В.Криворотов, С.Мирзаев, Г.Нуждов

Ташкентский Государственный Технический Университет  
Ташкент 100095, ул. Университетская, 2. www.tdtu.uz.

*Представлены результаты квантово-химических расчетов профиля внутрикристаллического потенциального рельефа в нанорешетке суперионного кристалла  $\text{LaF}_3$ , содержащей 1200 ионов, размером  $3.5 \times 2.0 \times 2.2$  нм соответственно вдоль кристаллографических осей X, Y и Z. Установлено, что в суперионной фазе энергетически выгодная конфигурация дефектов Френкеля в решетке  $\text{LaF}_3$  представляется объемом, близким к сферическому. С помощью пакета программ MORAC 2016 проведены расчеты профиля потенциального рельефа в центральной части нанорешетки при элементарном акте разупорядочения в самой легкоплавкой подрешетке ионов  $F_1$ . Показано, что в диэлектрической фазе кристалла  $\text{LaF}_3$  эффективная величина барьеров  $E_m$ , препятствующих движению  $F_1$ , равна 0.37 эВ, в суперионном же состоянии барьер уменьшается до 0.15 эВ. Установлено, что значение энергии  $E_a$  активации разупорядочения подрешетки ионов  $F_1$  в диэлектрическом состоянии равно 0.16 эВ и 0.04 эВ для суперионной фазы.*

### 1. Введение.

Частным случаем в широком классе ионопроводящих соединений являются суперионные (СИ) кристаллы – особый класс твердых материалов, в которых фазовые превращения (ФП) связаны с температурным разупорядочением одной из кристаллических подрешеток и определяются переходом системы ионов из диэлектрического (ДЭ) состояния в СИ. В первом приближении в СИ фазе они представляют собой “жидкость” подвижных ионов, текущую в подрешетке неподвижных ионов. С точки зрения фундаментальных процессов, в частности процессов переноса, эти материалы занимают промежуточное положение между жидкостью и твердым телом.

В качестве объекта исследования выбран трифторид лантана  $\text{LaF}_3$  и его аналоги структурного типа тисонита –  $\text{LnF}_3$  ( $\text{Ln} = \text{La}, \text{Ce}, \text{Pr}$ ), представляющие собой типичные твердые электролиты с проводимостью порядка  $10^{-5}$ – $10^{-3}$  S/cm [1–3], которая примерно на 5–7 порядков превосходит проводимости обычных ионных кристаллов. В кристаллах  $\text{LnF}_3$  переход из ДЭ фазы в СИ размыт в некотором интервале температур и не сопровождается значительной перестройкой структуры кристаллической решетки [4, 5]. Например, разупорядочение анионной подрешетки в кристалле  $\text{LaF}_3$  происходит в области температур  $\approx 180$ – $460$  К и продолжается до температуры плавления решетки. При этом в области  $\approx 180$ – $300$  К разупорядочение решетки определяется движением в подрешетке ионов  $F_1$ , составляющих 2/3 от общего числа ионов фтора. Оставшиеся ионы фтора  $F_2$  и  $F_3$  образуют вместе с ионами металла базовые анионно–катионные плоскости. Подрешетки этих ионов разупорядочиваются при температурах, превышающих 400–420 К [1, 2].

Интерес, проявляемый специалистами по исследованию процессов переноса, к  $\text{LnF}_3$ , в первую очередь, определяется широкими возможностями их приложения в различных технических областях. Они находят широкое применение в качестве материала для рабочих модулей в твердотельных батареях, электрохромных дисплеях, электрохимических сенсорах, газоаналитических датчиках и различных оптоионных устройствах [6–8]. Достаточно важным фактором при различных технических приложениях выступает и то обстоятельство, что сравнительно высокой ионной проводимостью кристаллы  $\text{LnF}_3$  обладают уже при комнатной температуре ( $T \approx 300$  К).

### 2. Методика расчетов.

К основным параметрам переноса ионов относятся энергии  $E_a$  образования точечных дефектов типа вакансия–межузельный ион и величины потенциальных барьеров  $E_m$ , ограничивающих ячеечные перемещения ионов фтора (рис. 1). К настоящему времени известно [1, 9, 10], что, к примеру, в кристалле  $\text{LaF}_3$  характерные для  $E_a$  и  $E_m$  значения энергии активации лежат в интервале 0.20–0.60 eV. Понятно, что такие различающиеся значения энергий  $E_a$  и  $E_m$  требуют новых модельных подходов к механизмам “плавления” анионной подрешетки и иной интерпретации полученных результатов, а также дополнительных экспериментальных исследований с применением более “тонких” методик и приемов.

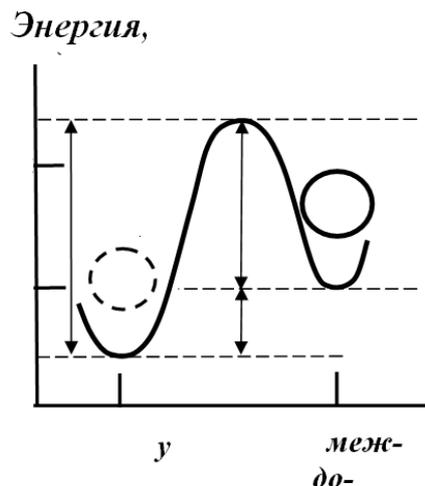


Рис. 1. Схема профиля теоретического потенциального рельефа между вакансией  $F_1$  и центром междоузлия в решетке структурного типа тисонита, показывающая связь между величиной потенциального барьера  $E_m$ , энергией активации движения  $E_d$  и энергией  $E_a$  активации процесса разупорядочения анионной подрешетки.

В настоящей работе при помощи пакета квантово-химических программ MORAC 2016 [11] вычислена энергия образования различных конфигураций дефектов решетки  $LaF_3$ , содержащей 1200 ионов, размером  $3.5 \times 2.0 \times 2.2$  нм соответственно вдоль кристаллографических осей X, Y и Z. Напомним, что под дефектом следует понимать пару точечных дефектов Френкеля типа анионная вакансия–анион в междоузлии, образующих своего рода дефект–диполь. Понятно, что все дефекты–диполи в каждой из конфигураций ориентированы оптимальным (одинаковым) образом (в соответствии с направлением “зародышевого” дефекта–диполя).

Так же рассчитаны величины барьеров и минимумов на пути движения ионов  $F_1$  в ближайшее междоузлие с целью построения профиля потенциального рельефа кристалла в процессе образования единичного дефекта как в ДЭ, так и в СИ фазе.

### 3. Результаты и обсуждения.

В [10, 12] показано, что разупорядочение анионной подрешетки в кристаллах  $LnF_3$  происходит путем теплового перемещения ионов фтора в энергетически эквивалентные междоузлия, расположенные между анионно–катионными плоскостями, с образованием массива точечных дефектов типа анионная вакансия–междоузельный анион. При этом максимально разупорядочивается лишь около 17 % анионной подрешетки, хотя, понятно, что во внутреннем движении участвуют все ионы фтора [12].

Зададимся вопросом, какая конфигурация дефектов наиболее энергетически выгодна в разупорядочивающейся решетке  $LaF_3$ . Имея в виду, что внутреннее движение в значительной степени определяется структурными особенностями решетки, была предпринята попытка установить конфигурацию дефектов, на образование которой затрачивается наименьшее количество энергии решетки.

На рис. 2 нулевая конфигурация точечных дефектов соответствует идеальной структуре  $LaF_3$  (решетке с упорядоченной структурой). Для расчета решеточной энергии связей были выбраны следующие решеточные конфигурации, образуемые семью парами точечных дефектов:

1) первая конфигурация состоит из семи дефектов, расположенных по всему кластеру на достаточном удалении друг от друга. В этом случае, очевидно, что их взаимодействие становится пренебрежимо малым.

2) во второй конфигурации, шесть дефектов расположенных в плоскости XY в соседних междоузлиях, образуют окружность; седьмой же дефект находится в ее центре;

3) третья конфигурация составлена из пяти дефектов, расположенных в плоскости XY; при этом четыре дефекта образуют прямоугольник, а пятый находится в его центре. Шестой дефект располагается над центральным дефектом, а седьмой дефект – под ним. Полученная конфигурация напоминает центрированный октаэдр.

4) четвертая конфигурация состоит из дефекта в центре нанорешетки, а так же из двух групп дефектов (в каждой по 3 дефекта), расположенных над и под центральным дефектом. Такая конфигурация включает две трехгранные пирамиды с общей вершиной, образуя квазисферический объем.

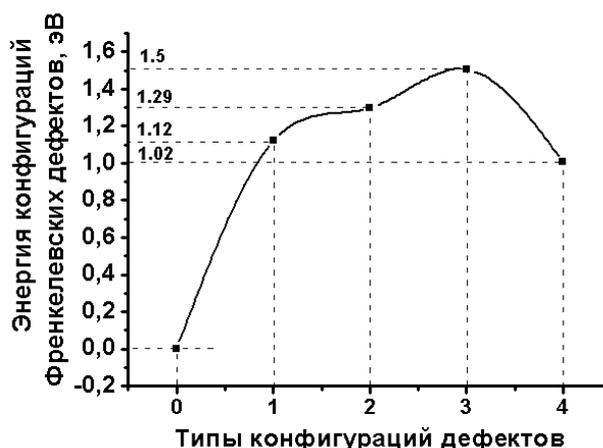


Рис. 2. Решеточные энергии при различных типах конфигураций френкелевских дефектов в нанорешетке  $\text{LaF}_3$ .

Проведенные расчеты показали, что решеточная энергия во 2-ой и 3-ей конфигурациях выше, чем у 1-ой конфигурации. Иными словами, 2-я и 3-я конфигурации заметно увеличивают решеточную энергию, и поэтому их формирование в кристаллической решетке возможно, но маловероятно как не желательное. Вместе с тем энергия решетки с 4-й конфигурацией ниже, чем у решетки с 1-й конфигурацией, образованной относительно далеко друг от друга расположенными дефектами, практически “не чувствующими” друг друга. Из чего можно сделать на наш взгляд достаточно важный вывод: в решетке СИ трифторидов структурного типа  $\text{LaF}_3$  формирование ВП фазы начинается с малых квазисферических “дефектных” областей, образованных разупорядоченными ионами фтора  $F_1$  и их вакансиями. Следовательно, формирование СИ состояния в образце  $\text{LaF}_3$  происходит таким образом, что вначале образуются сфероподобные дефектные области, которые с ростом температуры увеличиваются и с некоторого момента (при  $T > 260\text{--}280$  К) начинают пересекаться (сливаться), распространяя ВП состояние в подрешетке  $F_1$  на весь объем образца. Очевидно, что это заключение применимо ко всему ряду СИ трифторидов редких земель.

Если распределить СИ состояние на весь объем образца, то полученную конфигурацию разупорядоченной решетки можно отнести к “квазисферической” с линейными размерами  $3.5 \times 2.0 \times 2.2$  нм. Представляется достаточно интересным рассчитать профиль потенциального рельефа единичного разупорядочения в подрешетке  $F_1$  для ДЭ и СИ состояний решетки.

На рис. 3 для ДЭ состояния (при близкой к нулю степени разупорядочения нанорешетки, кривая 1) и СИ фазы (кривая 2) показаны результаты расчетов профиля потенциального рельефа при перемещении иона  $F_1$  из узла в центр междоузлия в центральной части “кубической” нанорешетки  $\text{LaF}_3$ . Параметр  $r$  соответствует перемещению иона из узла (нулевая точка на рис. 3) в центр междоузлия (восьмая точка).

Для получения энергетического профиля потенциального рельефа в ДЭ фазе  $\text{LaF}_3$  один из ионов  $F_1$  последовательными восемью шагами перемещался в междоузлие в центральной части идеальной решетки. При этом энергия связей решетки рассчитывалась для каждого такого шага. Затем из таких пошаговых значений энергии связей решетки вычиталось установленное ранее значение когезийной энергии идеальной решетки. Полученные значения избыточной энергии задавали профиль потенциального рельефа, вдоль которого ион  $F_1$  перемещается из узла в междоузлие в ДЭ состоянии кристалла  $\text{LaF}_3$ .

Для расчета внутрикристаллического профиля в нанорешетке  $\text{LaF}_3$  в СИ фазе все междоузлия нанорешетки (кроме одного, расположенного в ее центральной части) заполнялись ионами фтора. При этом рассчитывалась энергия связей в такой “недозаполненной” решетке. Затем в свободное междоузлие по описанной выше методике перемещался один из ионов  $F_1$ , и производился расчет когезийной энергии в нанорешетке  $\text{LaF}_3$  при каждом таком шаге. Таким способом с учетом энергии связей в “недозаполненной” решетке по восьми точкам был получен профиль потенци-

ального рельефа, по которому ион  $F_1$  совершает элементарный акт разупорядочения в СИ состоянии  $LaF_3$ . С учетом того, что перемещение иона совершалось в потенциальном поле, образованном всеми остальными частицами решетки, такой перенос иона позволял достаточно корректно вычислить профиль рельефа между конкретным анионным узлом и центром междоузлия [13, 14].

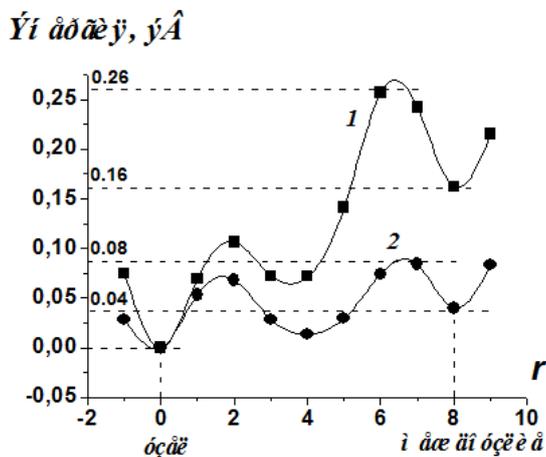


Рис. 3. Профили потенциального рельефа в “трехмерной” решетке  $LaF_3$  при перемещении иона  $F_1$  из узла в междоузлия: кривая 1 – диэлектрическая фаза ( $T < T_c = 263$  K [14]), кривая 2 – суперионная фаза ( $T \geq T_c$ ).

Следует заметить, что однозначно не установлено точного критерия определения эффективной величины нескольких близко расположенных барьеров на пути перемещения мобильной частицы [10]. Достаточно разумным представляется положение, по которому за эффективное значение таких барьеров, в первом приближении, можно принять их суммарную величину. Тогда эффективная величина всех барьеров  $E_m$  на пути перемещения иона  $F_1$  примерно равна их сумме и в ДЭ фазе (кривая 1) составляет величину  $E_m \approx 0.11$  eV + 0.26 eV = 0.37 eV. В СИ фазе (кривая 2) эффективная величина барьеров  $E_m$  уменьшается в несколько раз до значений 0.15 eV (0.07 eV + 0.08 eV). В этом случае значения энергии  $E_d$  движения в соответствии с соотношением  $E_m = E_a + E_d$  составляют 0.21 eV (0.37 eV – 0.16 eV) в ДЭ фазе и 0.11 eV (0.15 eV – 0.04 eV) в СИ фазе. Здесь значения 0.16 и 0.04 eV соответствуют активационным энергиям  $E_a$  разупорядочения подрешетки  $F_1$  соответственно в ДЭ и СИ фазах  $LaF_3$  (рис. 2). Хорошо видно, что в СИ фазе энергия  $E_a$  разупорядочения уменьшается в 4 раза. Следует заметить, что в связи с невозможностью прямого теоретического расчета электропроводности (по причине трудности расчета энергетических параметров, ответственных за ионный перенос) полученные значения  $E_a$ ,  $E_d$  и  $E_m$  представляются важными для правильного описания и понимания основных закономерностей электропроводности ионных кристаллов.

Заметим, что между значениями энергетических параметров  $LaF_3$ , полученных квантово-химическими расчетами и, например, методами неупругого рассеяния света в  $LaF_3$  [14], соответствие достаточно хорошее.

#### 4. Заключение.

Важным итогом анализа результатов квантово-химических расчетов потенциального рельефа, преодолеваемого подвижными ионами фтора как в области температур  $T < T_c$ , так и для  $T \geq T_c$ , является заключение о том, что они показывают безусловное наличие в области  $T \geq T_c$  некоторого эффекта, определяемого высокой концентрацией разупорядоченных ионов. Этот эффект, как уже отмечалось, проявляется в значительном уменьшении параметров потенциального рельефа вблизи дефектов типа вакансия-междоузельный ион (рис. 3) и в литературе по СИ проводникам называется кооперативным. Причем этот вывод получен не путем построения соответствующих моделей и связанных с ними предположений и предпосылок, а на базе лишь двух положений: а) была построена кристаллическая решетка типа тисонита, в которой (для моделирования СИ состояния) каждый шестой ион фтора определенным образом перемещался в ближайшее междоузлие – тем самым задавалась “расплавленная” структура, соответствующая тому или иному типу разупорядочения решетки в ВП фазе, б) для СИ кристалла  $LaF_3$  были определены значения энергии связей

для восьми точек на пути перемещения различных ионов  $F_1$  из узлов в соответствующие междуузлия. Эти два положения позволили достаточно надежно установить, что при переходе из ДЭ состояния в СИ фазу потенциальный рельеф на пути движения иона фтора претерпевает значительные изменения.

Достаточно интересными итогом анализа потенциального рельефа, преодолеваемого подвижными ионами фтора в области температур  $T < T_c$ , представляется вывод, вытекающий из квантово-химических расчетов параметров внутриячеечного потенциального рельефа - для наноразмерных кластеров в полной мере сохраняются основные особенности СИ материалов, и для них можно применять понятия ДЭ и ВП состояний со всеми свойственными им закономерностями,

Особо отметим то обстоятельство, что квантово-химические расчеты решеточной энергии для нанокластера  $LaF_3$  позволили сделать следующее заключение: на начальном этапе формирования СИ фазы в образце  $LaF_3$  из разупорядоченных ионов фтора образуются квазисферические области – носители ВП состояния, которые с ростом температуры начинают пересекаться, заполняя со временем весь образец.

Приведенные выше выводы могут оказаться крайне важными и полезными при выборе способа формирования рабочих элементов на основе наноструктурированных ионопроводящих материалов в различных технических устройствах. В частности, при конструировании энергоемких аккумуляторов и батарей, работающих в области комнатных температур, вместо цельных кристаллов, по-видимому, можно (в целях ускорения процесса синтеза ионопроводящего материала и его экономии) использовать нанокристаллиты многослойного напыления, без заметной потери плотности ионного потока.

Таким образом, результаты, получаемые посредством квантово-химических расчетов когезийной энергии нанорешеток СИ материалов, заметно расширяют спектр физических процессов, исследуемых методом компьютерного моделирования. А сами результаты исследований могут быть использованы для оптимизации формы рабочих модулей в процессе создания, например, современных вторичных источников электрической энергии (батарей высокой емкости, аккумуляторы с высокими плотностями тока и пр.) на основе наноструктурированных СИ материалов.

#### ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- [1] Rhandour A., Reau J.M., Matar S.F. et al., 1985. New Fluorine ion Conductors with Tisonite-type Structure. Mat. Res. Bull. V. 20. P. 1309–1327. [2] Привалов А.Ф., Мурин И.В., 1999. Разупорядочение ионной подвижности в суперионном проводнике  $LaF_3$  со структурой тисонита по данным  $^{19}F$  ЯМР. ФТТ. Т.41. № 9. С. 1616–1620. [3] Mohamed E.O., Jean S., Jean M. R., 1998. Ionic conductivity properties and  $^{19}F$  NMR investigation in  $Ln_{1-y}Cd_y F_{3-y}$  ( $Ln=Ce, Nd$ ) solid solutions with tisonite-type structure. Part II:  $^{19}F$  NMR investigation. Solid State Ionics. V. 107. P. 281–291. [4] Privalov A.F., Lips O., Fujara F., 2002. Dynamic processes in the superionic conductor  $LaF_3$  at high temperatures as studied by spin-lattice relaxation dispersion. J. Phys.: Condens. Matter. V. 14. P.4515–4519. [5] Гарашина Л.С., Соболев Б.П., Александров В.Б. и др., 1980. О кристаллохимии фторидов редкоземельных элементов. Кристаллография. Т. 25. № 2. С. 294–299. [6] Гуревич Ю.Я., Харкац Ю.И., 1992. Суперионные проводники. М.: Наука. 244 с. [7] Tarahashi T., Kuwabara K., 1990. Physics and Chemistry of Solid Electrolytes—Ed.I. Yokota – Niigata (Japan): Niigata University. P. 40 – 93. [8] Потанин А.А., 2001. Твердотельный химический источник тока на основе ионного проводника типа трифторида лантана. Российский хим. журн. 2001, Т. XLV. № 5–6. С. 58–63. [9] Воронов Б.М., Волков С.В., 2004. Суперионный характер проводимости фторида лантана при высоких температурах. Электрохимия. Т. 40. № 1. С.54–60. [10] Криворотов В.Ф., Хабибуллаев П.К., Шарипов Х.Т., 2010. Разупорядочение анионной подрешетки в кристаллах  $LnF_3$  ( $Ln = La, Ce, Pr$ ). Неорган. материалы. Т. 46. № 6. С. 745–750. [11] MOPAC 2016, James J. P. Stewart, Stewart Computational Chemistry, Colorado Springs, CO, USA, <http://openmopac.net>. [12] Криворотов В.Ф., Хабибуллаев П.К., Фридман А.А. и др., 2010. Энергия активации процесса разупорядочения анионной подрешетки в супер-ионных кристаллах  $LnF_3$  ( $Ln = La, Ce, Pr$ ). Неорганические материалы. Том 46, № 7. С. 875–879. [13] Криворотов В.Ф., Нуждов Г.С., 2012. Внутриячеечный потенциальный рельеф и размерные эффекты в решетке суперионного проводника  $LaF_3$  // Журн. технической физики, Т. 82. № 12. С. 58–62. [14] Криворотов В.Ф., 2013. Внутреннее движение и кооперативные явления в суперионных трифторидах (Эксперименты, модели, расчеты). Изд.: LAMBERT Academic Publishing. Saarbrücken, Deutschland. 286 с.

## ТЕХНОЛОГИЯ ПРОИЗВОДСТВА РФП НА LINAC И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОЩНОГО ПОТОКА ЭВК ОТ ЭКСКЛЮЗИВНЫХ РАДИОИЗОТОПОВ ДЛЯ ЛОКАЛЬНОЙ, ИОНИЗАЦИОННОЙ БРАХИТЕРАПИИ РАКА В ОБЪЕМЕ ОПУХОЛЕВОЙ ОБЛАСТИ

Р.Бабаджанов, З.Каноков

Национальный университет Узбекистана им.Мирзо Улугбека  
[rbabadjanov@mail.ru](mailto:rbabadjanov@mail.ru); [zokirjon@yandex.com](mailto:zokirjon@yandex.com)

Поток электронов внутренней конверсии (ЭВК), испускаемых при распаде коротко и умеренно живущих изомерных состояний, включенных в таблицу эксклюзивных ядер, образуются в фотоядерных реакциях, на изомеробразующих ядрах [1-4].

Начальная активность ядер продуктов фотоядерных реакций, удовлетворяющих их применению в медицине, зависит от параметров мощных ускорителей электронов.

Требования к Linac: энергия ускоренных электронов 10-22 MeV, среднее значение величины тока  $I_i \approx 10-40 \text{ ma}$ ; соответствующее значение граничной энергии тормозного излучения  $E_{\gamma} = 10-22 \text{ MeV}$ ; начальная активность радиоизотопов, испускающих ЭВК не менее 10 Кюри. Такая активность излучения обеспечивает эффективное ионизационное разрушение молекул тканей рака в определенном опухолевом объеме и торможение биологической активности тканей рака.

Действие радиоизотопов, испускающих только ЭВК с малой кинетической энергией, происходит локально, в заранее установленном объеме опухоли, что обеспечивает радиационную безопасность здоровых органов, окружающих эту область.

С целью брахитерапии рака (прямое введение в опухолевую область большого избранных короткоживущих радиоизотопов), нами разработана, испытана, патентована и описана система быстрой транспортировки облученных мишеней от ускорителя до потребителя [1]. Испытана возможность производства высокоактивных (более 5К/час) радиоизотопов на мощных ускорителях электронов («Факел» ИАЭ им. Курчатова) [2].

Технология производства радиоизотопов на Linac дополняет возможность их производства на традиционных медицинских циклотронах и атомных реакторах. Более того, предлагаемая нами технология имеет ряд существенных преимуществ, относительно аналогов, которые подробно описаны в публикациях [3-4].

В связи с особым вниманием, Правительства в настоящее время, на развитие академической науки, переоснащение технической базы научных учреждений, считаем целесообразным, внести в план закупки современного оборудования приобретение (изготовление по заказу), мощного ускорителя электронов (Linac) и электромагнитного масс-сепаратора.

Утверждаем, что окупаемость затрат на изготовление (приобретение) этих двух уникальных установок, будет обеспечена в течение одного года их эксплуатации. Констатируем, что в республике подготовлены высококвалифицированные специалисты по эксплуатации уникальных ускорителей электронов и другого ядерно-физического оборудования.

Таким образом, необходимость реализации наших технологий за счет финансовых средств республики является своевременной, актуальной, востребованной со стороны потребителей и быстро окупаемой.

### ЛИТЕРАТУРА.

[1] Бабаджанов Рустам и др. «Устройство для внутрикамерного облучения образцов в бетатроне» Патент РУз, №2859, Бюлл. №3 от 30.09.1995г. [2] Бабаджанов Рустам и др. «Способ получения радионуклида кобальт-57 на ускорителях электронов» //Патент РУз №1852, 1994г., Бюлл. №1 от 30.03.1996г. [3] Р.Бабаджанов, З.Каноков. «О возможности производства радионуклидов на ускорителях электронов» // ДАН РУз, г.Ташкент, 2015г №6, стр.26-28. [4] Р.Бабаджанов, З.Каноков. «Применение электронов внутренней конверсии в радионуклидной терапии» // ДАН РУз, г.Ташкент, 2016 г. №2, стр. 16-18.

## РАДИАЦИЯВИЙ УСЛУБДА ЧОКЛАНГАН ПОЛИВИНИЛХЛОРИД ИЗОЛЯЦИЯЛОВЧИ НАЙЧАЛАРНИНГ ХОССАЛАРИ

М.Ташметов, Н.Исмаатов, Р.Саидов

100214 Тошкент, ЎзР ФА Ядро физикаси институти

### Аннотация

Радиациянинг полимер материаллари хоссаларига таъсири ўрганилиб физика-механикавий хоссалари ва нурланиш дозаси қиймати орасидаги боғлиқлик аниқланган. Поливинилхлорид изоляцияловчи найча намунасининг мустақамлиги ютилган доза қиймати 40 кГр бўлганга қадар ортамлиги ҳамда уларнинг электр мустақамлиги қиймати 80 кГр ютилиш дозасида 16 кВ/мм дан 19.9 кВ/мм гача ортамлиги аниқланди.

**Калит сўзлар:** поливинилхлорид, радиациявий чоклаш, ютилиш дозаси, электр мустақамлик.

### 1. Кириш

Материал ва маҳсулотларни радиациявий ишлов бериш орқали уларнинг хоссаларини яхшилаш ҳамда бошқариш кенг имконият берадиган замонавий йўналишлардан ҳисобланади [1]. Ҳозирги вақтда ионлаштирувчи нурлар турли материаллар хоссаларини бошқаришда қўлланилиши билан бир қаторда полимерларни модификациялашда ҳам муҳимдир. Амалий жиҳатдан полимерларни радиациявий модификациялашда чоклаш энг аҳамиятлилардан бири ҳисобланади. Радиациявий усул билан модификацияланган бу маҳсулотларда кўндаланг чок ҳосил бўлиши иссиқликка чидамлилиқнинг ва механик мустақамлиқнинг ошишига олиб келади ҳамда “шакл хотираси эффекти” ҳосил бўлиши иссиқликдан кичраювчи муфтларнинг, найчаларнинг, манжетларнинг ва тасмаларнинг муҳим афзалликларидан биридир. Радиациявий чокланган бундай маҳсулотлар агрессив муҳитларга чидамлидир, узоқ муддатли, ўтказиладиган маҳсулотларнинг шаклини олади, изоляциялайди, коррозияга қарши химоя қатламини ҳосил қилади, механик химоясини оширади, гидроизоляциялайди, кабеллар ва кабел ўтказгичларнинг изоляциясини оширади, электр ўтказгичлар сиртини герметик қилишнинг ишончли усули ҳисобланади [2]. Полимер маҳсулотларини радиациявий усулда модификациялаш жараёнида радиациявий ишлов бериш технологиясига ва маҳсулотларнинг таркибига боғлиқ бўлган ҳолда уларнинг хоссалари ёмонлашишга олиб келувчи деградиция жараёни ҳам юз беради. Шу сабабли, турли полимер материал ва маҳсулотларининг хоссаларини радиациявий ишлов бериш натижасида яхшилаш мақсадида уларнинг ҳар бири учун мақбул бўлган ютилиш дозаси, нурланиш энергияси ва бошқа катталиқларни аниқлаган ҳолда технологиялар яратиш лозимдир. Полимер маҳсулотларининг хоссаларини модификациялашда асосан электрон тезлатгичлардан фойдаланиб радиацион ишлов берилди [1]. Бунинг асосий сабабларидан бири қисқа вақт ичида катта ҳажмдаги маҳсулотларга ишлов бериш имконининг мавжудлигидир. Шу туфайли полимер маҳсулотларини модификациялаш ишланмаларини яратишда уларнинг физикавий-механикавий хоссаларига электронларнинг таъсирини ўрганиш муҳим аҳамиятга эгадир.

### 2. Эксперимент натижалари

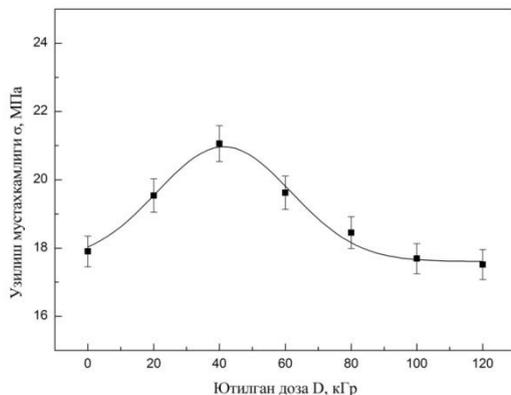
Ушбу тадқиқотдан мақсад радиациянинг полимер маҳсулотлари физика-механикавий хоссаларига таъсирини ўрганиш ҳамда унинг хоссаси ва нурланиш дозаси қиймати орасидаги боғлиқликни аниқлашдир. Бунинг учун тадқиқот намуна сифатида поливинилхлорид изоляцияловчи найчалар танлаб олинди.

Тадқиқот намуналари “Электроника У-003” русумли чизиқли электрон тезлатгичида электронларининг ўртача энергияси 5 МэВ, даста токининг зичлиги  $0.07 \pm 0.095$  мкА/см<sup>2</sup> бўлган ҳолда 20, 40, 80, 100, 120 кГр ютилиш дозага қадар радиациявий ишлов берилди.

Намуналар мустақамлигининг қийматлари “PARAM XLW-(PC)” микрокомпьютер бошқарувли автоматик узиш машинасида “ГОСТ 11262–80” бўйича ўлчанди, олинган тажриба натижалари 1-расмда келтирилган. Намуна узилиш мустақамлигининг ютилган дозага боғланиш графигини Гаусс функцияси орқали қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\sigma = y_0 + \frac{A}{w\sqrt{\pi/2}} e^{-\frac{(D-x_c)^2}{w^2}} \quad (1)$$

бу ерда,  $\sigma$  – узилиш мустаҳкамлиги бўлиб қуйидаги катталиқларга қараб ҳар хил қийматларни қабул қилади.  $y_0$  – тажрибага боғлиқ бўлмаган бошланғич нуқта, унинг қиймати 17.6 Н га тенг,  $x_c$  – максимал узилиш юкламаси эгаллаши мумкин бўлган энг катта қийматга эришадиган ютилган доза, яъни 41.38 кГр га тенг,  $w$ - пик баландлигининг ярмидаги кенглик (яъни ўрта кенглик) бўлиб, у 40.6 қийматга тенг,  $A$ -эса пикнинг юзаси қиймати бўлиб, у 171.05 га тенгдир,  $D$ -ютилган доза қиймати.



1-расм. Поливинилхлорид изоляцияловчи найча намунаси узилиш мустаҳкамлигининг ютилган дозага боғлиқлик графиги.

Расмдан кўриниб турибдики, 40 кГр ютилган дозагача поливинилхлорид изоляцияловчи найча намунасининг мустаҳкамлиги ошган. Бу эса намунада электронлар таъсирида радиациявий чоклаш жараёни юз берганлигидан далолат беради [3]. Ютилган дозанинг қиймати 40 кГр дан ошиши билан намуна мустаҳкамлигининг камайиши кузатилди. Бу эса ютилган дозанинг ошиши билан кучли молекуляр (углерод-углерод) боғларнинг узилиши туфайли намунанинг мустаҳкамлиги камайиши руй беришини билдиради [4].

Радиациявий чоклашнинг поливинилхлорид изоляцияловчи найчалари электр изоляциясига таъсирини ўрганиш мақсадида бошланғич намуна ва 20, 40, 80, 100 ва 120 кГр ютилиш дозаларга қадар радиациявий ишлов берилган намуналарда тадқиқотлар ўтказилди.

Намуналарнинг  $E_m$  – электр мустаҳкамлиги АИИ-70 электр қурилмасида ўлчанди. 1-жадвалда поливинилхлорид намуналарининг (бошланғич электр мустаҳкамлиги 16 кВ/мм) электр мустаҳкамлиги қийматининг ютилиш дозаларига боғлиқлиги келтирилган.

Жадвал 1

Поливинилхлорид намуналарининг (бошланғич электр мустаҳкамлиги 16 кВ/мм) электр мустаҳкамлиги қийматининг ютилиш дозаларига боғлиқлиги.

№	Ютилиш дозаси D, кГр	Электр мустаҳкамлик $E_m$ , кВ/мм
1	20	18
2	40	19,5
3	60	19,7
4	80	19,9
5	100	19,6
6	120	18

### 3. Хулоса

Юқоридагилардан шуни хулоса қилиш мумкинки, поливинилхлорид изоляцияловчи найчаларига энергияси 3÷5 МэВ ва даста токнинг зичлиги 0.07÷0.095 мкА/см<sup>2</sup> бўлган электронлар оқими билан 40÷80 кГр ютилиш дозасида радиациявий ишлов бериб чоклаш мақсадга мувофиқдир.

Поливинилхлорид изоляцияловчи найчалари 40 кГр ютилиш дозасида нурлантирилганда мустаҳкамлиги ~20 % га ошиши, электр мустаҳкамлиги қиймати эса 80 кГр ютилиш дозасида ~25 % га ортиши аниқланди.

Бу илмий натижалар Ўзбекистон Республикаси Фан ва Технологияларни Ривожлантиришни Мувофиқлаштириш Кўмитасининг ФА-А12-Ф008 лойиҳаси доирасида олинган.

## АДАБИЁТЛАР

[1] Алимов А.С., 2011. Практическое применение электронных ускорителей. Препринт НИИЯФ МГУ. Москва . 41 стр. [2] Исмаилов Н.Б., Холматов Р.Р., 2014. Радиационная физика полимеров. «Ядро физикаси ва ядровий технологиялар» Ўзбекистон ёш физиклари IV Республика анжумани, Тошкент, 191-193 б. [3] Cleland M.R., 2006. Industrial applications of electron accelerators. <https://cdsweb.cern.ch/record/1005393/files/p383.pdf>. pp.383-416. [4] Иванов В.С., 1988. Радиационная химия полимеров. Химия, Москва.

## ELEKTRONLAR DASTASI YORDAMIDA NURLANTIRILGAN POLIETILEN MAHSULOTI VA POLIVINILKLORID NAYCHASINING MEKANIK XOSSALARINI O'RGANISH

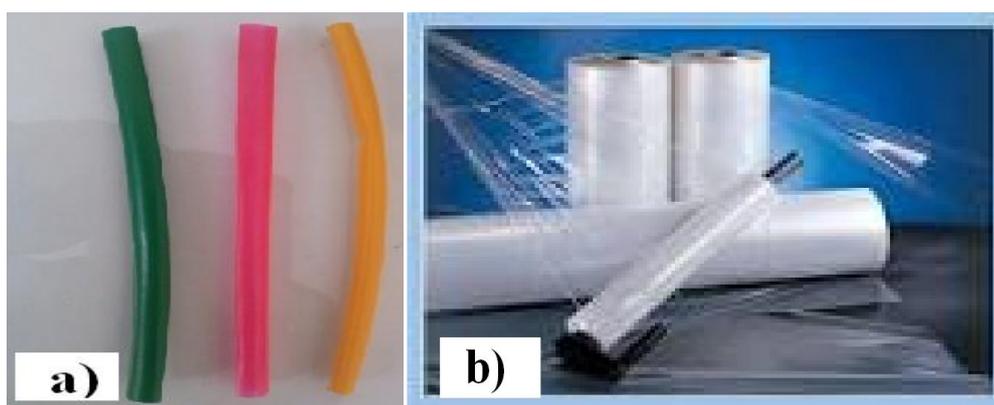
E.T.Ro'ziyev, M.Yu.Tashmetov, R.R.Xolmatov

100214 Toshkent, O'zR FA Yadro fizikasi instituti. [ruzziyev5477@mail.ru](mailto:ruzziyev5477@mail.ru)

Polimerlarning ulkan makromolekulalar tuzilishida bo'lishi, amorf, kristall, suyuq kristall holatlarni hamda qattiq va suyuq fazalarda o'ziga xos fizik va relaksatsion jarayonlarni namoyon qilishi, tashqi ta'sirlar ostida tuzilishi, o'zgarishi, shuningdek, ularning polimerlar asosidagi materiallarni boshqa turdagi materiallarga nisbatan yengilligi, egiluvchanligi, katta miqdorlarda ishlab chiqarilishi va ularga bo'lgan talablarni kun sayin oshib borayotganligi polimerlar fizikasini har tomonlama o'rganishni taqozo etadi [1].

Polimerlardan tayyorlangan mahsulotlar agressiv muhitlarga chidamli, o'tkaziladigan mahsulotning shaklini oladi, izolyasiyalaydi, korroziyaga qarshi himoya qatlamini hosil qiladi, mexanik himoyasini oshiradi, gidroizolyasiyalashni, tuba o'tkazgichlarni himoya choklarini, kabellar va o'tkazgichlarni izolyasiyasini, kontaktlar va elektr o'tkazgichlar sirtini germetik qilishning ishonchli manbasi hisoblanadi [2].

Bu tadqiqot ishida Ichki diametrlari o'lchami 12 mm va 15 mm bo'lgan polimerli (polivinilxlorid) naychaga hamda qalinligi 0.03mm, 0.036mm, 0.06mm, 0.07mm, 0.08mm, 0.09mm bo'lgan polietilen qadoq mahsulotlari tanlab olindi. Bu ishdan asosiy maqsad namunalarning mexanik xossalarini elastikligi, mustahkamligining radiasiyaga bog'liqligini o'rganish. 1-rasmda namuna sifatida olingan polivinilxlorid naycha va polietilen qadoq mahsulotlari keltirilgan. Tadqiqotlar uchun F-Y336 markali (MDPE tipli) polietilen qadoq mahsulotlari tanlab olingan.



1-rasm. Polivinilxlorid naycha(a) va polietilen qadoq(b) mahsuloti [3].

Polietilen qadoq mahsuloti namunalari uchun olib borilgan tadqiqotda namunalarni "ГОСТ 14236–81" da keltirilgan uslubga asoslanib o'lchashga tayyorlandi. "ГОСТ 11262–80" yordamida polivinilxlorid naychalari namunalari ustida o'lchash ishlari olib borildi.

2-rasmda elektronlar dastasi manbai sifatida ishlatiladigan chiziqli elektron tezlatgichi keltirilgan.



2-rasm. "Elektronika U-003" rusumli chiziqli elektron tezlattgichi.

Polietilen namunalarining uzunligini  $l=50$  mm va enini  $a=10$  mm dan qilib "PARAM XLW-(PC)" mikrokompyuter boshqaruvli avtomatik uzish mashinasida mexanik kattalik qiymatlari o'Ichandi.

3-rasmda avtomatik uzish mashinasi hamda uning texnik parametrlari ko'rsatilgan bo'lib uning yordamida topilgan mexanik kattaliklardan foydalanib namunaning maksimal uzilish yuklamasi, mustahkamligi va ularning nisbiy xatolikasi aniqlandi. Uzish mashinasining texnik parametrlaridan foydalanib namunalarni har xil tezliklarda cho'zishi va buni bevosita kompyuter orqali kuzatib borish mumkin.

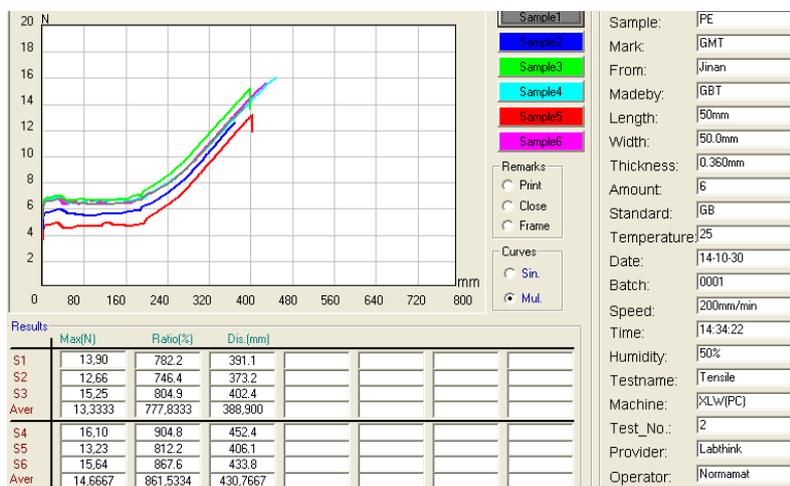


Technical Specifications

Items	Specifications
Test Range	100 N, 200 N, 500 N (one of them is available)
Accuracy	1% of reading value
Test Speed	50, 100, 150, 200, 250, 300, 500 mm/min
Number of Specimens	1
Specimen Width	30 mm (Standard Grip)
	50 mm (Optional Grip)
Sample Clamp	Manual
Stroke	600 mm
Instrument Size	450 mm(L) x 450 mm(W) x 980 mm(H)
Power Supply	AC 220 V 50 Hz
Net Weight	65 kg

3-rasm. Avtomatik uzish mashinasi va uning texnik parametrlari[4].

"PARAM XLW-(PC)" mikrokompyuter boshqaruvli avtomatik uzish mashinasi namunalarni cho'zish orqali uzilish kuchining absolyut uzayishga bog'lanish grafigini va namunaning o'Ichangan mexanik kattalik qiymatlarini kompyuter orqali quyidagicha 4-rasmdagidek chiqarib beradi. 4-rasmda ko'rib turganimizdek polietilen qadoq mahsulotining olti marta o'Ichangan kattaliklari va grafiklari keltirilgan.



4-rasm. Polietilen qadoq mahsuloti uchun olingan tadqiqot natijalari va grafiklari.

Yadro fizikasi institutidagi “Elektronika U-003” rusumli chiziqli elektron tezlatgichi bilan elektronlarning oʻrtacha energiyasi 5 MeV, tok zichligi  $(0.07 \pm 0.085)$  mA/sm<sup>2</sup> boʻlgan holda 120 kGr dozaga qadar radiatsiyaviy ishlov berildi. Bu tadqiqotda polivinilxlorid naycha namunalariga 20, 40, 80, 100, 120 kGr miqdorlarida elektronlar dastasi bilan radiatsiyaviy ishlov berildi. Radiatsiyaviy ishlov berilgan polivinilxlorid naychalariga issiqlik taʼsirida, bosim berilgan holatda ularning ichki diametrlari 1,5 martagacha ortganligi kuzatildi. Diametrlari kichkina boʻlgan izolyasiya qilinishi kerak boʻlgan mahsulotlarga qizdirilib ishlov berilgandan keyin naychalarning diametrlari avvalgi holga qaytganligi aniqlandi. Chunki polivinilxlorid naychalarini bunday usulda kengaytirish yoki toraytirish izolyasiya materiallari boʻlgan polivinilxlorid naychalarini diametrlari toʻgʻri kelmagan holatlarda qoʻllash imkoniyatini beradi. Nurlantirilmagan va nurlantirilgan holatlardagi ichki diametri 15 mm boʻlgan polivinilxlorid naycha namunalarining uzilish mashinasida aniqlangan maksimal uzilish yuklama qiymatlari oʻrtacha 107 N ni tashkil qildi. Namunalarning mexanik xossalarini oʻlchashdan oldin ularni issiqlik hamda bosim ostida 1.5 martagacha kengaytirilib yana avvalgi holatiga qaytarildi. Ichki diametri 12 mm boʻlgan polivinilxlorid naycha namunasi uchun olib borilgan tadqiqot natijalari 5-rasmda koʻrsatilgan. Bu grafikdan maksimal uzilish yuklamasi qiymati yaʼni mustahkamligi 50 kGr yutilish dozasi qadar ortganini koʻrishimiz mumkin. Tadqiqot ishidan shunisi ayon boʻldiki polivinilxlorid materiallarini har xil nurlantirish sharoitlarida qoʻllasa ham boʻladi. Bu namunani tahlil qilishda keltirilgan (1) formuladagi Gaussian formulasiga tayanib grafik chizilgan. Chizilgan grafikdagi nuqtalarni silliqlashda funksiyaning olingan tajriba nuqtalariga mos tushishi quyidagi  $\chi^2$  kattaligi bilan xarakterlanadi. 5-rasmdagi grafik uchun bu qiymat 0.4 ni chiqarib bergan. Bu qiymat qanchalik kichik boʻlsa olingan tajriba natijalarining gauss formulasiga tushishi shunchalik yaxshi boʻladi.

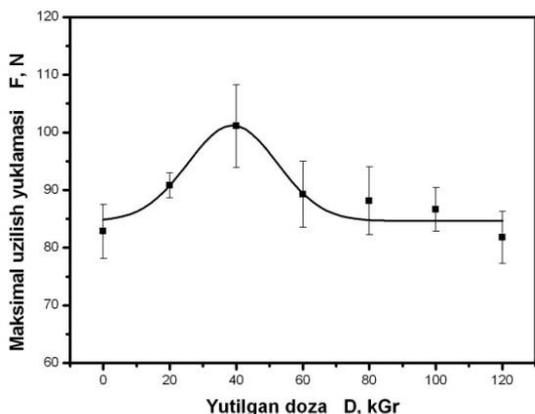
$$F = y_0 + \frac{A}{w\sqrt{\pi/2}} e^{-2\frac{(D-x_c)^2}{w^2}} \quad (1)$$

bu yerda F-maksimal uzilish yuklamasi boʻlib quyidagi kattaliklarga qarab har xil qiymatlarni qabul qiladi,  $y_0$  – tajribaga bogʻliq boʻlmagan boshlangʻich nuqta uning qiymati 84.66 N ga teng,  $x_c$ -maksimal uzilish yuklamasi egallashi mumkin boʻlgan eng baland qiymatga erishadigan yutilgan doza yaʼni 38.89 kGr ga teng,  $w$ - pik balandligining yarmidagi kenglik(yaʼni oʻrta kenglik) boʻlib u 26.77 qiymatni qabul qildi, A-esa pikning yuzasi 555.41 ga teng boʻlgan, D-tajribalar yordamida beriladigan yutilgan doza qiymati.

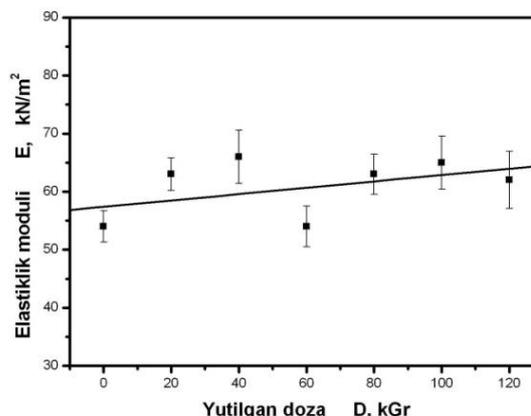
Diametri 12 mm boʻlgan polivinilxlorid naychasi ustida qilingan tajriba natijalariga asosan 6-rasmdan namunaning elastikligini bilib olish mumkin. Bu namunaning qalinligi 0,7 mm boʻlib uning graigini chizishda (2) formulada keltirilgan chiziqli funksiya boʻyicha grafik chizilgan.

$$E=A+B*D \quad (2)$$

bu formulada E-elastiklik modulini toppish uchun D-yutilgan doza qiymatlaridan foydalaniladi. A va B oʻzgarmas kattaliklar boʻlib ularning qiymatlari quyidagicha:  $A=58.45 \pm 2.32$ ,  $B=0.054 \pm 0.031$ .



5-rasm. Polivinilxlorid naycha namunasi maksimal uzilish yuklamasining yutilgan dozaga bogʻlanish grafigi.



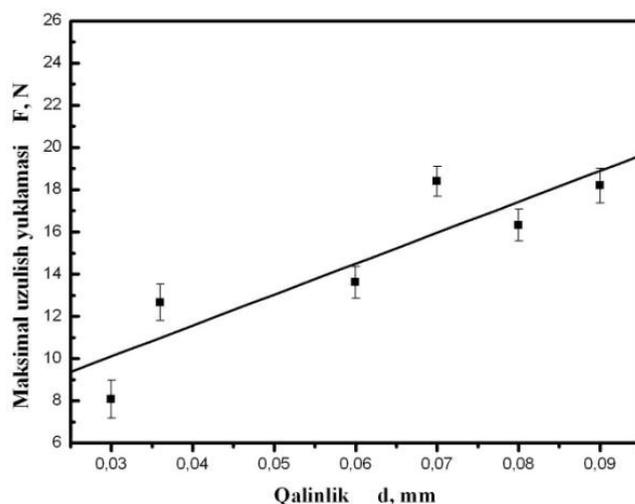
6-rasm. Polivinilxlorid naycha namunasi elastiklik modulining yutilgan dozaga bogʻlanish grafigi.

Polietilen qadoq mahsuloti ustida qilingan tadqiqot natijasida aniqlangan mustahkamlikning yutilish dozasi qadar bogʻliqligiga etibor beradigan boʻlsak. Polietilen qadoq mahsuloti namunasiga 15 kGr, 25 kGr, 40 kGr miqdorida nurlantirish doza qiymatlari uchun oʻlchangan mustahkamlik qiymatlari 18 N/mm<sup>2</sup> dan 25.5 N/mm<sup>2</sup> qiymatgacha ortgan. Maksimal qiymatga 22 kGr larda erishishini origin pro-

grammasi orqali olingan chizmalardan aniqlandi. Mustahkamlik qiymatining ortishini polietilen namunasidagi kuchsiz bog'larning uzilishi va uning o'rnini kuchli bog'larning egallashi bilan tushuntirildi. Chunki kuchli bog'lar kuchsiz bog'larga nisbatan o'n martalargacha kuchliroq bog'langandir. Polietilen mahsulotida kuchli bog'larni (C-C) bog'lar hosil qilsa kuchsiz bog'larga (C-H) bog'ni aytish mumkin[5].

Yuqori doza qiymatlarida maksimal uzilish yuklamasi ya'ni uzilish kuchi hamda namuna mustahkamligining tushishi kuzatildi. Bunga sabab sifatida namuna elastikligining kamayishini destruksiya jayonini aytishimiz mumkin. Yutilgan doza qiymatini oshirgan sari har ikkala bog'lar ham uzilishi uchun energiya yetarli bo'lib qoladi.

Tadqiqotda olingan mustahkamlik qiymatlarini har xil qalinlikdagi polietilen qadoq mahsuloti namunalari uchun ham olindi. 7-rasmda har xil qalinlikdagi namunalar uchun maksimal uzilish yuklamasining yutilgan dozaga bog'lanish grafigi keltirilgan. Bu grafikda ko'rinib turganidek namunalarning qalinligini qancha orttirib boraversak uning maksimal uzilish yuklamasi ya'ni mustahkamligi qiymati ham ortib boradi.



7-rasm. Har xil qalinlikdagi polietilen qadoq mahsuloti namunalari uchun maksimal uzilish yuklamasi qiymatlari.

7-rasmda ham yuqoridagi kabi chiziqli funksiya asosida nuqtalar silliqlandi.

$$F=A+B*d \quad (3)$$

Bu yerda qalinlikga(d) bog'liq ravishda maksimal uzilish yuklamasi(F) topildi:  $A=5.69 \pm 1.04$ ,  $B=146.66 \pm 15.67$ .

Tadqiqot natijasida polivinilxlorid naycha namunalari radiatsion ishlov berish uchun elektronlarning optimal energiyasi (3-5) MeV ekanligi aniqlandi.

Yutilish dozalarini 50 kGr ga qadar nurlantirilgan polivinilxlorid naychalar mustahkamligiva elastikligi yaxshilanganligi aniqlandi.

Polietilen qadoq mahsuloti namunasi mustahkamligi 25 kGr yutilish dozasi qiymatiga qadar yaxshilandi.

Namunalarning qalinliklari ortgan sari maksimal uzilish yuklama qiymatlari ham ortib bordi.

Yuqori doza qiymatlarida mustahkamlik qiymatlari kamayishi kuzatildi.

Yuqori dozalarda mo'rtlashish hodisasining kuchayishi aniqlandi.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

- [1] A.T.Мамадалимов, С.Ш.Рашидова, А.А.Холмұминов. Полимер толалар физикаси, Тошкент, Университет- 2009, 124 б. [2] Р.Р.Холматов, Н.Б.Исмамов. Радиациявий услуб ёрдамида иссиқлик таъсирида кичраювчи полимер найчалар олиш. "Yadro fizikasi va yadroviiy texnologiyalar" nomli "O'zbekiston yosh fiziklari IV Respublika anjumanini", Toshkent, 2014 yil, 2-3 dekabr, 191-193b. [3] <http://www.bag.vdsi.ru> линейный полиэтилен - TKS. [4] <http://www.labthinkinter national.com.cn>. [5] <http://www.gradient.ru/spravochnik/34-crosslinked-polyethylene>.

## THE ANISOTROPY OF THE SPEED OF LIGHT IN CONFORMAL WEYL GRAVITY

A.Hakimov<sup>1,2</sup>, B.Narzilloev<sup>3</sup>, B.Juraev<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Ulugh Beg Astronomical Institute of the Uzbek Academy of Sciences

Astronomicheskaya 33, Tashkent, 100052, Uzbekistan, [abdullo@astrin.uz](mailto:abdullo@astrin.uz)

<sup>2</sup>Institute of Nuclear Physics AS RUz

Ulugbek, Tashkent 100214, Uzbekistan

<sup>3</sup>National University of Uzbekistan

Tashkent 100174, Uzbekistan, [baxash1994@mail.ru](mailto:baxash1994@mail.ru)

### Abstract

We investigate effect of General Relativity as anisotropy of the speed of light as interpretation of Sagnac effect in the fourth-order theory of conformal Weyl space-time.

**Key words:** Conformal Weyl gravity, Sagnac effect

### 1. Introduction

Motivations for the more recent new alternatives to the theory of general relativity (GR) are almost all cosmological, associated with or replacing such constructs as "inflation", "dark matter" and "dark energy". The discovery of unexpected rotation curves (Rubin et al (1978)) for galaxies and angular fluctuations in the cosmic microwave background (CMB) spectrum among other astrophysical observations as spectrum of type Ia supernovae provide evidence for "dark matter". Could there be more mass in the universe than we are aware of, or is the theory of gravity itself unsatisfactory? The consensus now is that the missing mass is new form of matter called "cold dark matter", which could be detected only by its gravity. However that agreement has been only reached after trying alternatives to general relativity. Among many other alternative theories of gravity, the theory of conformal Weyl gravity (Mannheim and Kazanas (1989)), a fourth-order extension of Einstein's second-order general relativity, is a possible solution to current cosmological puzzles, such as dark matter and dark energy.

As an alternative to the Einstein-Hilbert gravitational action, Weyl demanded that the Einstein theory of general relativity should be invariant with respect to the similar conformal transformation as

$$g_{\mu\nu}(x) \rightarrow \Omega^2(x) g_{\mu\nu}(x), \quad (1)$$

where  $\Omega(x)$  is a scalar function of spacetime coordinates. The vacuum solution of static spherically symmetric source for conformal Weyl gravity is given by the spacetime metric (Mannheim and Kazanas (1991))

$$ds^2 = - \left( 1 - \frac{2GM}{c^2 r} + \gamma r \right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{c^2 r} + \gamma r} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) - 2 \left( \omega r^2 - j \gamma r \right) \sin^2 \theta c dt d\phi, \quad (2)$$

where  $\gamma(\text{cm}^{-1})$  is the integration constant of spacetime which is required by conformal gravity,  $M$  is the mass of the (spherical symmetric) source,  $G$  is the universal gravitational constant,  $c$  is the speed of the light,  $\omega = 2GMj/c^2 r^3$  is the angular velocity of dragging inertial frames,  $j = J/Mc$  is the specific angular momentum being equal to the total momentum  $J$  of the gravitating object per unit mass.

### 2. Synchronization of clocks

Knowing the spacetime metric its not enough for a full description of the physical picture of the world. Separation of four-dimensional world into the physical time and three-dimensional physical space of simultaneous events is useful tool to describe the physics of spacetime. In addition to introducing the concept of proper time measured by the clock on reference frame and a single standard equipping of clocks of their own time, it is also necessary to synchronize these clocks to be able to determine the temporal relationship of any events and proper positions in physical space.

Let  $P_1$  and  $P_3$  are the events on the world line  $\gamma$  of some clock being at rest in a given reference system. The events correspond to the emission and registration of a light signal reflected ( $P'$  event) from the mirror, which is at a short distance from the first one together with the other clocks reference system (see Fig.1). Each of these events correspond to the points of proper time of  $\tau(P_1)$ ,  $\tau(P_2)$  and  $\tau(P')$ . The events  $P_1$ ,  $P'$  and  $P_3$  are causally connected to each other, so they are in a certain time relation:  $P_3$  event happened later than  $P'$  event, and the  $P'$  event - later than  $P_1$ . Events in the world line  $\gamma$  which happens after  $P_3$  and before  $P_1$  are also in a certain time relations with  $P'$ .

A simultaneous event  $P$  is the event  $P_1$  which the moment of it's proper time satisfies the condition

$$\tau(P) = \frac{1}{2}[\tau(P_1) + \tau(P_3)] + \frac{1}{2}[\tau(P_1) - \tau(P_3)] \times \frac{a_n dx^n}{\sqrt{\left(g_{ik} - \frac{g_{0i}g_{0k}}{g_{00}}\right) dx^i dx^k}}, \quad (3)$$

here  $dx^i = x^i(P) - x^i(P')$ . Clocks are synchronized if  $\tau(P') = \tau(P)$ . The condition (3) differs from the Einstein definition of simultaneity which is  $\tau(P) = \frac{1}{2}[\tau(P_1) + \tau(P_3)]$  with terms proportional to the projection of the metric vector  $\vec{a}$ , which is direction is given by simultaneous events  $P$  and  $P'$  (see Fig.1). The distance between them is defined by the following formula

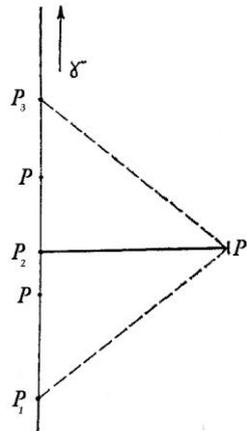


Fig. 1.  $P_1$  and  $P_3$  are the events on the world line  $\gamma$ , the event  $P'$  belongs to light lines  $P_1, P'$  and  $P', P_3$  (dashed lines). The event  $P_2$  is the middle of the interval  $[P_1, P_3]$  and at the same time, simultaneous with the event  $P'$ , according to Einstein. This is true when the speed of light does not depend on directions. If the speed of light is bigger in the direction from  $\gamma$  to  $P'$ , then the event  $P$ , simultaneous with  $P'$ , lies in the range  $(P_1, P_2)$ , otherwise, in the interval  $(P_1, P_3)$ .

$$dl^2 = h_{ik} dx^i dx^k, \quad (4)$$

where

$$h_{ik} = g_{ik} - \frac{g_{0i}g_{0k}}{g_{00}} - a_i a_k. \quad (5)$$

Using equation (3) one can obtain the expression for the interval of the proper time between two arbitrary but close events expressed by the formula

$$d\tau = \sqrt{-g_{00}} \left( dx^0 + \frac{g_{0i}}{g_{00}} dx^i \right) + a_i dx^i, \quad (6)$$

while the differential of the time is expressed as

$$dt = e^\lambda \left[ \sqrt{-g_{00}} \left( dx^0 + \frac{g_{0i}}{g_{00}} dx^i \right) + a_i dx^i \right]. \quad (7)$$

From expressions (7) and (4) the interval  $ds$  can be written as

$$ds^2 = -e^{-2\lambda} dt^2 + 2e^{-\lambda} a_i dx^i dt + dl^2, \quad (8)$$

where  $a_n$  are the covariant components and  $a$  is the module of the metric vector can be defined as

$$a_n = \frac{g_{0n}}{\sqrt{-g_{00}}}, \quad a = \sqrt{\frac{g^{ik} a_i a_k}{1 - g^{mj} a_m a_j}}, \quad (9)$$

From the expression (8), quadratic form of the interval comes out the formula for the module of the speed of light in the direction to the metric vector and having an angle  $\alpha$  with it:

$$\mathcal{G}_c = e^{-\lambda} \left( -a \cos \alpha + \sqrt{1 + a^2 \cos^2 \alpha} \right). \quad (10)$$

So, at a given point, the speed of light depends on the direction of propagation. It has the smallest value towards the metric vector and the highest value in the opposite direction. The speed of light is constant in all directions forming the circular conical surface with apex in the given point and the axis of symmetry along the metric vector. From the equation (10) one can see that the product of absolute values of the speed of light in any two directions is constant in a given point, and following equation comes out

$$e^{2\lambda} \mathcal{G}_c \bar{\mathcal{G}}_c = 1, \quad (11)$$

where  $\bar{\mathcal{G}}_c$  is the speed of light propagating in the opposite direction.

The difference in time of light rays propagating in the same closed loop in opposite directions can be calculated by the curvilinear integral so that

$$\Delta t = \oint \left( \frac{1}{\mathcal{G}_c} - \frac{1}{\bar{\mathcal{G}}_c} \right) dl, \quad (12)$$

where  $dl$  is the path element.

In axial symmetric space-times metric vector is perpendicular to the axis of symmetry. For the light rays, counter-propagating in the plane  $\theta = \pi/2$ , one can choose the angles  $\alpha$  being equal to 0 and  $\pi$  and

$$\mathcal{G}_c(\alpha = \pi, 0) = e^\lambda \left( \pm a + \sqrt{1 + a^2} \right). \quad (13)$$

Using equations (11) and (13) we can write expression for the time difference (12) in this way

$$\Delta t = \oint \frac{\bar{\mathcal{G}}_c - \mathcal{G}_c}{\mathcal{G}_c \bar{\mathcal{G}}_c} dl = \oint \frac{(\bar{\mathcal{G}}_c - \mathcal{G}_c)}{-g_{00}} dl = 2 \oint e^\lambda a dl. \quad (14)$$

Now using above expressions one can easily calculate time delay in slowly rotating space-time metric (2). After the coordinate transformation  $\varphi \rightarrow \varphi + \Omega t$  and in equatorial plane  $\theta = \pi/2$ , the line element of the metric (2) will look as

$$ds^2 = - \left( 1 - \frac{2GM}{c^2 r} + \gamma r - \Omega^2 r^2 + 2\Omega(\omega r^2 - j\gamma r) \right) c^2 dt^2 + \left( 1 - \frac{2GM}{c^2 r} + \gamma r \right) dr^2 + r^2 d\phi^2 + 2 \left( (\Omega - \omega) r^2 + j\gamma r \right) c dt d\varphi, \quad (15)$$

where  $\Omega$  is the angular velocity of the gravitating object.

One can find only one nonvanishing component of the metric vector (9) of the above metric (15) as

$$a_3 = \frac{(\Omega - \omega)r^2 c^{-1} + j\gamma r}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r} + \gamma r - \frac{\Omega^2 r^2}{c^2} + 2\frac{\Omega}{c}\left(\frac{\omega r^2}{c} - j\gamma r\right)}}, \quad (16)$$

and its absolute value in the linear approximation takes the form

$$a = \frac{(\Omega - \omega)r^2}{c} + j\gamma r. \quad (17)$$

Finally using the expression (17) we can calculate time delay (14) between two counter-propagating rays in the rotating Weyl space time as

$$\Delta t = \frac{4\pi R}{c} \frac{(\Omega - \omega)R^2 c^{-1} + jRr}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 R} + \gamma R - \frac{\Omega^2 R^2}{c^2} + 2\frac{\Omega}{c}\left(\frac{\omega R^2}{c} - j\gamma R\right)}}. \quad (18)$$

The expression (18) is obtained using an alternate approach of interpretation of Sagnac effect which is based on anisotropy of the speed of light.

In this paper we studied effect of General Relativity as anisotropy of the speed of light as interpretation of Sagnac effect in the gravitational field of the slowly rotating object in conformal fourth-order Weyl gravitational theory and found that it can be affected by the  $\gamma$  integration constant of the theory which is responsible for the dark matter in galaxies (Mannheim (1992), Mannheim and Kazanas (1994)).

#### REFERENCES:

- [1] Rubin V.C., Ford W.K., Thonnard N. Extended rotation curves of high-luminosity spiral galaxies. IV - Systematic dynamical properties, SA through SC. Ap. J. (Letters).1978. 225.p. L107. [2]Mannheim P.D., Kazanas D. Exact vacuum solution to conformal Weyl gravity and galactic rotation curves. Astrophys. J. 1989. 342.p. 635. [3]Mannheim P. D. Conformal gravity and the flatness problem. Astrophys J.1992. 391.p. 429. [4]Mannheim P. D., Kazanas D. Newtonian limit of conformal gravity and the lack of necessity of the second order Poisson equation. General Relativity and Gravitation. 1994. 26.p. 337.

## ISOFREQUENCY PAIRING ORBITS IN THE VICINITY OF BLACK STRINGSPACETIME

S. Shaymatov

Ulugh Beg Astronomical Institute, Astronomicheskaya 33, Tashkent 100052, Uzbekistan

#### Abstract

We investigate isofrequency pairing of geodesic orbits in the vicinity of the black string spacetime and demonstrate that the presence of an extra compact dimension gives rise to the particles to move along the black string spacetime. It is shown that isofrequency pairing geodesic spiral orbits, which have the same three frequencies  $\Omega^r$ ,  $\Omega^\phi$ , and  $\Omega^\omega$ , can occur in a particular area of the black string spacetime. The effect of compact dimension parameter  $\omega$  causes orbits of the particles to vibrate and increases the isofrequency pairing of geodesic spiral orbits around the black string spacetime.

**Key words:** Isofrequency, Black string, Schwarzschild black hole

#### 1. Introduction

Recently, we have studied the isofrequency pairing of non-geodesic orbits in the vicinity of non-rotating Schwarzschild black hole immersed in an external magnetic field (Shaymatov et al. (2014)). It has been extended from the research of Warburton et al. (2013) on isofrequency pairing of geodesic orbits in Schwarzschild and Kerr geometries. Here, we extend this analysis to the black string (BS) spacetime. It is well known that the first exact solution of the vacuum Einstein equations in four dimensions obtained by Schwarzschild (1916) describes a spherically symmetric black hole. The spacetime metric indeed de-

scribes a five-dimensional black string when the additional compact dimension is added to the Schwarzschild spacetime metric. It was first suggested by Kaluza (1921). Recently, the geodesic motion of test particles in the five-dimensional non-rotating and rotating black string spacetime has been studied in detail in Grunau and Khamesra (2013). The geodesic and non-geodesic motions of the colliding particles have been also studied in the static and rotating black string spacetimes by Tursunov et al. (2013). An extensive discussion of the particle motion in different metrics being relevant to the black string can be found e.g. in Aliev (1988); Galtsov (1989); Ozdemir et al. (2004).

In this paper, we introduce and discuss a new extra compact spatial frequency  $\Omega^\omega$  in the black string vicinity. We also show that bound geodesic orbits can be confined to compact spiral orbits given in the range  $h_{z1}(e=0) \leq h_z \leq h_{z2}(e=1)$ . Boyer-Lindquist (BL) coordinates can be modified as  $(t, r, \theta, \varphi, \omega)$  in the black string spacetime, and the motion of bound orbits can be periodic with four frequencies. In general, there are three types of frequencies, such as  $\Omega^r$ ,  $\Omega^\theta$  and  $\Omega^\varphi$  around the compact gravitational object, where  $\Omega^r$ ,  $\Omega^\theta$  are referred to "libration" type frequencies which are responsible to the radial and longitudinal periods. Meanwhile  $\Omega^\varphi$  is a "rotation" type frequency for the azimuthal period. In the case of black string spacetime, we deal with a new frequency  $\Omega^\omega$  in addition to three frequencies mentioned earlier. Assuming that the orbit is equatorial one ( $\theta = \pi/2$ ) around the black string spacetime, we do not consider  $\Omega^\theta$ . Hence, the bound geodesic orbits can be characterized by three frequencies: radial frequency  $\Omega^r$ , azimuthal frequency  $\Omega^\varphi$  and new compact frequency  $\Omega^\omega$  associated with coordinates  $r$ ,  $\varphi$  and  $\omega$ , respectively.

## 2. Isofrequency pairing orbits in black string spacetime

If an extra compact spatial dimension  $\omega$  is added to the Schwarzschild solution, the spacetime metric takes the form (Grunau and Khamesra (2013))

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) + d\omega^2 \quad (1)$$

where  $M$  is expressed through the total mass of the gravitational object in black string spacetime. This solution describes a gravitational field of neutral uniform black string.

Next, the radial motion of geodesic test particles in the equatorial plane of a black string spacetime satisfies to equation

$$V_{eff}(r; \tilde{L}) = \left(1 - \frac{2M}{r}\right) \left(1 + \tilde{J}^2 + \frac{\tilde{L}^2}{r^2}\right), \quad (2)$$

where  $\tilde{L} = L/m$ , and  $\tilde{J} = J/m$  are constants of the motion corresponding to the particle's specific energy, angular momentum, and new conserved quantity due to an extra dimension  $\omega$ , respectively. It is well known that bound orbits exist when  $\tilde{L} > 2\sqrt{3}M$  with  $2\sqrt{2}/3 < E < 1$  for the Schwarzschild black hole. In the case of black string bound orbits exist when  $\tilde{L} > 2\sqrt{3}(1 + \tilde{J})^{1/2}M$  with  $2\sqrt{2}(1 + \tilde{J})^{1/2}/3 < E < (1 + \tilde{J})^{1/2}$  when the motion of particles around the gravitational object is restricted by the turning points, which can be labeled as the periastron  $r_p$  and the apastron  $r_a$ , respectively. Using the condition  $V_{eff}(r_p) = V_{eff}(r_a) = E^2$  we obtain the specific energy  $E$  and angular momentum  $\tilde{L}$  of the particle in terms of the parameters  $p$  and  $e$ , where  $p$  measures the size of the orbit while  $e$  measures its degree of noncircularity as stated in Darwin (1961). Explicitly,

$$E^2 = \frac{(p - 2 - 2e)(p - 2 + 2e)}{p(p - 3 - e^2)} (1 + \tilde{J}^2), \quad (3)$$

$$\tilde{L}^2 = \frac{p^2 M^2}{p - 3 - e^2} (1 + \tilde{J}^2),$$

Following to Cutler et al. (1994), it is possible to introduce the integration of the geodesic equations for the coordinates  $t(r)$ ,  $\varphi(r)$ , and  $\omega(r)$  as following

$$t(r) = E \int \frac{dr}{f(E^2 - V_{eff})^{1/2}}, \quad (4)$$

$$\varphi(r) = \tilde{L} \int \frac{dr}{r^2(E^2 - V_{eff})^{\frac{1}{2}}}, \quad (5)$$

and

$$\omega(r) = \tilde{J} \int \frac{dr}{(E^2 - V_{eff})^{\frac{1}{2}}}. \quad (6)$$

By using the expressions (4-7), one can obtain the following expressions with the parameter  $\chi$  related to the coordinates  $t$ ,  $\varphi$ , and  $\omega$  as

$$\frac{dt}{d\chi} = \frac{Mp^2[(p-2)^2 - 4e^2]^{\frac{1}{2}}(p - 62e \cos \chi)^{-\frac{1}{2}}}{(p-2-2e \cos \chi)(1+e \cos \chi)^2}, \quad (7)$$

$$\frac{d\varphi}{d\chi} = \frac{p^{\frac{1}{2}}}{(p-6-2e \cos \chi)^{\frac{1}{2}}}, \quad (8)$$

$$\frac{d\omega}{d\chi} = \frac{\tilde{J}Mp^{\frac{3}{2}}(p-3-e^2)^{\frac{1}{2}}}{(1+J^2)^{\frac{1}{2}}(p-6-2e \cos \chi)^{\frac{1}{2}}(1+e \cos \chi)^2}, \quad (9)$$

The radial period and radial frequency are determined from the above expressions (Warburton et al.(2013); Cutler et al. (1994)) as

$$T^r = \int_0^{2\pi} \frac{dt}{d\chi} d\chi, \quad \Omega^r = \frac{2\pi}{T^r}. \quad (10)$$

The azimuthal frequency of the orbit will take the form

$$\Omega^r = \frac{1}{T^r} \int_0^{T^r} \frac{d\varphi}{dt} dt = \frac{\Delta\varphi}{T^r}, \quad (11)$$

where azimuthal phase  $\Delta\varphi$  is computed as

$$\Delta\varphi = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{d\chi} d\chi = \int_0^{2\pi} \frac{p^{\frac{1}{2}}}{(p-6-2e \cos \chi)^{\frac{1}{2}}} d\chi = 4\sqrt{\frac{p}{\epsilon}} K\left(-\frac{4e}{\epsilon}\right), \quad (12)$$

where  $\epsilon = p - p_s(e) = p - 6 - 2e$  and  $K(x) = \int_0^{\pi/2} d\theta (1 - x \sin^2 \theta)^{-1/2}$  is the complete elliptic integral of the first kind.

The new extra frequency arising from the effect of the compact dimension  $\omega$  of the orbit can be described as

$$\Omega^\omega = \frac{1}{T^r} \int_0^{T^r} \frac{d\omega}{dt} dt = \frac{\Delta\omega}{T^r}, \quad (13)$$

where  $\Delta\omega$  is the new extra phase accumulated over time interval  $T^r$ .

Now we plan to investigate the isofrequency and bound orbits of the particles in the vicinity of the gravitational object in the black string spacetime. We consider orbits lying extremely close to the separatrix  $\epsilon$  in order to estimate the divergent quantities of the azimuthal phase, the new extra phase, the radial period, and their ratio in Eqs. (12) and (14). Considering the near separatrix analytic expansions we obtain the corresponding expression for  $\Delta\omega$  as

$$\Delta\omega = \frac{\tilde{J}M}{(1+J^2)^{\frac{1}{2}}(1+2e)} \left(\frac{(6+2e)^3}{e}\right)^{\frac{1}{2}} \left[1 + O\left(\frac{\epsilon}{4e}\right)\right] \ln\left(\frac{64e}{\epsilon}\right), \quad (14)$$

The occurrence of isofrequency pairing orbits is more related to the presence of boundary regions such as separatrix and circular-orbit duals (COD) and each and every circular orbit in the open range between the separatrix and singular curve as well as between the singular curve and COD has a dual isofre-

quency. In fact, the existence of the separatrix plays an important role to occur such dual orbits in the isofrequency scenario. It is also essential to consider the singular curve and the circular orbit duals in the particular area of the gravitational object. The COD also plays an important role as a boundary region keeping pairs of isofrequency orbits to be existed in such area (Warburton et al. (2013); Shaymatov et al. (2014)).

Now we investigate the effect of the extra dimension on the occurrence of the isofrequency pairing of geodesic orbits in black string spacetime. Based on our above discussions and eqs. (11-13) we keep the result for which the range of frequencies of any pairs of orbits in the black string  $\Omega^\varphi = (M/r_b^3 3 b)^{1/2}$  is given as

$$\tilde{\Omega}^\varphi_{e=0} = 0.062 < \tilde{\Omega}^\varphi < \tilde{\Omega}^\varphi_{e=0} = 0.125 \tag{15}$$

and compute the values of radial and azimuthal frequencies tabulated in tabl. 1.

Table 1

Numerical values for the frequencies  $\Omega^\varphi$  of isofrequency pairing of geodesic spiral orbits around the black string for the different values of eccentricity  $e$ .

$e$	0.1	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.89	0.96	1
$\Omega^\varphi$	0.063	0.068	0.073	0.079	0.091	0.103	0.109	0.115	0.121	0.125
$\Omega^r$	0.0069	0.0124	0.0152	0.0181	0.0226	0.0272	0.0304	0.0334	0.0362	0.0380

As can be seen from tabl. 2 the value of the extra frequency of the particles is becoming bigger with increasing the fourth conserved quantity  $J$ , but the height of the horizontal direction along black string is becoming smaller for both values of eccentricity. However, we found that when the value of the fourth conserved quantity attains the critical value  $J_{cr} = 0.09(6)$  geodesic spiral orbits are not allowed to appear along the black string. In this sense, it is only possible that the pairs of circular spiral orbits of particles occur beyond this critical value and in a particular area of a gravitational object with the same values of radial  $\Omega^r$ , azimuthal  $\Omega^\varphi$ , and new extra  $\Omega^\omega$  frequencies, but with the different quantities of energy and angular momentum. Then the pairs of such orbits of particles are forced to be moved and vibrated along the black string in a special cylindrical area.

It turns out that pairs of such orbits appear in a particular cylindrical area around the black string. With decrease of the conserved fourth constant such cylindrical region starts to become bigger. As the result this causes in turn to play an important role not to restrict the motion of the particles along the black string and to increase the amount of isofrequency pairs of geodesic spiral orbits in the region between the separatrix and circular-orbit duals and also horizontal length  $h_z$ , that is, the particular area of the black string. To make results more concrete, one say that there would exist infinite number of pairs of circular spiral orbits having the similar values of three frequencies in spite of different energy and angular momentum in the particular region around the gravitational massive object. So the occurrence of such kind of spiral orbits would be more crucial to explain the behavior of black string spacetime and also its presence around gravitational objects like black string.

Table 2

Numerical values for the frequency  $\Omega^\omega$  of isofrequency pairing of geodesic orbits around the black string for the different values of the fourth parameter in the range  $J < J_{cr} = 0.09(6)$ .

	$J$	0.01	0.03	0.05	0.07	0.09
$e=0$	$\Omega^\omega$	0.007	0.021	0.035	0.049	0.063
	$r$	27.17	13.05	9.29	7.43	6.29
	$h_z$	26.51	11.59	7.09	4.38	1.89
$e=1$	$\Omega^\omega$	0.006	0.019	0.033	0.046	0.059
	$r$	28.25	13.57	9.66	7.73	6.55
	$h_z$	27.53	11.98	7.25	4.36	1.45

### 3. Conclusion

In this paper, we have investigated isofrequency pairing of geodesic spiral orbits in the gravitational field of the black string and have studied the effect of a compact dimension parameter  $\omega$  on the isofrequency pairing of geodesic orbits. Warburton et al. (2013) have provided an intuitive explanation that the isofrequency pairing of geodesic orbits could be occurred in the Schwarzschild and the Kerr ge-

ometry in the special area between the separatrix and circular-orbit duals. Our results have shown that the presence of the compact dimension parameter  $\omega$  gives rise to the orbits of the particles to occur around the gravitational black string with the same three frequencies  $\Omega^r$ ,  $\Omega^\theta$ , and  $\Omega^\omega$ . We have also found the critical value of the forth conserved quantity to be  $J_{cr} = 0.09(6)$  for the blackstring spacetime. The occurrence of the isofrequency pairing of geodesic spiral orbits is only valid up to the critical value  $J_{cr}$ . Beyond this value, it is not possible for the isofrequency pairing orbits to appear around the black string. The results obtained in this paper are expected to explain not only the possibility of occurrence of such isofrequency spiral orbits around the black string, but also the behaviour of the black string. In this respect, theoretical results and discussions can be applied to the possible interpretation of the gravitational signals, giving rise to a new information on gravitational objects through future astrophysical observations.

## REFERENCES

- [1] Shaymatov, S., Atamurotov, F., and Ahmedov, B., *Astrophys. Space Sci.* 350, 413 (2014). [2] Warburton, N., Barack, L., and Sago, N., *Phys. Rev. D* 87, 084012 (2013). [3] Schwarzschild, K., *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.)* 1916, 424 (1916). [4] Grunau, S., and Khamesra, B., *Phys. Rev. D* 87, 124019 (2013). [5] Kaluza, T., *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.)* 1921, 966 (1921). [6] Tursunov, A., Kolo's, M., Abdujabbarov, A., Ahmedov, B., and Stuchlík, Z., *Phys. Rev. D* 88, 124001 (2013). [7] Aliev, A.N., and Galtsov, D.V., *Sov. Astron. Lett.* 14, 48 (1988). [8] Galtsov, D.V., and Masar, E., *Class. Quant. Grav.* 6, 1313 (1989). [9] Ozdemir, F., Ozdemir, N., and Kaynak, B.T., *Int. J. Mod. Phys. A* 19, 1549 (2004). [10] Cutler, C., Kennefick, D., and Poisson, E., *Phys. Rev. D* 50, 3816 (1994). [11] Darwin, C., *Royal Society of London Proceedings Series A* 263, 39 (1961)

## ДВИЖЕНИЕ НАМАГНИЧЕННОЙ ЧАСТИЦЫ ВОКРУГ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ НА БРАНЕВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А.А. Абдужаббаров<sup>1,2</sup>, М.Ф. Рахматуллаева<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт ядерной физики АН РУз,

<sup>2</sup>Ташкентский университет информационных технологий, Ташкент

В последние годы наблюдается рост количества работ, посвященных изучению движения частиц вокруг компактных объектов, создающих вокруг себя сильное гравитационное поле, которые называются черными дырами. Существуют несколько точных вакуумных решений уравнений Эйнштейна для гравитационного поля астрофизических объектов, в числе которых можно упомянуть решения Шварцшильда, Керра, Керр-НУТ, НУТ, Райснер-Нордстрем [1, 2, 3] и т.д. Каждое из этих решений является собственным решением разных случаев. Например, решение Шварцшильда является самым простым и характеризует не вращающуюся вокруг собственной оси и незаряженную черную дыру (для упрощения задачи  $G = c = 1$ ), которая характеризуется только массой ( $M$  – полная масса чёрной дыры)

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2.$$

Решение Керра имеет сложный вид и описывает черные дыры, вращающиеся вокруг собственной оси.

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2Mr}{\Sigma}\right) dt^2 - 4Mr a \frac{\sin^2 \theta}{\Sigma} dt d\phi + \left(r^2 + a^2 + \frac{2Mr a^2 \sin^2 \theta}{\Sigma}\right) \sin^2 \theta d\phi^2 + \frac{\Sigma}{\Delta} dr^2 + \Sigma d\theta^2,$$

здесь использовано обозначение  $\Sigma = r^2 + a^2 \cos^2 \theta$ .

Известно, что метрика Райснера-Нордстрема характеризует поле вокруг не вращающегося компактного объекта с электрическим зарядом:

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \quad (1)$$

здесь  $Q$ -электрический заряд компактного объекта.

Аналогом решением Райснера-Нордстрема является решение ДМНР и оно имеет следующий вид:

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q}{r^2}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q}{r^2}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 \quad (2)$$

здесь  $Q$  – Вейль параметр или параметр Брана.

В данной работе мы рассматриваем движение намагниченной пробной частицы, вокруг не вращающегося компактного объекта с Бран параметром, который находящейся в однородном магнитном поле. Целью данной работы является изучение влияния Бран параметра на движение рассматриваемой нами пробной частицы.

4-потенциалы  $A^\nu = C_1 \xi_{(t)}^\nu + C_2 \xi_{(\varphi)}^\nu$  [4] электромагнитного поля в пространстве-времени заданной метрикой (1) имеют вид:

$$A_\varphi = \frac{1}{2} B_0 r^2 \sin^2 \theta \quad (3)$$

здесь  $B_0$  – напряженность однородного магнитного поля вокруг компактного объекта.

С помощью вышеуказанных уравнений находим выражения для тензора электромагнитного поля  $F_{\mu\nu} = \frac{\partial A_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu}$ .

$$F_{r\varphi} = r B_0 \sin^2 \theta$$

$$F_{\theta\varphi} = \frac{r^2 B_0 \sin 2\theta}{2}$$

$$(F_{t\varphi} = F_{r\theta} = 0)$$

И для магнитного поля имеем следующее выражение:

$$B_r = \frac{1}{4} B_0 r^4 \sin 2\theta \left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{q}{r^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Выводим уравнение движения намагниченной пробной частицы в однородном магнитном поле вокруг компактного объекта. Для упрощения задачи рассмотрим случай, в котором частица движется в экваториальной плоскости, т.е.  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . Для этого используем уравнение Гамильтона-Якоби [5]:

$$g^{\mu\nu} P_\mu P_\nu - m D^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + m^2 = 0,$$

здесь  $D^{\mu\nu}$  - тензор поляризации.

Уравнение движения, которое получается из уравнения Гамильтона-Якоби, выглядит так:

$$4M^2 \left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 = e^2 - \left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{q}{r^2}\right) \left(1 + \frac{l^2}{r^2} - \beta K[\lambda]\right) \quad (4)$$

Записываем вышеуказанное уравнение движения в более упрощенном виде.

$$4M^2 \left(\frac{d\rho}{d\tau}\right)^2 = e^2 - V$$

здесь  $V$  эффективный потенциал, он имеет вид:

$$V = \left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{q}{r^2}\right) \left(1 + \frac{l^2}{r^2} - \beta K(\lambda_\alpha)\right)$$

здесь  $q = \frac{Q}{m}$ .

Для изучения радиусов стабильных орбит необходимо решить следующие два уравнения одновременно:

$$\frac{dr}{d\tau} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial V}{\partial r} = 0$$

Соотношение между тензором поляризации, входящим в состав эффективного потенциала и магнитным моментом частицы выражается следующим образом

$$D^{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu\rho\lambda} u_\rho \mu_\lambda.$$

Зная, что

$$F_{\mu\nu} = -\eta_{\mu\nu\alpha\beta} B^\alpha u_\beta + 2[u_\mu E_\nu]$$

из тензоров поляризации и электромагнитного поля получим следующую скалярную величину:

$$DF = 2B_0 \mu K(\lambda_\alpha)$$

здесь  $\mu$  - магнитный момент частицы, а  $K(\lambda_\alpha)$  - коэффициент связанности и  $\beta$  магнитный параметр.

$$K(\lambda_\alpha) = \frac{\left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{q}{r^2}\right)}{\left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{q}{r^2} - \Omega^2 r^2\right)^{\frac{1}{2}}}$$

и

$$\beta = \frac{2\mu B_0}{m}$$

Для изучения радиуса стабильных орбит частицы используем вышеупомянутое уравнение эффективного потенциала, т.е. построим график.

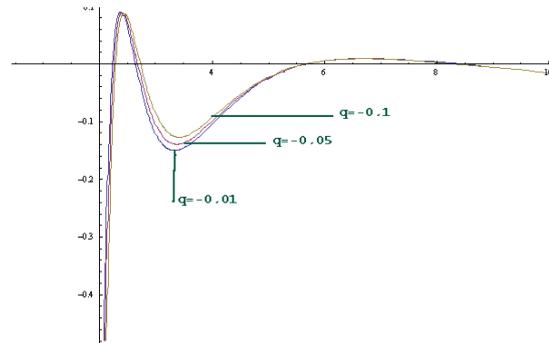


Рис.1. График эффективного потенциала соответствующий нескольким значениям параметра Бран в однородном магнитном поле.

Используя метрику (2) и после долгих вычислений получим следующее выражение для углового момента

$$t^3 + T_2 t^2 + T_1 t + T_0 = 0 \quad (5)$$

которое  $t = n^2$ ,  $T_0 = 48(4 + 9V + QV)M^6 + 108V^2 M^3$ ,  $T_1 = 3(40 + QV)M^4$  и  $T_2 = -3(12M^2 + QV)$ .

В следующей таблице приведено значение углового момента для внутренних стабильных орбит частиц, вычисленное численным методом при различных значениях параметра Бран.

$q = -0.01$	$\beta K[\lambda] = 1$	$M = 1$	$n_1 = -2.47,$	$n_2 = 10.6,$	$n_3 = 27.8$
$q = -0.10$	$\beta K[\lambda] = 1$	$M = 1$	$n_1 = -2.47,$	$n_2 = 10.7,$	$n_3 = 27.4$
$q = -0.40$	$\beta K[\lambda] = 1$	$M = 1$	$n_1 = -3.04,$	$n_2 = 7.78,$	$n_3 = 30.0$
$q = -0.80$	$\beta K[\lambda] = 1$	$M = 1$	$n_1 = -3.03,$	$n_2 = 7.98,$	$n_3 = 28.6$
$q = -0.10$	$\beta K[\lambda] = 2$	$M = 1$	$n_1 = -4.80,$	$n_2 = 10.3,$	$n_3 = 29.9$
$q = -0.40$	$\beta K[\lambda] = 2$	$M = 1$	$n_1 = -4.80,$	$n_2 = 11.0,$	$n_3 = 27.3$
$q = -0.10$	$\beta K[\lambda] = 4$	$M = 1$	$n_1 = -7.92$		
$q = -0.40$	$\beta K[\lambda] = 4$	$M = 1$	$n_1 = -8.17$		

Целью данной работы являлось определение влияния Бран параметра на радиусы стабильных орбит движения намагниченной частицы вокруг компактного объекта, которая находится в однородном магнитном поле. Для этого изучена природа эффективного потенциала, которая включает в себя Бран параметра, магнитный момент частицы, энергию и угловой момент частицы. Известно, что магнитное поле расширяет область существования стабильных орбит частицы. Выявлено, что параметр Бран удаляет область существования стабильных орбит частиц от горизонта событий, т.е. с увеличением модуль параметра брана, частицы совершают круговые орбиты в более удаленных расстояниях от компактного объекта. Расчеты проводились для не вращающегося компактного объекта, который находится в сильном магнитном поле ( $10^3$  Гаусс).

#### ЛИТЕРАТУРА:

[1] Мизнер Ч., Торн К., Уиллер Дж. Гравитация, 2 т, Москва, “Мир”, 1977. [2] Мизнер Ч., Торн К., Уиллер Дж. Гравитация, 3 т, Москва, “Мир”, 1977. [3] Morozova V., Ahmedov B. Int. Journal of Modern Physics D43 12 p., 2008. [4] Abdurjabbarov A., Ahmedov B., Kagramanova V. Gen. Rel. Grav. 31 18 p., 2008.

## ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦ В ОКРЕСТНОСТИ КОМПАКТНЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ОБЪЕКТОВ С НУТ ПАРАМЕТРОМ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А.А.Абдужаббаров<sup>1,2</sup>, К.Б.Хайдаров<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт ядерной физики АН РУз, Ташкент

<sup>2</sup>Ташкентский университет информационных технологий, Ташкент

Существование собственного электромагнитного поля является одним из важных свойств таких астрофизических объектов как пульсары. В работах Гинзбурга и Озерного [1] впервые было показано, что электрически нейтральная черная дыра не может иметь собственного магнитного поля. Однако допустив, что черная дыра, находясь около нейтронной звезды или магнетостара, опущена во внешнее магнитное поле, Уолд [2] нашел точные вакуумные решения уравнений Максвелла для асимптотически однородного магнитного поля. После этого свойства черной дыры, помещенного во внешнее магнитное поле, были изучены другими авторами.

Несмотря на то, что до настоящего времени отсутствует наблюдательные доказательства о существование гравитомангнитного монополя, что является следствием экзотических решений уравнения Эйнштейна (так называемые НУТ решения), изучение электромагнитных явлений вокруг этой метрики интересно с точки зрения нахождения новых эффектов связанных с недиагональными компонентами метрического тензора.

Рассмотрим электромагнитное поле в окрестности Керр-Тауб-НУТ компактного гравитационного объекта, метрика которого, в сферических координатах описывается как [3]

$$ds^2 = -\frac{1}{\Sigma}(\Delta - a^2 \sin^2 \theta)dt^2 + \frac{2}{\Sigma}[\Delta\chi - a(\Sigma + a\chi)\sin^2 \theta]dtd\varphi + \frac{1}{\Sigma}[(\Sigma + a\chi)^2 \sin^2 \theta - \chi^2 \Delta]d\varphi^2 + \frac{\Sigma}{\Delta}dr^2 + \Sigma d\theta^2, \quad (1)$$

где параметры  $\Sigma$ ,  $\Delta$  и  $\chi$  определяются как

$$\Sigma = r^2 + (l + a \cos \theta)^2, \quad \Delta = r^2 - 2Mr - l^2 + a^2, \quad \chi = a \sin^2 \theta - 2l \cos \theta, \quad (2)$$

здесь  $l$  - гравитомангнитный монополь,  $a = J/M$  удельный угловой момент с полной массой  $M$ . В этой статье используется метрическая сигнатура  $(-1,1,1,1)$  и геометризованный система единиц:  $G=c=1$ . Далее воспользуемся в этом пространстве-времени векторами Киллинга  $\xi_{(t)}^\alpha$  и  $\xi_{(\varphi)}^\alpha$ , которые ответственны соответственно за стационарность и аксиальную симметричность геометрии, удовлетворяющие уравнению Киллинга:

$$\xi_{\alpha;\beta} + \xi_{\beta;\alpha} = 0. \quad (3)$$

Таким образом, они удовлетворяет также в вакуумном пространстве-времени волновому уравнению:

$$\xi^\alpha = 0, \quad (4)$$

и поэтому мы можем взять решение для векторного потенциала электромагнитного поля  $A^\alpha$ , удовлетворяющего уравнениям Максвелла, в виде:

$$A^\alpha = C_1 \xi_{(t)}^\alpha + C_2 \xi_{(\varphi)}^\alpha \quad (5)$$

В уравнении (5) выражения для коэффициентов  $C_1$  и  $C_2$  можно найти с помощью асимптотических свойств метрики (1) и в соображении, что компактный объект расположен в магнитное поле  $\mathbf{B}$ , параллельный к оси вращения [4] и поэтому они соответственно равны:  $C_1 = aB$  и  $C_2 = B/2$ . В итоге четырехмерный потенциал  $A_\alpha$  принимает следующий вид:

$$A_0 = -\frac{B}{\Sigma} \left\{ \Delta \left( a - \frac{\chi}{2} \right) + a \left[ \frac{1}{2} (\Sigma + a\chi) - a^2 \right] \sin^2 \theta \right\} = -\frac{BK}{\Sigma}, \quad (6)$$

$$A_3 = \frac{B}{\Sigma} \left\{ \Delta \chi \left( a - \frac{\chi}{2} \right) + (\Sigma + a\chi) \left[ \frac{1}{2} (\Sigma + a\chi) - a^2 \right] \sin^2 \theta \right\} = \frac{BL}{\Sigma}. \quad (7)$$

Ортонормальные компоненты электромагнитного поля, измеренные наблюдателем с нулевым угловым моментом, могут быть выражены в виде:

$$E^r = -\frac{2rB \sin \theta}{\Sigma^2 \sqrt{(\Sigma + a\chi)^2 \sin^2 \theta - \chi^2 \Delta}} \left\{ \left[ \Delta - \left( 1 - \frac{M}{r} \right) \Sigma - a^2 \sin^2 \theta \right] (\Sigma + a\chi) \left( a - \frac{\chi}{2} \right) - \frac{\Sigma}{2} [\chi \Delta - a(\Sigma + a\chi) \sin^2 \theta] \right\}, \quad (8)$$

$$E^\theta = -\frac{B \sin^2 \theta}{\Sigma^2 \sqrt{\Delta (\Sigma + a\chi)^2 \sin^2 \theta - \chi^2 \Delta}} \left[ \{ \Delta (l + a \cos \theta) + 2a(\Sigma + a\chi - 2a^2) \cos \theta \} \Sigma (\Sigma + a\chi) - \{ \Sigma (\Sigma + a\chi - 2a^2) - 2K(l + a \cos \theta) \} \frac{\chi \Delta}{\sin^2 \theta} \right], \quad (9)$$

$$B^r = -\frac{B \sin \theta}{\Sigma \sqrt{(\Sigma + a\chi)^2 \sin^2 \theta - \chi^2 \Delta}} \left[ \chi \Delta (l + a \cos \theta) - (\Sigma - a\chi) (\Sigma + a\chi - 2a^2) \cos \theta - \frac{2K}{\Sigma} (\Sigma + a\chi) (l + a \cos \theta) \right], \quad (10)$$

$$B^\theta = -\frac{2rB\Delta}{\Sigma^2 \sqrt{\Delta (\Sigma + a\chi)^2 \sin^2 \theta - \chi^2 \Delta}} \left\{ \left[ \Delta - \left( 1 - \frac{M}{r} \right) \Sigma - a^2 \sin^2 \theta \right] \left( a - \frac{\chi}{2} \right) \chi - \frac{1}{2} \Sigma^2 \sin^2 \theta \right\}. \quad (11)$$

В пределе плоского пространства, т.е. при  $M/r \rightarrow 0$ ,  $Ma/r^2 \rightarrow 0$  и  $l/r \rightarrow 0$  выражения (8) - (11) переходят к вакуумному решению уравнений Максвелла для однородного магнитного поля в пространстве-времени Ньютона:

$$B^r = -B \cos \theta, \quad B^\theta = -B \sin \theta, \quad E^r = 0, \quad E^\theta = 0. \quad (12)$$

В связи с тем, что движение заряженной частицы вокруг выше рассмотренного объекта вызывает огромный интерес с точки зрения астрофизики, далее будем рассматривать для данной задачи уравнение Гамильтона-Якоби:

$$g^{\mu\nu} \left( \frac{\partial S}{\partial x^\mu} - eA_\mu \right) \left( \frac{\partial S}{\partial x^\nu} - eA_\nu \right) = -m^2 \quad (13)$$

где  $e$  и  $m$  заряд и масса частицы соответственно, а  $S$  это действие, которое для нашего случая можно написать в виде[5]:

$$S = -Et + \mathbf{L}\varphi + S_{r\varphi}(r, \varphi), \quad (14)$$

здесь энергия и момент пробной частицы. При таком виде действия уравнение Гамильтона-Якоби принимает следующий вид:

$$\Delta \left( \frac{\partial S_{r\theta}}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial S_{r\theta}}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{(\Sigma + a\chi)^2 \sin^2 \theta - \chi^2 \Delta \left( \frac{eBK}{\Sigma} \right)^2}{\Delta \sin^2 \theta} - \frac{2(\Delta\chi - a(\Sigma + a\chi)\sin^2 \theta) \left( \frac{eBK}{\Sigma} \right) \left( \frac{eBL}{\Sigma} \right) + \frac{\Delta - a^2 \sin^2 \theta}{\Delta \sin^2 \theta} \left( \frac{eBL}{\Sigma} \right)^2}{\Delta \sin^2 \theta} - m^2 \Sigma = 0. \quad (15)$$

Разделить переменные в уравнение (16) оказывается невозможным, однако в экваториальной плоскости, т.е.  $\theta = \pi/2$ , это разделение возможно осуществить [6] и радиальное уравнение движения принимает следующий вид:

$$\left( \frac{dr}{d\sigma} \right)^2 = \mathfrak{E}^2 - 1 - 2V(\mathfrak{E}, \mathfrak{L}, r, b, a, l), \quad (16)$$

где  $\sigma$  - собственное время вдоль траектории частицы. Величину:

$$V(\mathbf{E}, \mathbf{L}, r, b, a, l) = - \left( \mathbf{E} + \frac{bK}{M\Sigma} \right) \frac{bK}{M\Sigma} + \frac{b^2 K^2}{2M^2 \Sigma^2} - \frac{a^2}{\Sigma} \left( 1 + \frac{a^2}{2\Sigma} \right) \left( \mathbf{E} + \frac{bK}{M\Sigma} \right)^2 - \frac{2l^2 + 2Mr - a^2}{2\Sigma} + \frac{\Delta - \Sigma - a^2}{\Sigma^2} a \left( \frac{bK}{M\Sigma} \right) \left( \frac{bL}{M\Sigma} \right) - \frac{\Delta - a^2}{2\Sigma^2} \left( \frac{bL}{M\Sigma} \right)^2 \quad (17)$$

можно определить в виде эффективного потенциала радиального движения, где безразмерный параметр  $b = eBM/m$  определяет внешнее поле, и в уравнениях (16) и (17) величины энергии и момента нормированы в единицах массы. Из рис. 1 видно, что при сильном внешнем магнитном поле влияния гравитомангнитного монополярного заряда на движения заряженной частицы не очень велика, хотя вблизи компактного объекта все таки этого влияния можно обнаружить.

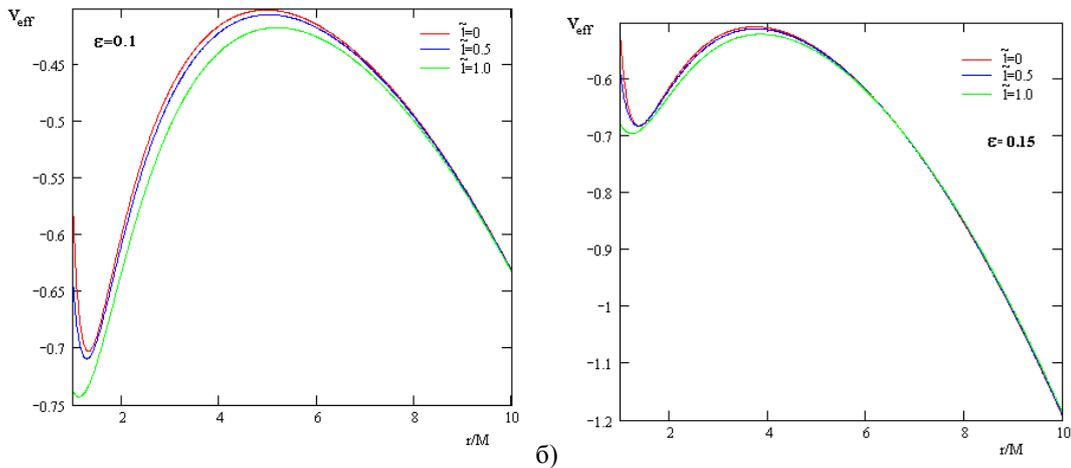


Рис. 1. Радиальная зависимость эффективного потенциала Керр-Тауб-НУТ гравитационного источника с разными значениями параметра  $l$  во внешнем однородном магнитном поле с параметром а)  $b = 0.1$  и б)  $b = 0.15$ .

Для определения круговых орбит мы воспользуемся следующими условиями экстремальности:

$$\mathbf{E}^2 - 1 - 2V(\mathbf{E}, \mathbf{L}, r, b, a, l) = 0, \quad (18)$$

$$\frac{\partial V(\mathbf{E}, \mathbf{L}, r, b, a, l)}{\partial r} = 0, \quad (19)$$

а также условием стабильности:

$$\frac{\partial^2 V(\mathbf{E}, \mathbf{L}, r, b, a, l)}{\partial r^2} \leq 0. \quad (20)$$

Алгебраические уравнения, определяющие радиусы стабильных круговых орбит полученных после математических вычислений уравнений (18)-(20), решить аналитически не возможно. Поэтому нами были проведены ряд численных вычислений, результаты которых приведены в табл. 1.

Таблица 1

Круговые орбиты заряженной частицы вокруг не вращающегося НУТ источника в однородном магнитном поле.

$b=0.1$	3.66650	3.66460	3.66154	3.62072	3.53294
$b=0.2$	2.83292	2.83288	2.82876	2.79448	2.72020
$b=0.3$	2.55504	2.55500	2.55162	2.52360	2.46338
$b=0.4$	2.41614	2.41610	2.41326	2.38984	2,33994
$b=0.5$	2.33282	2.33280	2.33036	2.31032	2.26794

## ЛИТЕРАТУРА

[1] Гинзбург В.Л., Озерной Л.М., ЖЭТФ. 47, 1030(1964). [2] Wald R.M., Phys. Rev. D. 10, 1680(1974). [3] Dadhich N., Turakulov Z.Ya., Class. Quantum Grav. 19, 2765(2002). [4] Abdujabbarov A.A., Ahmedov B.J., Kagramanova V.G., Gen. Rel. Grav., DOI 10.1007/s10714-008-0635-3; arXiv:0802.4349v2 [gr-qc](2008). [5] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Теория поля, М.:Наука, 1988. [6] Aliev A.N., Ozdemir N., Mon. Not. R. Astron. Soc., 336, 241(2002).

## PARTICLE ACCELERATION IN THE POLAR CAP OF DEFORMED NEUTRON STARS

J.R.Rayimbaev<sup>1</sup>, B.Narzullaev<sup>2</sup>, B.B. Juraev<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ulugh Beg Astronomical Institute Uzbek Academy of Science, Tashkent, 100052, Uzbekistan, [javlon@astrin.uz](mailto:javlon@astrin.uz)

<sup>2</sup>National University of Uzbekistan, Tashkent, 100052, Uzbekistan

### Abstract

The polar cap particle acceleration has been also studied, in particular, considering the effect of deformation of spacetime on the  $\gamma$ -factor for a relativistic charged accelerated particle and the electrical field being parallel to magnetic field  $E_{\parallel}$  which accelerating charged particles along magnetic field lines in the polar cap of slowly rotating deformed neutron star. Moreover, the charged particle trajectory has been shown.

**Key words:** Neutron stars, magnetic field

### 1. Introduction

Pulsars are rotating neutron stars. This has been suggested by [1] and [2]. There are several models introduced by several authors to understand this radiation properties and reasons of the emission (see for example [3,4,5]). Whole radiation processes happen in the area where magnetic field lines are open. In fact, the closed field lines are frozen, electrons and positrons trajectories by the lines are stationary, because on this closed field lines areas the magnetic fields dominate, but in the open magnetic field lines area the motion of particles goes with different scenario. It is important and interesting to study charged particle motion and the influence of general relativistic effects on the motion where the magnetic lines open so called polar cap region.

Neutron star magnetic field lines consist of two types: open and closed field lines. It is always actual to consider the mechanism of energy losses and particle acceleration on polar cap region. Several authors had considered different models of general relativistic particle acceleration on polar cap region. For example authors of [6] had studied influence of non-vanishing NUT (Newman-Unti-Tamburino) parameter of the neutron star to momentum of accelerating charged particle and [7] had obtained the condition for acceleration of charged particle on polar cap region of the neutron star and have analyzed Lorentz factor in different conditions of plasma electrical currents. Here factor defines the total energy of accelerating particle as  $W_{\text{tot}} = \gamma m_0 c^2$  in special relativity.

It is known that non-Kerr spacetime is not exact solution of Einstein equation. The spacetime was investigated by authors of [8] in an alternative theory of gravity. The effects of spacetime deformation have

already been scrutinized by several authors. For example in [9] the effects of spacetime deformation to distortion of shadow of a non-Kerr black holes have been studied and the upper limit for the dimensionless deformation parameter  $\epsilon < 19$  using comparison of the obtained theoretical results on the polarization angle with the observational data on Faraday rotation measurements (see [10]) have been obtained, and  $\epsilon < 22$  was obtained in [11].

This work is dedicated to study of influence of deformation of geometry on  $\gamma$ -factor for the relativistic charged particle and particle acceleration in the polar cap region of the deformed neutron stars.

## 2. Particle acceleration polar cap of deformed magnetized neutron stars

The slowly rotating metric with deformation parameter is easily obtained from the non Kerr metric in the cases  $a^2 \rightarrow 0$  (see, for more details [8],[12]).

$ds^2 = -f^2(1+h)dt^2 + f^{-2}(1+h)dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 - 2\omega(r)(1+h)r^2 \sin^2 \theta d\phi dt$  (1)  
 here  $f^2 = 1 - 2M/r$  is the lapse function and  $\omega(r) = 2aM/r^3$  is the angular velocity of the dragging of inertial frames, so called Lense-Thirring angular momentum,  $a$  is rotation parameter of the compact object ( $a = J/M$ ) with total mass of  $M$  neutron star with radius  $R$ ,  $J$  is total angular momentum,  $h = \epsilon M^3/r^3$  is deformation parameter in the slowly rotating case and  $\epsilon$  is deformation coefficient of the spacetime.

In this section we study influence of spacetime deformation on particle acceleration, in particular on  $\gamma$ -factor for the charged particle. Our previous work [13] was dedicated to study the influence of spacetime deformation on the magnetosphere of neutron stars in slowly rotating non-Kerr geometry and Goldreich-Julian charged density was obtained in following form

$$\rho_{GJ} = -\frac{\Omega B}{2\pi c} \frac{\Psi^r}{N\sqrt{1+h}} \left[ 1 - \frac{k}{r^3}(1+h) \right] \quad (2)$$

Where we had introduced  $k = I/I_0$  dimensionless moment of inertia,  $I$  is moment of inertia of the rotating compact object and unit of inertia moment is  $I_0 = MR^2$ . And  $B_0 = 2\mu/R^3$  is Newtonian value of the magnetic field in the surface of the neutron star,  $\mu$  is magnetic dipole moment.  $\Psi^r$  is radial function for radial component of the magnetic field.

It is clear that magnetic field lines of neutron star depend on the spacetime structure. That is why we have to define induction of magnetic fields for a slowly rotating neutron star in the spacetime possessing deformation parameter. For example, in the spacetime metric of the slowly rotating neutron star components of dipolar magnetic field have the form

$$\Psi_0^r = -\frac{3R^3}{8M^3 r^3} \left( \ln N^2 + \frac{2M}{r} \left( 1 + \frac{M}{r} \right) \right) \quad (3)$$

In our previous Rayimbaev et al. (2015) work had been found the expression of the radial function in the following form

$$\Psi^r = \Psi_0^r (1 + \alpha h) \quad (4)$$

here  $\alpha$  is correction coefficient being responsible for effect of the deformation parameter and it is found in numerical way that  $\alpha = 3/20$ .

General relativistic equation of motion for a charged particle with charge  $e$  and mass  $m$  in an electromagnetic field can be written in following form

$$\frac{dv^\mu}{d\tau} + \Gamma_{\sigma\lambda}^\mu v^\sigma v^\lambda = \frac{e}{c} F^{\mu\sigma} v_\sigma \quad (5)$$

here  $v^\mu = dx^\mu/d\tau$  is four-velocities of the particle,  $\Gamma_{\sigma\lambda}^\mu$  is Christoffel symbol (the coordinate connection coefficients) for given spacetime,  $\tau$  affine parameter and  $F^{\mu\sigma}$  -tensor of electromagnetic field.

In the small angle ( $\theta [rad] \ll 1$ ) approximation (since, the polar angle is small and the value is of order  $5^\circ$ ) for polar cap region the equation of motion for charged particle can be written by replacing the affine parameter  $\tau$  with a spatial variable  $r$ .

$$\frac{d}{ds} (N\sqrt{1+h}\gamma) = N^{-2}(1+h)^{-1} \frac{d}{ds} \phi(s) \quad (6)$$

These formally coincide with the equations of motion from [7]. Here the Lorentz factor  $\gamma = -v^\mu v_\mu = N\sqrt{1+h}v^0 = 1/(1-V^2)^{1/2}$ , the relative 3-velocity  $V^i = v^\mu h_\mu^i / \gamma$ , the projection tensor  $h^{\alpha\beta} = g^{\alpha\beta} + u^\alpha u^\beta$  and the following normalized variables (proposed by [7]) are introduced:

$$s = \sqrt{2\Omega B_0 e / mc^2} r, \quad \phi = \frac{e}{m} \Phi(r).$$

The approximate value of Goldreich-Julian chargedensity (2) is

$$\rho_{GJ} = -\frac{\Omega B_0}{2\pi c} \frac{\Psi^r}{N\sqrt{1+h}} \left[ 1 - \frac{\omega}{\Omega} (1+h) \right] \quad (7)$$

Fig.1 is plotted using the result of our previouswork (see [13]) related to parallelelectric field. In this work it was found using Poissoncoefficient for scalar potential  $\Phi$  and the  $d\Phi/dr$  as a parallel accelerating electrical field which is beingproportional as  $E_{||} \sim (1 + 2h)/r_4$ . So it is possible to replace the term  $d\phi/ds \rightarrow d\Phi/dr$  in equation(6) to  $E_{||}$ . One can see from the red (negative deformation) and blue (positive deformation) lines that incase of negative deformation of spacetime the gammacoefficient- is greater than positive case. This scenariocan be considered as a extension of our previously conclusions in [13]. The following results were obtained: in the negative deformation the Goldreich-Julian charge density smaller than positive and zero-deformation case, the accelerating parallelelectrical field increases with increasing value of negative deformation and finally the total loss of energy also increases with increasing value of negative deformation.

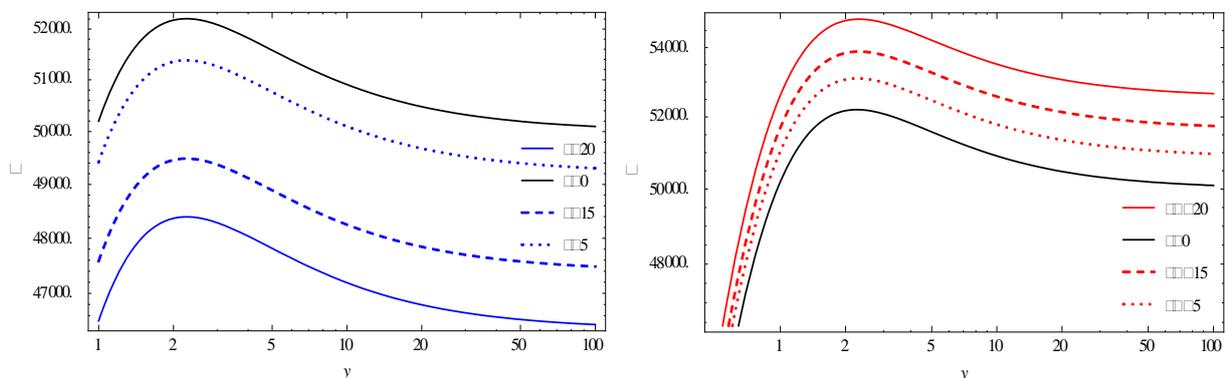


Fig. 8. Numerical solution of equation (6) with different value of deformation coefficient of spacetime. Black line for zero-deformation, red lines for negative deformation and blue lines for positive deformation.  $y = r/R - 1$ .

Now we will analyze the parallel electrical field components. Because the parallel components of electrical field plays important poleon acceleration of particle. The acceleration of charged particles which accelerating along magnetic field lines is proportional to the parallel accelerating electrical field can be define in the following form.

$$\frac{dp}{dt} = \frac{e}{mc} E_{||} \quad (8)$$

Here he parallel electrical field given as

$$E_{||} = \frac{\vec{E} \cdot \vec{B}}{B^2} \quad (9)$$

One can plot the parallel accelerating electrical field using the results related to non-vanishing electromagnetic field components which have obtained above. It is seen from the figure 2 that the negative deformation increases the value of the parallel accelerating electrical field, but the positive deformation is vice versa, i.e. an increase of positive deformation value of the parallel accelerating electrical field decreases.

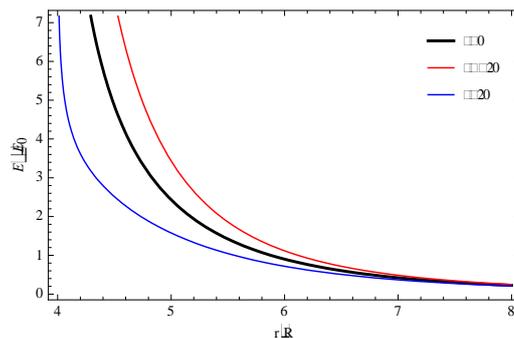


Fig. 2 Normalized accelerating parallel electrical field to the Newtonian value of electrical field at the surface of neutronstar with different value of deformation coefficient $\epsilon$ . Here the black thick line for  $\epsilon = 0$ , red lines for negative deformation and blue lines for positive deformation.

The radial dependence polar angle is

$$\sin\Theta(r) = \sqrt{\frac{r}{R\Psi^r}} \sin\Theta_0$$

here notions  $\sin\Theta_0 = \sqrt{\frac{R}{R_{LC}(1+\alpha\tilde{\epsilon})}}$ , and  $\tilde{\epsilon} = \epsilon M^3/R^3$ .

It is obvious that from Eq. (10) one can get particle trajectory equation in the form  $d\Theta/dr$ . In fig. 3 projection of particle trajectory to  $z = const$  plane on the polar cap for the different values of the deformation parameter is shown. For the positive values of deformation coefficient the particle leaves polar zone with larger (wider) step with compare to the case when  $\epsilon$  is zero or negative.

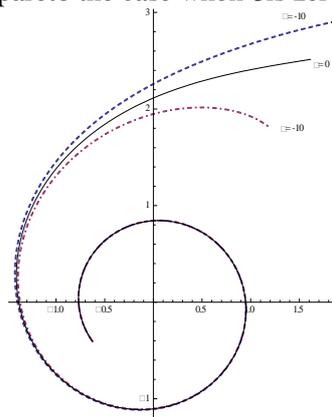


Fig. 3. Projection to  $z = const$  plane of the path of the particles on the polar cap of the neutron star for the different values of the deformation parameter.

### 3. Conclusion

The solution of equation for Lorentz factor which defines the total energy of accelerating particle. It is seen from figs 1 and 2 that the negative deformation could accelerate more than positive and zero deformations. As written above that the result which we have found in previous section extension of physical scenarios results of our previous work regarding general relativistic effects of deformed neutron stars in [13].

### REFERENCES

- [1] Gold, T. 1968, Nature, 218, 731. [2] Pacini, F. 1968, *ibid.*, 219, 145. [3] Muslimov, A. G.; Tsygan, A. I. Astrophysics, Volume 29, Issue 2, pp. 625-633 (1988a). [4] Muslimov, A. G.; Tsygan, A. I. Astro\_zika, Tom 29, V.2, p. 355 - 368 (1988b). [5] Muslimov, A. G.; Tsygan, A. I. Space Science Reviews, Volume 49, Issue 1-2, pp. 11-15 (1989). [6] Morozova, V.S., Ahmedov, B.J., Kagramanova, V.G.: Astrophys. J. 684, 1359 (2008). [7] Sakai, N., & Shibata, S. 2003, ApJ, 584, 427. [8] Johannsen, T., Psaltis, D.: Phys. Rev. D 83, 124015 (2011). [9] F. Atamurotov, A. Abdujabbarov, and B. Ahmedov, Phys. Rev. D 88, 064004 (2013). [10] Steiner, J.F., McClintock, J.E., Remillard, R.A., Narayan, R., Gou, L.: Astrophys. J. Lett. 701, L83 (2009). [11] Abdujabbarov, Ahmadjon A.; Ahmedov, Bobomurat J.; Jurayeva, Nozima B. Physical Review D, vol. 87, Issue 6, id.064042 (2013). [12] Hartle, J.B., Thorne, K.S.: Astrophys. J. 153, 807 (1968). [13] J.R. Rayimbaev, B.J. Ahmedov, N.B. Juraeva, A.S. Rakhmatov, Astrophysics and Space Science, Volume 356, Issue 2, pp. 301-308 (2015)

## SHADOW OF ROTATING WORMHOLE IN PLASMA ENVIRONMENT

O. Rakhimov, B. Juraev, A. Rakhmatov

Ulugh Beg Astronomical Institute, Astronomicheskaya 33, Tashkent 100052, Uzbekistan, [orahimov.81@mail.ru](mailto:orahimov.81@mail.ru)

### Abstract

The massless particle motion around rotating wormhole in the presence of plasma environment has been studied. It has been shown that the presence of the plasma decreases the inner radius of the circular orbits of photons around rotating wormhole. The shadow cast by rotating wormhole surrounded by inhomogeneous plasma with the radial power-law density has been explored. It has been shown that the shape and size of the

wormhole shadow is distorted and changed depending on plasma parameters, wormhole rotation and inclination angle between observer plane and axis of rotation of wormhole. As an example we have considered an inverse radial distribution of the plasma density and different types of the wormhole solution.

**Keywords:** Wormhole, photon motion, plasma environment, shadow.

## 1. Introduction.

Wormholes are exciting objects predicted by general relativity which are topological tunnel-like structures of the space-time playing a role of bridge connecting disconnected regions in one or different universes. The first traversable general relativistic wormhole solution has been obtained by [1] and its properties have been studied by [2], (for the comprehensive review please look to [3]). The discussed wormhole solutions were obtained in the framework of general relativity, if some standard conditions on the energystress tensor are modified, due to e.g. quantum effects or so. However, there are some attempts to obtain wormhole solutions in modified gravity due to the corrections introduced by the modifications [4]. Possible ways to observationally distinguish wormholes from other compact gravitational objects, in particular, through the effect of gravitational lensing are extensively discussed in the literature (see e.g. [5],[6]). In paper [7] have recently provided the first numerical globally regular rotating wormhole solutions and analysed their physical properties. It is believed that the most strong evidence of the existence of the black hole can be achieved only through the direct observation of its image. Due to this reason the study of the shadow of the black hole has received much attention in the recent years motivated by the presence of the supermassive black holes (SMBH) at the galactic centers and the high resolution of the current and future telescopes as Event Horizon Telescope (EHT), 1 International Space Very Long Baseline Interferometry (VLBI) project RadioAstron and future Cosmic Radio-interferometers as Millimetron etc. EHT project consists in phasing up millimetre and submillimetre telescopes scattered over the world, which together will form an effective high-resolution Earth-sized telescope. The orbital motion of the stars surrounding SMBH Sgr A\*, which is the compact radio source at the center of the Milky Way, indicates that its mass is  $4 \times 10^6 M_{\odot}$  [8]. Dexter et al. have calculated the structure surrounding the supermassive black hole candidate at the centre of M87 which drives an ultrarelativistic jet visible on kiloparsec scales [9]. M87 is also one of the two largest black holes on the sky (along with the Galactic Center SMBH candidate, Sgr A\*). Its mass is  $\approx 6.4 \times 10^9 M_{\odot}$  [10], which is 1600 times larger than Sgr A\*. At a distance of 16 Mpc, the angular size is about 4/5 that of Sgr A\*. Recent VLBI observations at 1.3 mm have detected source structure in Sgr A\* on event horizon scales [11], allowing a direct comparison between observations and black hole accretion theory. These observations also have the potential to detect the black hole shadow [12], which would provide the first direct evidence for an event horizon.

## 2. Wormhole surrounded by plasma.

The axially symmetric solution of wormhole within standard Einstein theory of gravity was first proposed by [13] and in Boyer-Linquist coordinates  $(t, r, \theta, \varphi)$  has the following general form

$$ds^2 = -N^2 dt^2 + \left(1 - \frac{b}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 K^2 [d\theta^2 + \sin^2 \theta (d\varphi - \omega_{LT} dt)^2], \quad (1)$$

where in general the metric functions  $N$ ,  $b$ ,  $K$  and  $\omega_{LT}$  are functions of both  $r$  and  $\theta$  coordinates. Function  $K(r, \theta)$  is a positive, nondecreasing function that determines the “proper radial distance”  $R$  measured at  $(r, \theta)$  from the origin,  $N(r, \theta)$  is the so-called lapse function. The spacetime metric (1) is regular on the symmetry axis  $\theta = 0, \pi$  and has no event horizons or curvature singularities.

In the limit of zero rotation and spherical symmetry the expression (1) is going to Morris and Thorne spacetime metric [2]:

$$N(r, \theta) \rightarrow e^{A(r)}, \quad b(r, \theta) \rightarrow b(r), \quad K(r, \theta) \rightarrow 1, \quad \omega_{LT}(r, \theta) \rightarrow 0. \quad (2)$$

$A(r)$  is the radial function,  $b(r)$  is the shape function and two identical, asymptotically flat regions joined together at throat  $r = b$ . The neck of the wormhole corresponds to the minimum  $r = r_0 = b(r_0)$  where  $\frac{\partial b}{\partial r} \leq 1$ . For the traversable wormhole there is requirement for the lapse function  $N$  so that it should be finite and nonzero every-where.

One can introduce new radial coordinate as

$$l = \pm \left[ \sqrt{r(r-1)} + \ln(\sqrt{r} + \sqrt{r-1}) \right]. \quad (3)$$

If the rotation of the wormhole is sufficiently fast, the metric function  $g_{t\varphi} = (N^2 \omega_{LT}^2 r^2 \sin^2 \theta)$  becomes positive in some region outside the throat, indicating the presence of an ergoregion where particles can no longer remain stationary with respect to infinity. This occurs when  $r^2 = |2a \sin \theta| > 1$  and

$|a| > \frac{1}{2}$ . However, the ergoregions does not completely surround the throat, but forms a tube around the equatorial region instead of ergosphere in Kerr metric. This is characteristic of traversable wormholes: the ergoregion would necessarily intersect an event horizon at the poles, but since the latter is ruled out by definition, the ergoregion cannot extend to the poles.

Now we will use the Hamilton-Jacobi equation to obtain the equation of motion of massless particles around wormhole in the presence of plasma

$$\frac{\partial S}{\partial \sigma} = \frac{1}{2} \left[ g^{\alpha\beta} p_\alpha p_\beta - (n^2 - 1) \left( \frac{p_0}{\sqrt{g_{00}}} \right)^2 \right]. \quad (4)$$

The four momentum of the photon is related to the action  $S$  in the form  $p_\alpha = \frac{\partial S}{\partial x^\alpha}$ . Using the fact of existence of two conserved quantities  $E$  and  $L$  one can choose the action for photons in the following form

$$S = \frac{1}{2} m^2 \sigma - Et + L\varphi + S_r(r) + S_\theta(\theta), \quad (5)$$

where  $m$  is the mass of the particle which is zero for the photon. Then the equations of motion of photons around the wormhole surrounded by plasma take the following form

$$N^2 \frac{dt}{d\sigma} = n^2 E - \omega_{LT} L, \quad \frac{N}{\sqrt{1-\frac{b}{r}}} \frac{dr}{d\sigma} = \sqrt{R}, \quad r^2 K^2 \frac{d\theta}{d\sigma} = \sqrt{\Theta},$$

and

$$N^2 \frac{d\varphi}{d\sigma} = \omega_{LT}(E + \omega_{LT} L) + \frac{N^2}{r^2 K^2 \sin^2 \theta} L, \quad (6)$$

where the following notations  $R = (E - \omega_{LT} L)^2 - Q \frac{N^2}{r^2 K^2} - (1 - n^2) E^2$  and  $\Theta = Q - \frac{L^2}{\sin^2 \theta}$ .

Now we will introduce the effective potential being a useful tool for describing the photon motion which is necessary for considering the wormhole shadow. One may rewrite the radial equation of motion of the photons around wormhole surrounded by plasma in the form

$$\frac{1}{2} \dot{r} + V_{eff} = 0, \quad (7)$$

with the effective potential

$$V_{eff} = \frac{1-b/r}{2N^2} \left[ (E - \omega_{LT} L)^2 - Q \frac{N^2}{r^2 K^2} - (1 - n^2) E^2 \right]. \quad (8)$$

In tab.1 adopted from one can find masses of some stellar and supermassive black holes, distances to them and the corresponding linear and angular diameters of their shadows [14]. One can see that angular sizes of the shadows of the stellar mass black holes are very small (less than nanoarcseconds). However, the angular Schwarzschild radius of the supermassive black hole Sgr A\* is about 10  $\mu$ as and thus the angular diameter of the shadow is of the order of 50  $\mu$ as which can be obtained from the rough evaluation of the shadow as  $2.6r_S$  where  $r_S = 2GM/c^2$  is the Schwarzschild radius,  $c$  is the speed of light and  $G$  the gravitation constant, using the values of the distance of Sgr A\* from the Sun as 8 kpc, and the mass of Sgr A\*.

Table 1

Masses, distances and estimated diameters of the shadows of the various black holes						
Compact object	Mass/ $M_\odot$	Distance, kpc	Schwarzschild radius			Estimated diameter of shadow, $\mu$ as
			cm	a.u.	$\mu$ as	
Stellar black hole	$10^1$	1	$2.95 \times 10^6$	$1.97 \times 10^{-7}$	0.0002	0.001
Sgr A*	$4.1 \times 10^6$	8	$1.09 \times 10^{12}$	$7.28 \times 10^{-2}$	9.10	45.48
M31	$3.5 \times 10^7$	800	$1.03 \times 10^{13}$	$6.88 \times 10^{-1}$	0.86	4.30
NGC4258	$3.9 \times 10^7$	7200	$1.15 \times 10^{13}$	$7.76 \times 10^{-1}$	0.11	0.53
M87	$6.4 \times 10^9$	16100	$1.89 \times 10^{15}$	$1.26 \times 10^2$	7.82	39.08

The ergoregions around the throat of the wormhole for this particular choice of the metric parameters are shown in fig. 1. From the plots one can observe that the ergoregion around the rotating wormholes increases with the increasing the angular momentum of the wormholes and consists of tube around equatorial plane.

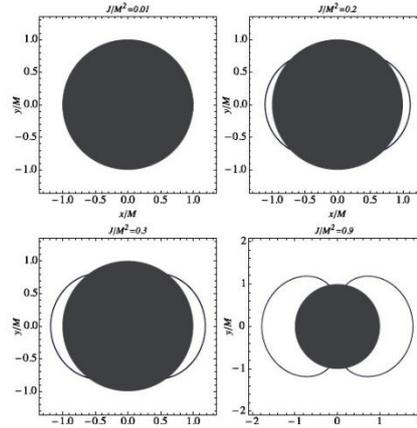


Fig. 1. The cross-section of ergotorus around the throat of the wormhole for the different values of the angular momentum of the wormhole. The dark areas correspond to the throat of the wormhole. The solid blue lines correspond to the static limit defined as a surface  $g_{tt}=0$ .

The radial dependence of the effective potential of the radial motion of the photons are shown in fig. 2 for the particular case when the constants in metric function parameters have the following values:  $\alpha = \delta = \gamma = 0$ .

In fig. 2 the plots from the left to right correspond to the different values of the angular momentum of the wormhole as  $J/M^2 = 0.01$  and  $J/M^2 = 0.7$ , respectively. The solid, dashed and dotted lines in the plots correspond to the values of  $k/M = 0$  and  $0.4$ , respectively.

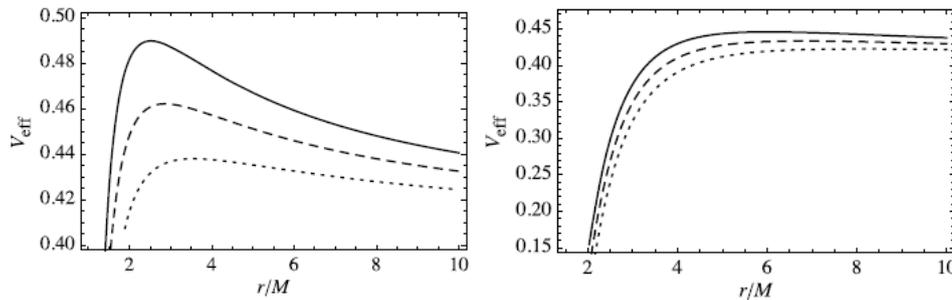


Fig. 2. The radial dependence of the effective potential of the radial motion of the photons around wormhole surrounded by plasma for the different values of plasma parameter  $k/M$ .

Here we set  $\omega_e^2/\omega^2 = k/r$ . The solid, dashed and dotted lines in the plots correspond to the values of  $k/M = 0$  and  $0.4$ , respectively. The plots from the left to right correspond to the different values of the angular momentum of the wormhole as  $J/M^2 = 0.01$  and  $J/M^2 = 0.7$ , respectively.

### 3. Shadow of the wormhole.

In this section we study the shadow cast by the wormhole in plasma environment. Assume that one of the two regions of the spacetime connected by the wormhole is illuminated by a far source of light. Then an observer at the infinity will observe the photons scattered away from the second visible region of the spacetime which, as a model assumption, is considered not containing the light source. The photon orbits plunging into the wormhole and passing through its throat cannot be observed by the observer and this causes the dark spot on the observed image which corresponds to the wormhole's shadow. In order to describe the apparent shape of the wormhole one needs to consider the closed orbits around wormholes surrounded by plasma which depend on the integration constants  $E$ ,  $L$  and the Carter constant  $Q$ . The equation of motion of the photons can be parametrized using the normalized parameters  $\xi = L/E$  and  $\eta = Q/E^2$ . The boundary of the shape of the shadow of the wormhole surrounded by plasma can be found using the conditions

$$R(r) = 0 = \frac{\partial R(r)}{\partial r}. \quad (9)$$

Using these equations one can easily find the expressions for the parameters  $\xi$  and  $\eta$  in the form

$$\xi = \frac{B}{2A} + \sqrt{\frac{B^2}{4A^2} - \frac{C}{A}} \text{ and } \eta = \frac{r^2 K^2}{N^2} [(1 - \omega_{LT} \xi) - 1 + n^2], \quad (10)$$

where we have introduced the following notations  $A = \Sigma \omega_{LT} - \omega_{LT} \omega'_{LT}$ ,  $B = 2\omega_{LT} \Sigma - \omega'_{LT}$ ,  $C = \Sigma(n^2 - 1) - nn'$ , and  $\Sigma = \frac{1}{2} \frac{d}{dr} \log \left( \frac{r^2 K^2}{N^2} \right)$ .

The boundary of the wormhole's shadow can be fully determined through the expression (9). However, observer will observe the shadow on 'his sky', thus usually one needs to introduce the celestial coordinates related to real astronomical measurements. The celestial coordinates are defined as [15]

$$\alpha = \lim_{r_0 \rightarrow \infty} \left( -r^2 \sin \theta_0 \frac{d\varphi}{dr} \right) \text{ and } \beta = \lim_{r_0 \rightarrow \infty} r_0^2 \frac{d\theta}{dr} \quad (11)$$

Using the equations of motion (6) one can easily find the relations for the celestial coordinates for the case of wormhole surrounded by plasma in the form

$$\alpha = -\frac{\xi}{n \sin \theta} \text{ and } \beta = \frac{\sqrt{n - \xi / \sin^2 \theta}}{n} \quad (12)$$

For the particular case when the constant parameters in metric functions have the values as  $\alpha = \delta = \gamma = 0$  the images for the shadow of wormhole surrounded by plasma are shown in fig. 3.

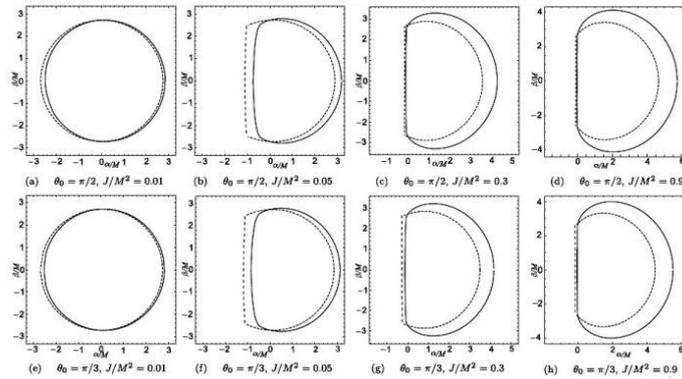


Fig. 3 The shadow of wormhole surrounded by plasma with the refraction index to be chosen in the way that  $\omega_e^2 / \omega^2 = k/r$  and  $k/M = 0.9$ . (dashed lines). The solid lines correspond to the case when wormhole is in vacuum. Here we take the metric parameter to be as  $\alpha = \delta = \gamma = 0$ .

For the comparison we also plot shadows for the vacuum case (solid lines in the plots). The dashed lines in plots correspond to the wormhole surrounded by plasma, where the plasma refraction index has been chosen in the way that  $\omega_e^2 / \omega^2 = k/r$  and  $k/M = 0.9$ .

#### 4. Conclusions

In this paper we have studied shadow of rotating wormhole in the presence of plasma with radial power-law density. The obtained results can be summarized as follows. The analysis of the equation of motion of photons around wormhole in the plasma environment shows that the presence of the plasma decreases the inner radius of the circular orbits of photons around wormhole. In the presence of plasma the shape and size of the wormhole shadow is changed depending on plasma parameters, wormhole rotation and inclination angle between observer plane and axis of rotation of wormhole. We have shown that the influence of the plasma on wormhole shadow images is essential. Particularly, the plasma influence is dominated in the left hand side of the wormhole shadow when the angular momentum of the wormhole is relatively small. The plasma influence is strong on the right hand side of the shadow when the angular momentum of the wormhole is relatively large (see fig. 3). It has also been shown that due to the presence of plasma the increase of the angular momentum of the wormhole changes the curvature of the rightmost point of the shadow. In the case when the angular momentum of the wormhole is small the presence of the plasma prevents the shadow to be highly distorted. The analogous effects can be observed for the different values of the inclination angle between observer plane and axis of rotation of the wormhole.

#### REFERENCES

- [1] Ellis, H.G.: J. Math. Phys. 14, 104 (1973). [2] Morris, M.S., Thorne, K.S., Yurtsever, U., 1988. Wormholes, time machines, and the weak energy condition. Phys. Rev. Lett. 61, 1446. [3] Visser, M., 1995. Lorentzian Wormholes. From Einstein to Hawking, first ed. AIP-Press, New York. [4] Harko, T., Lobo, F.S.N., Mak, M.K., Sushkov, S.V, 2013. Modified-gravity wormholes without exotic matter. Phys. Rev. D 87(6), 067504. [5] Chetouabi, L., Clement, G., 1984. Geometrical optics in the Ellis geometry. Gen. Relativ. Gravit. 16, 111. [6] Clément, G., 1984. A class of wormhole solution to higher-dimensional general relativity. General Relativity and Gravitation. 16, 131-138. [7] Kleihaus, B., Kunz, J. 2014. Rotating Ellis wormholes in four dimensions. Phys. Rev. D 90(12), 121503. [8] Ghez, A.M., et al, 2008. Measuring Distance and Properties of the Milky Way's Central Supermassive

Black Hole with Stellar Orbits. *Astrophys. J.* 689, 1044. [9] Dexter, J., McKinney, J.C., Agol, E., 2012. The size of the jet launching region in M87. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 421, 1517. [10] Gebhardt, K., et al, 2011. The Black Hole Mass in M87 from Gemini/NIFS Adaptive Optics Observations. *Astrophys. J.* 729, 119. [11] Fish, V.L. et al, 2011. 1.3 mm Wavelength VLBI of Sagittarius A\*: Detection of Time-variable Emission on Event Horizon Scales. *Astrophys. J. Lett.* 727, 36. [12] Bardeen, J.M., 1973. Timelike and null geodesics in the Kerr metric. In: Dewitt, C., Dewitt, B.S. (eds.) *Black Holes (Les Astres Occlus)*, p. 215. [13] Teo, E., 1998. Rotating traversable wormholes. *Phys. Rev. D* 58(2). [14] Cherepashchuk, A.M., 2014. : *Phys. Usp.* 57(4), 387. [15] Bardeen, J.M., et. all, 1972. Rotating Black Holes: Locally Nonrotating Frames, Energy Extraction, and Scalar Synchrotron Radiation. *Astrophys. J.* 178, 347-370.

## ДВУМЕРНАЯ МНОГОЧАСТИЧНАЯ ФИЗИКА ДЛЯ КВАНТОВОГО КОМПЬЮТЕРА

В.Луговой

Физико-технический институт НПО «Физика-Солнце» АН РУз,  
ул.Бодомзор 2б, Ташкент 100084, Узбекистан, [lugovoi@uzsci.net](mailto:lugovoi@uzsci.net)

### Аннотация

Свойства ранее полученных нитевидных двумерных квантовых структур в однородном магнитном поле используются для нахождения условий их формирования на двумерной поверхности в гетероструктуре. Получено количественное обоснование для предлагаемой принципиальной схемы арифметической операции в квантовом компьютере.

**Ключевые слова:** квантовые структуры, квантовый компьютер, арифметическая операция, эффект Холла

### 1. Введение

При ограничении движения электрона вдоль одной из осей координат в пределах расстояния порядка длины его волны де Бройля он начинает проявлять волновые свойства. Если вдоль этой оси направить однородное магнитное поле, то в перпендикулярной плоскости энергия электрона будет принимать дискретный ряд значений, называемый уровнями Ландау. В сильных магнитных полях электроны начинают проявлять коллективные свойства. Наиболее ярким их примером является квантовый эффект Холла (который может возникать даже при комнатной температуре, в графене). С другой стороны задача создания компьютера, работающего на принципах манипулирования отдельными фермионами чрезвычайно сложна, актуальна и интересна. Волновая природа микромира сильно усложняет теоретические и экспериментальные поиски таких свойств квантовых частиц, которые могли бы быть использованы в будущем квантовом компьютере. Более того, практически невозможно изолировать квантовую частицу. Поэтому поиск и изучение коллективных квантовых слабо связанных (короткоживущих) структур, например из нескольких фермионов, с предсказуемыми свойствами, с возможностью их локализации и изменения числа частиц, входящих в состав структуры, могло бы, кажется, быть одним из возможных направлений поиска. Такая попытка была предпринята в работе [1], где были использованы результаты, полученные Ландау [2], и предложено решение хорошо известного операторного уравнения с волновой функцией, найденной Ландау. В [1] для двумерной системы показана принципиальная возможность формирования фермионами слабосвязанных нитевидных квантовых структур с различным числом фермионов. В настоящей работе мы связываем использованное в [1] исходное уравнение с часто используемой “калибровкой Ландау” для электромагнитного вектора-потенциала; исследуем условия формирования нитевидной квантовой структуры как самостоятельного квантового объекта на двумерной поверхности; предлагаем метод расчёта для манипулирования этими квантовыми структурами как сути вычислительного процесса в будущем компьютере; на основе свойств нитевидных квантовых структур обсуждается возможность формирования разветвлённого случайного вычислительного процесса.

### 2. Слабо связанные квантовые структуры. Происхождение, свойства, применение

В рамках нерелятивистской квантовой механики в случае наличия внешнего магнитного поля  $\vec{B}$ , описываемого посредством вектор-потенциала  $\vec{A}$  (т.е.,  $\vec{B}=\text{rot}\vec{A}$ ), оператор обобщенного им-

пульса  $\hat{p}$  электрона с массой  $m_e$  и зарядом  $e$  связан с оператором его скорости  $\hat{v}$  операторным уравнением [2]

$$m_e \hat{v} = \hat{p} - \frac{e}{c} \vec{A}. \quad (1)$$

В 1930 году Л.Д.Ландау [2] решил уравнение Шредингера для движения во внешнем постоянном однородном магнитном поле  $\vec{B} = \text{rot} \vec{A}$  (направленном параллельно оси  $Z$ ), где для компонент вектор-потенциала  $\vec{A}$  имеются соотношения

$$A_y = A_z = 0, \quad A_x = -By. \quad (2)$$

Ландау получил (см. рис.1а), что вдоль осей  $Z$  и  $X$  электрон движется как плоская волна, тогда как вдоль оси  $Y$  движение происходит по законам квантового линейного осциллятора с волновой функцией  $\Psi_n(y)$  и квантовым числом  $n$ , которое определяет энергию электрона  $E_n$  как энергию линейного квантового осциллятора. Именно эта энергия  $E_n$  равна энергии электрона в плоскости  $(X, Y)$ .

Таким образом, при условии (2), вдоль оси  $Y$  операторное уравнение (1) может быть применено к волновой функции  $\Psi_n(y)$ , описывающей квантовый ансамбль,

$$m_e \hat{v}_y \Psi_n(y) = \hat{p}_y \Psi_n(y). \quad (3)$$

Именно это уравнение (см. (32.8) в [3]) было исследовано в работе [1]. Перечислим и обсудим некоторые результаты [1], которые будем использовать. В [1] в качестве  $\Psi_n(y)$  выбрана собственная функция гармонического осциллятора, для каждого фиксированного квантового числа  $n$  и магнитного поля  $\vec{B}$  вдоль оси  $Y$  (см. рис.1б) получены траектории квантового ансамбля (зависящая от  $n$  сложная функция координаты  $y$  осциллирует со временем). На каждой траектории имеются квантовые “точки поворота” [2], где скорости импульсы стремятся к нулю (см. формулу (32.8) в [3]). Координаты этих точек рассчитываются (см. рис.1,2 в [1]) и схематически представлены здесь как вертикальные синие палочки на рис.1б. За пределами крайних “точек поворота” волновая функция  $\Psi_n(y)$  стремится к нулю. Таким образом, формально траектория распадается на изолированные один от другого сегменты. Число сегментов совпало с квантовым числом  $n$ . Из-за того, что сегменты изолированы один от другого, каждый сегмент без нарушения принципа Паули может быть заполнен одним фермионом (для упрощения рассмотрения спин не учитывается). Возникает нитевидная квантовая структура (см. рис.1с). Обычно квантовые “точки поворота” возникают на границе потенциала. Если на траектории из нескольких сегментов есть только один электрон, то он может “туннелировать” через “точки поворота”, перемещаясь по всей траектории. Обсуждаемый потенциал возникает при появлении второго и последующих электронов, несущих заряд и заполняющих сегменты согласно принципу Паули. Для наглядности, давайте проведем очень приблизительную параллель между “матрицей” нитевидной квантовой структуры (рис.1б) и “матрицей” орбиталей электронов атома, где электрон может “свободно” перемещаться по орбиталам до тех пор, пока не будут появляться другие электроны, заполняющие орбитали согласно принципу Паули; и поэтому между орбиталами, кажется, есть нечто, подобное “точкам поворота”, формирующим некоторую поверхность и устанавливающим границы области каждой орбитали.

Пространственная “квантовая матрица” (рис.1б) проявляется по мере заполнения (согласно принципу Паули) её сегментов  $\overline{\Delta y_n(B)}$  взаимно неразличимыми электронами (рис.1с), область квантового взаимодействия которых оценивается (при движении вдоль  $Z$  и  $X$ ) размерами длин их волн де Бройля  $\lambda_{deBroglie}^e$  (рис.1д). В результате появляется нитевидная квантовая структура (рис.1с,д), описываемая волновой функцией  $\Psi_n(y)$ , которая соответствует энергии осциллятора  $E_n$  (энергии в плоскости  $XY$ ). При фиксированном  $n$  мы не можем (по крайней мере пока) точно знать распределение электронов по энергии внутри нитевидной структуры. Ясно только, что закон сохранения энергии должен выполняться, то есть сумма энергий этих электронов должна быть равна  $E_n$  (мы используем нерелятивистское приближение). Поэтому можно ввести понятие средней энергии  $E_n^e$  такого электрона как результат деления энергии осциллятора  $E_n$  на число электронов  $m$ , заполняющих “матрицу структуры”, то есть  $m$  меняется от 1 до  $n$ . Поэтому, если циклическая частота электрона  $\omega_e = \frac{eB}{m_e c}$ , то энергия  $E_n^e = \hbar \omega_e \left( n + \frac{1}{2} \right) / m$  будет минимальна, если все  $n$  сегментов заполнены электронами, т.е.  $m=n$ ,  $E_n^e = \hbar \omega_e \left( 1 + \frac{1}{2n} \right)$ , и наоборот, энергия  $E_n^e$  будет максимальна, если заполнен только один сегмент, т.е.  $m=1$ ,  $E_n^e = \hbar \omega_e \left( n + \frac{1}{2} \right)$ . Следовательно, электронам энер-

гетически выгодно заполнить все сегменты, так как до вхождения в нитевидную структуру электрон имел несколько большую энергию в интервале от  $\hbar\omega_e \left(1 + \frac{1}{2}\right)$  до  $\hbar\omega_e \left(n + \frac{1}{2}\right)$ , то есть квантовая структура имеет тенденцию к росту. Рассмотрим электронную двумерную систему с относительно большим средним расстоянием  $d \approx 100 \text{ \AA}$  [4] между электронами во внешнем однородном магнитном поле  $B \sim 10$  Тесла, при низкой температуре, и ответим на вопрос: когда нитевидная квантовая структура может быть рассмотрена как самостоятельный квантовый объект?

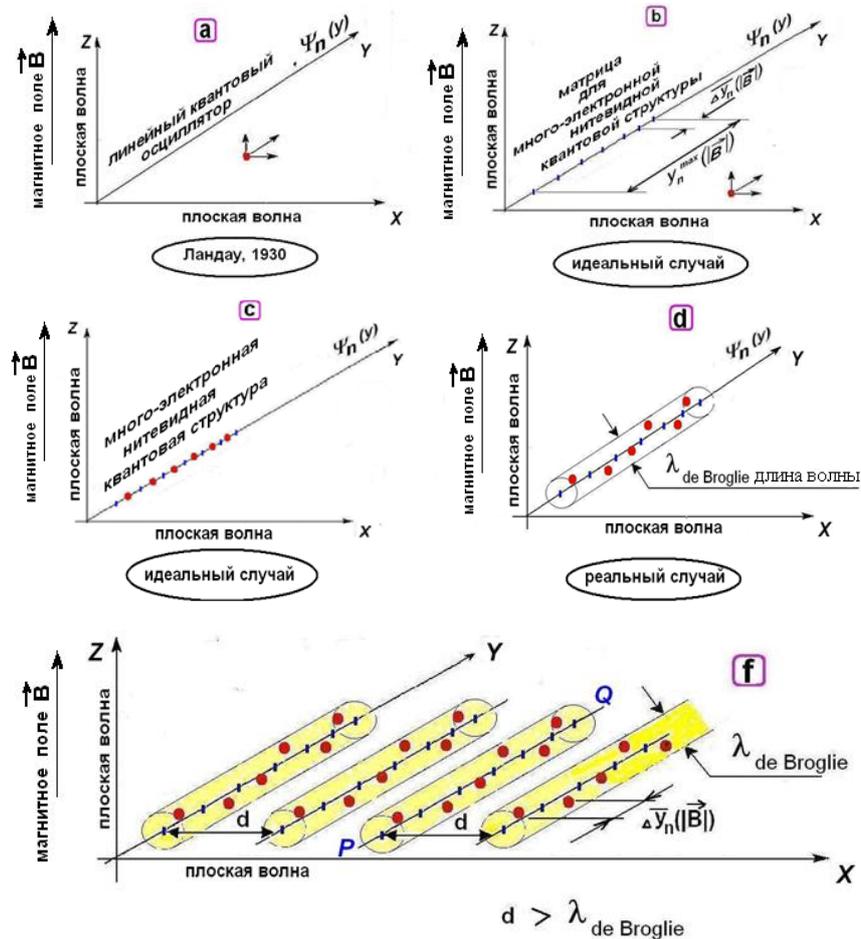


Рис.1 (а)Решение [2] уравнения Шредингера для электрона (красный кружок) во внешнем однородном магнитном поле  $B = \text{rot}A(A_y = A_z = 0, A_x = -By)$ . Здесь  $\Psi_n(y)$  - это волновая функция линейного квантового осциллятора. (б) Матрица для нитевидной квантовой структуры как решение [1] уравнения(3). Число сегментов совпадает с квантовым числом  $n$ . (с)Нитевидная квантовая структура проявилась, то есть квантовая матрица (б) заполнилась фермионами (электронами, ионами). (д) Тоже, что на рис.(с), но с учётом Волны де Бройля у частиц.(е) Идеальная схема структурного движения электронов на  $(X, Y)$ -плоскости во внешнем однородном магнитном поле( $B_x = 0, B_y = 0, B_z = B$ ), если  $d > \lambda_{deBroglie}$ . Область квантового взаимодействия отмечена желтым. PQ—это “ось” нитевидной структуры.PQ параллельна оси  $Y$ .

Рассмотрим двумерную поверхность в гетероструктуре. Если температура близка к 1К, то есть взаимодействием с фононами можно пренебречь, и высока подвижность электронов  $\mu$ , то есть  $\mu B c^{-1} > 1$  (см. стр.117 в [5]), то есть выполнены условия наблюдения квантовых эффектов, когда энергия нитевидной структуры в плоскости  $XY$  равна  $E_n = \hbar\omega_e \left(n + \frac{1}{2}\right)$ . Можно рассчитать и соответствующую длину волны де Бройля  $\lambda_{deBroglie}^n = 2\pi\hbar / (2m_e E_n)^{1/2}$ . Рассмотрим процесс роста энергетически выгодных нитевидных структур, а рост неизбежен, так как (см.выше) величина  $E_n^e = \hbar\omega_e \left(1 + \frac{1}{2n}\right)$  падает с ростом  $n$ . Из полученного в [1] рис.2 видно, что (при фиксированном  $B = 10T$ ) с ростом  $n$ (числа частиц, входящих в структуру, где все состояния заполнены) уменьшается расстояние  $\Delta y_n(B)$  между частицами вдоль оси  $Y$ . Плотность электронов поддерживается постоянной, поэтому во столько же раз увеличится расстояние  $\Delta x_n(B)$  между частицами вдоль оси  $X$ . В таблице 1 приведены результаты расчета для плотности электронов  $n_e = 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ . Из таб-

лицы 1 при сравнении значений  $\overline{\Delta x_n}$  и  $\lambda_{deBroglie}^e$  видно, что для  $n > 4$  выполнится неравенство  $\overline{\Delta x_n}(B) > \lambda_{deBroglie}^e$ , то есть квантовое взаимодействие между соседними нитевидными структурами станет не возможным [2], поэтому рост (через слияние) нитевидных структур прекратится, и они могут рассматриваться как самостоятельный квантовый объект, который имеет (при фиксированных  $n$  и  $B$ ) определённые энергию  $E_n$  и длину  $y_n^{max}(B) = n \cdot \overline{\Delta y_n}(B)$  вдоль оси  $Y$ . Это те характеристики, которые, кажется, могут позволить нам построить вычислительный процесс. На рис.1f значение  $\overline{\Delta x_n}(B)$ , при котором рост нитевидных структур прекратится, обозначено как  $d_i$  показана приблизительная схема, которая может быть создана и вычислена по изложенному выше алгоритму.

Таблица 1

Результаты расчета величин  $\overline{\Delta y_n}(B)$ ,  $\overline{\Delta x_n}(B)$ ,  $\lambda_{deBroglie}^e$  при фиксированных  $B$  и  $n$ .

$B$ , Тесла	$n$	$\overline{\Delta y_n}(B)$ , Å	$\overline{\Delta x_n}(B)$ , Å	$\lambda_{deBroglie}^e$ , Å
10	1	324	30	350
10	2	130	80	230
10	3	113	90	195
10	4	97	105	170
10	10	70	142	120
10	15	30	333	93
10	50	10	1000	12

Конечно, в общем случае, из-за волновых свойств электронов в процессе появляется много случайностей, которые приведут к образованию структур с различным числом частиц  $n$ . Однако, при фиксированных  $n$  и  $B$ , согласно алгоритму, детально описанному в [1], мы можем точно рассчитать длину нитевидной структуры  $y_n^{max}(B)$  вдоль поперечной оси  $Y$  (в рамках выбранной калобровки (2)), а также можем использовать то, что нитевидной структуре энергетически выгодно расти (вдоль той же оси  $Y$ ). Поэтому, если в плоскости  $XY$  создать двумерный проводник с шириной равной  $y_n^{max}(B)$  (для фиксированных  $n$  и  $B$ ), то при условиях, аналогичных описанным, мы можем получить ток со структурой, изображенной на рис.1f, при этом нитевидные структуры будут одинаковой энергии и длины. А это, в свою очередь, позволит организовать арифметические операции из этих структур (см. рис.3). Более того, каждая структура информативна, то есть имеет свои энергию  $E_n$  и квантовое число  $n$ , совпадающее с числом частиц в структуре.

Покажем, что между нашим рассмотрением и целочисленным квантовым эффектом Холла противоречий нет.  $y_0$  – координата центра осцилляции [2]. Поэтому  $\Delta y_0$  определяет расстояние между соседними осцилляторами [2,5], то есть  $\Delta y_0 = \frac{\Delta p_x c}{eB}$ . В нашем рассмотрении [1]  $\Delta y_0$  совпадает с длиной нитевидной структуры  $y_n^{max}(B) = n \cdot \overline{\Delta y_n}(B)$  (см. рис.1b). Поэтому  $\frac{\Delta p_x c}{eB} = n \cdot \overline{\Delta y_n}(B)$ . Откуда  $\Delta p_x = eBn \cdot \frac{\overline{\Delta y_n}(B)}{c}$ . Если  $\overline{\Delta y_n}(B)$  и  $\overline{\Delta x_n}(B)$  задают размер площади локализации одного состояния, и если все состояния заполнены, то плотность электронов  $n_e = 1/(\overline{\Delta y_n}(B) \cdot \overline{\Delta x_n}(B)) = \frac{\Delta p_x}{h \overline{\Delta y_n}(B)} = \frac{eBn}{hc}$ . Поэтому (в системе СГС) сопротивление Холла [6]  $R_H = \frac{Bc}{n_e e}$  после подстановки значения  $n_e$  принимает стандартный вид  $R_H = \frac{hc^2}{n e^2}$  или  $R_H = \frac{h}{n e^2}$  (в системе СИ), где вместо фактора заполнения (см. [5]) стоит номер квантового уровня  $n$ , так как все состояния заполнены (что, как было выше показано в нашем подходе, для электронов энергетически выгодно). Поэтому наше рассмотрение не противоречит квантовому эффекту Холла.

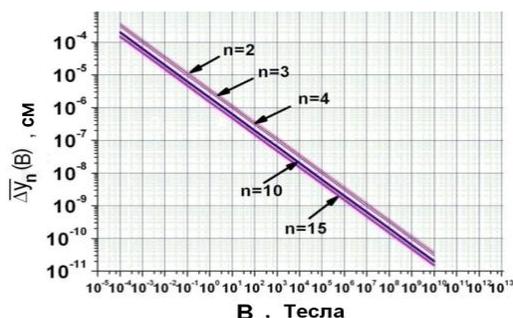


Рис.2(Получен в [1]). Зависимость средней длины  $\overline{\Delta u_n}(B)$  одного сегмента, входящего в нитевидную квантовую структуру из  $n$  сегментов (см. рис.1b,c,d), являющихся (как целое) линейным квантовым осциллятором с квантовым числом  $n$ , от поперечного магнитного поля  $\mathbf{B}$  ( $B_x = 0$ ,  $B_y = 0$ ,  $B_z = B$ ) при различных  $n$ .

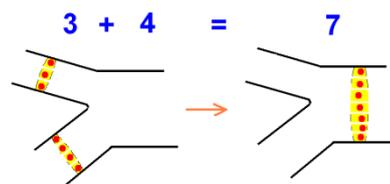


Рис.3. Принципиальная схема арифметической операции, которая может быть осуществлена во внешнем однородном магнитном поле за счет свойств нитевидных квантовых структур (отмечены желтым), сформированных электронами проводимости (красные кружки) в трёх двумерных проводниках с рассчитываемой шириной.

### 3. Заключение

Ранее [1] были получены двумерные электронные нитевидные квантовые структуры во внешнем однородном магнитном поле. В настоящей работе найдены количественные условия их образования в однородном магнитном поле в двумерных слоях гетероструктур при низкой температуре (когда энергия их теплового движения на порядок меньше разности уровней Ландау квантованной магнитной энергии) и высокой подвижности электронов  $\mu$  гетероструктуры (когда магнитная энергия также больше электрической). Эти полученные физические условия и возможность точно вычислять геометрические размеры области локализации электронов (см. таблицу 1), участвующих в создании нитевидной структуры с фиксированным числом электронов и величины магнитного поля, позволяют нам предложить использовать полученный подход для создания физического двумерного элементарного прибора для проведения, например, процедуры операции сложения двух чисел (рис. 3). Наши исследования проведены при низких температурах, в гетероструктурах и во внешнем однородном магнитном поле. Именно при этих условиях наблюдается квантовый эффект Холла [5]. Поэтому в разделе 2 было показано, что наш подход не противоречит эффекту Холла.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1]Lugovoi V.V. (2015). One-Dimensional Filamentary Multiparticle Quantum Structures Arising in the Plane Transverse to External Homogeneous Magnetic Field. *Journal of Modern Physics*, 6, 990-1003. doi:10.4236/jmp.2015.67103. [2] Ландау Л.Д. и Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Наука, Москва. (1963). [3] Блохинцев Д.И. Основы квантовой механики. Наука. Москва. (1974). [4]Lundin V. V., Zavarin A.E. E., Besulkin I., Gladyshev A. G., Sakharov A. V., Kokorev M. F., Shmidt N. M., Tsatsul'nikov A. F., Ledentsov N. N., Alferov Zh. I., Kakanakov R. MOCVD-grown AlGaIn/GaN heterostructures with high electron mobility. *Semiconductors* 38: 1323. doi:10.1134/1.1823068. (2004). [5] Клаус фон Клицинг (1986). Квантовый эффект Холла. УФН, т.150, вып.1, стр.107. [6] Штёрмер Х. Дробный квантовый эффект Холла. УФН. (2000). т.170, вып.3, стр.304.

## STRING LOOP IN ELECTROMAGNETIC FIELD

T. Oteev, M. Kološ, A. Tursunov

Faculty of Physics, Institute of Philosophy and Science, Silesian University in Opava  
Opava, Bezručovo nám.13, CZ-74601, Czech Republic, [oteevtp@gmail.com](mailto:oteevtp@gmail.com)

### Abstract

Relativistic current-carrying circular strings moving along the chosen axis of symmetry in electromagnetic background is studied. Dynamics of circular string with scalar field in flat spacetime and comparison of the motion of string loop with a charged particle dynamics is investigated. Interaction of the string loop with external magnetic field and the electric field generated by point charge is analyzed. The problem of string loop has a methodological interest and the results presented here can be useful for understanding of the phenomena of general strings and cosmic strings in particular.

**Key words:** string loop, electromagnetic interaction, dynamics, flat spacetime

## 1. Introduction

Current carrying strings moving axisymmetrically along the axis of a Kerr black hole (T. Jacobson and T. Sotiriou, 2009; M. Kološ and Z.Stuchlík, 2013) could represent a toy model of plasma that exhibits associated stringlike behavior via dynamics of the magnetic field lines in the plasma or due to thin isolated flux tubes of plasma that could be described by an one-dimensional string. Tension of such a string loop prevents its expansion beyond some radius, while its worldsheet current introduces an angular momentum barrier preventing the loop from collapsing into the black hole. It has been proposed in (T. Jacobson and T. Sotiriou, 2009) that the current carrying string can be used as a model for relativistic jet formation around the black hole and in (Z. Stuchlík and M. Kološ, 2014) that it can model high-frequency quasiperiodic oscillations in the vicinity of black holes horizon.

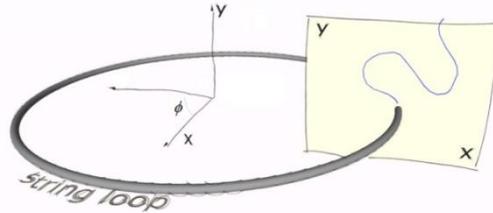


Fig. 1. Schematic picture of a string loop moving in flat spacetime. Assumed axial symmetry of the string loop allows to investigate only one point on the loop; one point path can represent whole string movement. Trajectory of the loop is then represented by the black curve on the picture, given in 2D x-y plot.

So far was the string loop electromagnetic neutral (Fig.1) - there was no self electromagnetic field interaction and there was no external electromagnetic field. Motion of electrically charged string loops in combined external gravitational and electromagnetic fields has been recently studied for a Schwarzschild black hole immersed in a external homogeneous magnetic field (A.Tursunov et al.2014; A.Tursunov et al.2013). Now we are extending our sting loop research and we are examining dynamical properties of electromagnetic current-carrying string loop in electric field of point charge  $Q$ .

In this proceeding we give some simple physical interpretation of string loop parameters and we will show how string loop in flat spacetime electromagnetically interact with uniform magnetic and electric field of point charge  $Q$  (T.Oteev et al. 2017).

## 2. Physical interpretation in flat spacetime

The string current localized on the worldsheet is described by a scalar field  $\varphi(\sigma^a)$ . Dynamics of the string, inspired by an effective description of superconducting strings representing topological defects occurring in the theory with multiple scalar fields undergoing spontaneous symmetry breaking, is described by the action  $S$  with Lagrangian  $L$

$$S = \int \mathcal{L} d\sigma d\tau, \mathcal{L} = -\mu\sqrt{-h} - \frac{1}{2}\sqrt{-h}h^{ab}\varphi_{|a}\varphi_{|b}, \quad (1)$$

where  $\varphi_{,a} = j_a$  determines current of the string and  $(\mu > 0)$  reflects the string tension. The total angular current is described by relation

$$J^2 \equiv j_\sigma^2 + j_\tau^2. \quad (2)$$

Flat spacetime described by Minkowski has the highest possible degrees of symmetry. As long as the external field is not introduced, which breaks the symmetry, string loop's dynamics will be simple and motion will be regular. Minkowski metric in cylindrical coordinates  $t$ (time),  $x$ (radial),  $y$ (vertical),  $\phi$ (angular coordinate) has nonzero coefficients

$$g_{tt} = -1, g_{xx} = 1, g_{yy} = 1, g_{\phi\phi} = x^2. \quad (3)$$

For dynamic variables  $x, y, P_x, P_y$  we can express Hamiltonian as

$$H = \frac{1}{2}P_x^2 + \frac{1}{2}P_y^2 - \frac{1}{2}E^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{J^2}{x} + x\right)^2, \quad (4)$$

where we used integrals of motion, energy  $E$  energy and angular momentum  $L$ .

From the first set of Hamiltonian equations of motion for string's motion we get the relations

$$P_x = P^x = \frac{dx}{d\zeta} = \dot{x}, P_y = P^y = \frac{dy}{d\zeta} = \dot{y}. \quad (5)$$

We can express also the second set of Hamiltonian equations for string motion

$$\ddot{x} = \frac{J^4}{x^3} - \mu^2 x, \ddot{y} = const. \quad (6)$$

Right side of the first equation can be described as two opposite forces acting on string loop's element along  $x$  direction:

- Centrifugal force  $F_0 = \frac{J^4}{x^3}$ , created by scalar field on string. This force is inversely proportional to the third degree of string's radius (strongest for small radii), which tries to stretch the string.

- String's tension force  $F_t = -\mu^2 x$ , is linearly dependent on string loop's radius trying to shrink it to the point. String's tension  $\mu$  is not dependent on stretching of  $x$ - string is perfectly elastic.

Hamiltonian (2) is not dependent on  $y$ , and therefore, corresponding component of four momentum  $P_y$  becomes constant of motion. In  $y$  direction, no force acting on string and motion along  $y$  axis is totally free.

From the  $H = 0$  condition we can express string's energy

$$E^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \left(\frac{J^2}{x} + x\right)^2, (7)$$

where we already rescaled energy  $E \rightarrow \frac{E}{\mu}$  and current  $J \rightarrow \frac{J}{\sqrt{\mu}}$ . We introduce also energy in  $x$  and  $y$  direction by the relations

$$E_y^2 = \dot{y}^2, \quad E_x^2 = \dot{x}^2 + \left(\frac{J^2}{x} + x\right)^2 = (x_i + x_0)^2 = E_0^2. (8)$$

Total energy of string is conserved and constant of motion. Whereas, string's motion in  $x$  and  $y$  directions in flat spacetime are not dependent (4), therefore, both energies  $E_x$  and  $E_y$  are conserved. Energy in  $x$  direction which we denoted  $E_0$  is totally defined by minimal  $x_i$  and maximal  $x_0$  ranges of string (inner and outer radius).

$$x_{i,0} = \frac{1}{2} \left( E_0 \mp \sqrt{E_0^2 - 4J^2} \right). (9)$$

Energy  $E_0$  is if string's oscillation in  $x$  direction terminates – inner outer radii of string converge

$$x_i = x_0 = J. (10)$$

It corresponds to equilibrium position, when centrifugal and tension forces compensate each other. Even though string is not oscillating, it has energy associated with the current on string

$$E_{0(min)} = 2J. (11)$$

Energy can be interpreted as internal energy of the oscillating string independent of motion along  $y$ . Consisting of potential and kinetic parts; only in  $x_i = x_0$  case internal kinetic energy is zero, internal potential energy is equal to  $2J$ .

Boundaries restricting string's motion in flat spacetime has simple form

$$E = E_b(x, y) \equiv \frac{J^2}{x} + x, (12)$$

where  $E_b(x, y)$  energy boundary function of motion which is independent of  $y$  coordinate. Function diverges  $E_b \rightarrow \infty$  for  $x \rightarrow 0$  and  $x \rightarrow \infty$ ; hence forming the barrier for string's motion.

From the conditions for the existence of stationary point of  $E_b(x)$  function we find the minimum of  $E_b(x)$  function at

$$x_{min} = J, \quad E_{min} = 2J, (13)$$

for arbitrarily  $y$ , in direction of  $y$  coordinate  $E_b(x, y)$  function is constant.

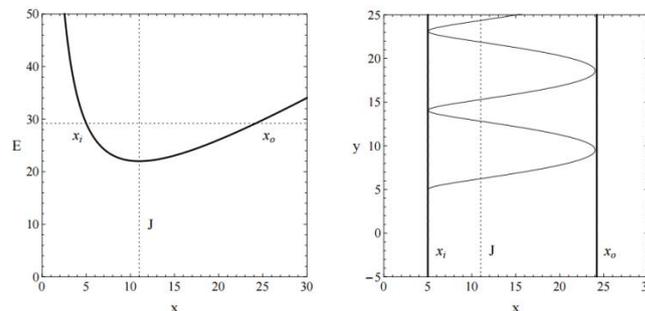


Fig.2. String loop in flat spacetime starting from point [5,5] with  $P_x = 0, P_y \neq 0$  and parameters  $J = 11, E = 29.2$ . On the left we see the progress of  $E_b(x)$  function (thick curve) with minima at  $x = J$  prescribing the boundaries of motion, on the right we see concrete trajectories of the string.

On fig.2 is illustrated the behavior of  $E_b(x, y)$  function – convex shape of  $E_b(x)$  for all  $y$  is guaranteed, since here always inner and outer radius for motion in  $x$  coordinate direction exist. The string lo-

cated at  $x_{min}$  point with energy  $E = E_{min} = 2J$  does not oscillate – all its energy contains in potential part of  $E_0$ .

### 3. Effect of electromagnetic field on dynamics of string

In a section 2, we have investigated neutral scalar field on string – not interacting with electromagnetic field. Let us now show the impact of electromagnetically interacting scalar field on the dynamics of string.

External electromagnetic field defined by four - potential  $A^\mu$  we consider the same as (2) metric firmly given in advance. Requirement for axial symmetry of the problem is that, it is assumed that  $A_\mu$  has only  $t$  and  $\phi$  nonzero components. In flatspacetimewe can use classic electrodynamics for description of stationary external electromagnetic field with relations

$$A^\mu = (\Phi, \vec{A}), \quad \vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi, \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}. \quad (14)$$

To understand the impact of electromagnetic field on string loop's dynamics we investigate two simple cases – (1) string is in electrostatic field of point charge  $Q \geq 0$  and (2) string is in homogeneous magnetic field  $B \geq 0$  oriented parallel with  $y$  axis. Corresponding four-potential  $A^\mu$  in cylindrical coordinates  $t, x, y, \phi$  (1) takes the form

$$A^\mu_{(1)} = \frac{Q}{r} (1, 0, 0, 0), \quad \Phi = \frac{Q}{r}, \quad (15)$$

$$A^\mu_{(2)} = \frac{Q}{r} (1, 0, 0, 0), \quad \vec{B} = (0, B, 0) \quad (16)$$

where  $r$  is the distance from the origin of coordinates  $r^2 = x^2 + y^2$  and  $x$  is radial coordinate in cylindrical coordinates. For permittivity  $\varepsilon$  and permeability  $\mu$  we used  $\varepsilon = 1$  and  $\mu = 1$ .

We introduce action for string loop in electromagnetic field as

$$S = \int \mathcal{L} d\sigma d\tau, \quad \mathcal{L} = -\mu\sqrt{-h} - \frac{1}{2}\sqrt{-h}h^{ab}(\varphi_{|a} + A_a)(\varphi_{|b} + A_b), \quad (17)$$

where  $A_a = A_\gamma X^\gamma_{|a}$ . The first part of the form classic action for Nambu-Goto string with only tension  $\mu$ , the second part represents the interaction of scalar field  $\varphi$  with four-potential  $A_\alpha$  of electromagnetic field. Mentioned action (17) is effective action for the description of string, created by bosons or fermions on superconducting string. To action (17) we can add a part providing Maxwell equations for the development of  $A_\alpha$

$$S_{EM} = -\frac{1}{16\pi} \int F^{\mu\nu} F_{\nu\mu} d^4x, \quad (18)$$

where  $F_{\mu\nu}$  is electromagnetic field tensor

$$F_{\mu\nu} = A_{\nu|\mu} - A_{\mu|\nu}. \quad (19)$$

Further, we assume that external electromagnetic field  $A^\alpha$  is firmly given in advance, and stringon electromagnetic field is relatively weak. Thereafter, it is possible to neglect the effect of string on itself (self interaction). We will use test string loop and therefore the action (18) further we do not consider.

Variation of action (17) with respect to scalar field  $\varphi$  we present

$$[\sqrt{-h}h^{ab}(\varphi_{|a} + A_a)]_{|b} = 0. \quad (20)$$

Axial symmetry implies that  $\varphi_{|\sigma\sigma} = 0$  and  $A_\phi = A_\sigma \neq A_\sigma(\phi)$ , therefore, from equation (20) follows the existence of conserved quantity  $\Omega$  and  $n$ , defined as

$$\Omega = \varphi_{|\tau} + A_\tau, \quad n = \varphi_{|\sigma}, \quad (21)$$

whereby  $J^2 \equiv \frac{\Omega^2 + n^2}{2}$ . Varying the action (17) with respect to induced metric  $h_{ab}$  we get the energy-momentum tensor of string

$$\sum^{\tau\tau} = \frac{\Omega^2 + (n + A_\phi)^2}{2g_{\phi\phi}} + \mu, \quad \sum^{\sigma\sigma} = \frac{\Omega^2 + (n + A_\phi)^2}{2g_{\phi\phi}} - \mu, \quad \sum^{\sigma\tau} = \frac{-\Omega(n + A_\phi)}{2g_{\phi\phi}}. \quad (22)$$

Current density created by the string we obtain varying Lagrangian from action (17) with respect to four-potential  $A_\alpha$

$$J^\mu = \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta A_\mu} = -\rho X^\mu_{|\tau} + j X^\mu_{|\sigma}, \quad \frac{\partial\rho}{\partial\tau} = \frac{\partial j}{\partial\sigma}, \quad (23)$$

where we observe that string loop has current density along string  $j = n + A_\phi$  and constant density of electric charge  $\rho = \Omega$ . Variation of action (17) with respect to  $X^\mu$  coordinates leads to the equations of motion in relation

$$\frac{D}{d\tau} \Pi_\mu^{(\tau)} + \frac{D}{d\sigma} \Pi_\mu^{(\sigma)} = 0, \quad (24)$$

where we introduced canonical momentum

$$\Pi_{\mu}^{(\tau)} \equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{X}^{\mu}} = \Sigma^{\tau\alpha} g_{\mu\lambda} X^{\lambda}{}_{|\alpha} + \Omega A_{\mu} , \quad (25)$$

$$\Pi_{\mu}^{(\sigma)} \equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X'^{\mu}} = \Sigma^{\sigma\alpha} g_{\mu\lambda} X^{\lambda}{}_{|\alpha} - (n + A_{\phi}) A_{\mu} . \quad (26)$$

With similar approach as in part for electromagnetically interacting string we come to Hamiltonian

$$H = \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} (\Pi_{\alpha} - \Omega A_{\alpha})(\Pi_{\beta} - \Omega A_{\beta}) + \frac{1}{2} g_{\phi\phi} [(\Sigma^{\tau\tau})^2 - (\Sigma^{\tau\sigma})^2] \quad (27)$$

together with Hamilton-Jacobi equations

$$P^{\mu} \equiv \frac{dX^{\mu}}{d\zeta} = \frac{\partial H}{\partial \Pi_{\mu}} , \quad \frac{d\Pi_{\mu}}{d\zeta} = - \frac{\partial H}{\partial X^{\mu}} . \quad (28)$$

From the first equation of (28) we obtain the relation between canonical  $\Pi^{\mu}$  and mechanical  $P^{\mu}$  momentum in form

$$P^{\mu} = \Pi^{\mu} - \Omega A^{\mu} . \quad (29)$$

Symmetry defines the conserved quantities – energy  $E$  and angular momentum  $L$

$$-E = \Pi_t = P_t + \Omega A_t , \quad (30)$$

$$L = \Pi_{\phi} = g_{\phi\phi} \Sigma^{\tau\sigma} + \Omega A_{\phi} = -\Omega n . \quad (31)$$

Effect of electromagnetic field on dynamics of string is understandable, as long as we perform graphical comparison with the motion of charged particle in the same field. Hamiltonian for the motion of electrically charged test particle with mass  $m$  and charge  $q$  is

$$H_p = \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} (\Pi_{\alpha} - q A_{\alpha})(\Pi_{\beta} - q A_{\beta}) + \frac{1}{2} m^2 , \quad P^{\mu} = \Pi^{\mu} - q A^{\mu} . \quad (32)$$

We assume that the particle rotates along the circular orbit with radius  $x$  constant angular velocity  $\omega = \frac{P_{\phi}}{m}$ . Energy of the particle  $E = -\Pi_t$  and angular momentum  $L = \Pi_{\phi}$  are conserved quantities.

Hamiltonian for particle on circular orbit (32) and string loop's Hamiltonian in the field of point charge  $Q$  are

$$H_{p(1)} = \frac{1}{2} P_x^2 + \frac{1}{2} P_y^2 - \frac{1}{2} (E - \frac{qQ}{r})^2 + \frac{1}{2} m^2 + \frac{L^2}{x^2} , \quad (33)$$

$$H_{s(1)} = \frac{1}{2} P_x^2 + \frac{1}{2} P_y^2 - \frac{1}{2} (E - \frac{\Omega Q}{r})^2 + \frac{1}{2} (\mu x + \frac{J^2}{x})^2 . \quad (34)$$

Particle's motion in this case can be only central, since symmetry of electric field is central. Plane of motion can be chosen as equatorial, when  $P_y = 0$  is necessary. Particle's motion remains regular. On other hand, string's motion can take place also outside of equatorial plane (parallel with it), but in this case motion is no longer regular, but in general chaotic. In Hamiltonian (34) we see the impact of radial Coulombic force  $\sim \Omega Q/r^2$  on element of string with charge  $\Omega$ ; force is attractive for  $\Omega Q < 0$  and repulsive for  $\Omega Q > 0$ . Radial force field violates symmetry toward the transfer of string along  $y$  axis and string's motion no longer can be regular, see the fig.3.(a).

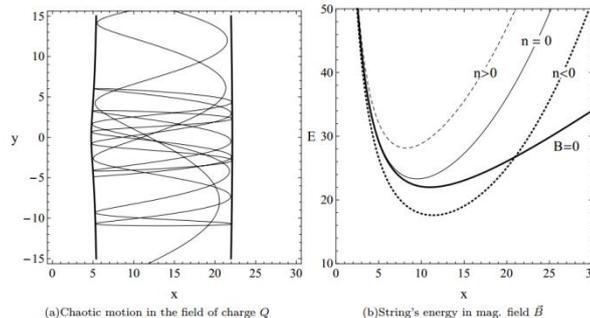
Using the condition (21) we can introduce parameter  $\omega_1$

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\Omega}{J} , \quad -1 \leq \omega_1 \leq 1 , \quad (35)$$

and express energy boundary function of the motion  $E_b(x, y)$  for string loop in the field of point charge  $Q$  as

$$E_b(x, y) = \mu x + \frac{J^2}{x} + \frac{\sqrt{2} \omega_1 J Q}{r} . \quad (36)$$

$\omega_1 = -1$  case responses to the situation with opposite charges  $Q$  and  $\Omega$ ,  $\omega_1 = 0$  is uncharged string and  $\omega_1 = 1$  is like charges case.



(a) Chaotic motion in the field of charge  $Q$

(b) String's energy in mag. field  $\vec{B}$

Fig.3. Effect of electromagnetic field on dynamics of string. String in field of point charge  $Q$  affected by spherical symmetric force, violating the symmetry of the problem and leading to irregularity of motion. String in homogenous magnetic field  $\vec{B}$  experiences a new force trying only to change the radius; configuration with  $n < 0$  from energetic point is the most stable against  $n > 0$  configuration.

We determine the dynamics of test particle and string loop in homogeneous magnetic field  $\vec{B}$  oriented parallel with  $y$  axis from Hamiltonian for the motion of particle and string (32-27)

$$H_{p(2)} = \frac{1}{2}P_x^2 + \frac{1}{2}P_y^2 - \frac{1}{2}E^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{L}{x} - \frac{qB}{2}x\right)^2 + \frac{1}{2}m^2, \quad (37)$$

$$H_{s(2)} = \frac{1}{2}P_x^2 + \frac{1}{2}P_y^2 - \frac{1}{2}E^2 + \frac{1}{2}\left(\mu x + \frac{J^2}{x} + \frac{nB}{2}x + \frac{B^2}{8}x^3\right)^2. \quad (38)$$

Here electromagnetic field does not violate symmetry; independence of both Hamiltonian from  $y$  coordinate means the conservation of  $P_y^2$  and free motion in  $y$  direction. The first and second elements in bracket of Hamiltonian (38) for the string's motion are already known for us as tension  $\mu$  and angular momentum  $L$ . Comparing with Hamiltonian for particle's motion (37) we see that third element represents Lorenz force, caused by current  $-n$  acting in  $x$  direction. The last element in bracket of Hamiltonian (38) is the density of magnetic field. It is interesting the element representing impact of Lorenz force is changing as  $\sim x$ , which means as the same as part coming tension – Lorenz force generates “magnetic tension” on string loop. The same part created by Lorenz force “tension” appears in the case of charged particle.

Using condition (21) we can introduce parameter  $\omega_2$

$$\omega_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{n}{J}, \quad -1 \leq \omega_2 \leq 1, \quad (39)$$

and express energy boundary function of motion for string loop  $E_b(x, y)$  in homogeneous magnetic field  $\vec{B}$  in relation

$$E_b(x) = \mu x + \frac{J^2}{x} - \frac{\omega_2 J B}{\sqrt{2}}x + \frac{B^2}{8}x^3. \quad (40)$$

Cases  $\omega_2 = \pm 1$  response to the current flowing along the string in positive and negative directions,  $\omega_2 = 0$  string without current.

From the investigation of stability loop with current in magnetic field  $B > 0$  we see for  $n > 0$  ( $\omega_2 < 0$ ) string loop is unstable, for  $n < 0$  ( $\omega_2 > 0$ ) string loop is stable position, see Fig.3.(b).

#### 4. Acknowledgements.

This research was supported by Albert Einstein Centre for Gravitation and Astrophysics. O.T. and A.T. acknowledges the internal Silesian University in Opava Grant No. SGS/14/2016; M.K. and A.T. acknowledges the Czech Science Foundation Grant No. 16-03564Y.

#### REFERENCES

- [1] Ted Jacobson and Thomas P. Sotiriou. String dynamics and ejection along the axis of a spinning black hole. Phys. Rev. 2009. D 79, 065029. [2] Martin Kološ and Zdeněk Stuchlí. Dynamics of current-carrying string loops in the Kerr naked-singularity and black-hole spacetimes. Phys. Rev. 2013. D 88, 065004. [3] Zdeněk Stuchlí and Martin Kološ. String loops oscillating in the field of Kerr black holes as a possible explanation of twin high-frequency quasiperiodic oscillations observed in microquasars. Phys. Rev. 2014. D 89, 065007. [4] Arman Tursunov, Martin Kološ, Bobomurat Ahmedov, Zdeněk Stuchlí. Dynamics of an electric current-carrying string loop near a Schwarzschild black hole embedded in an external magnetic field. Phys. Rev. 2013. D 87, 125003. [5] Arman Tursunov, Martin Kološ, Zdeněk Stuchlí, and Bobomurat Ahmedov. Acceleration of electric current-carrying string loop near a Schwarzschild black hole immersed in an asymptotically uniform magnetic field. Phys. Rev. 2014. D 90, 085009. [6] Tursinbay Oteev, Martin Kološ, Zdeněk Stuchlí, "String loop in Reissner-Nordström spacetime" in preparation.

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

Введение	3
К.Olimov, В.Yuldashev, К.Olimov, А.Kurbanov, А.Olimov, S.Lutpullaev. The sizes of emission sources of deuterons and $\alpha$ particles in $^{16}\text{O}$ p collisions at 3.25 A GeV/C	5
К.Олимов, К.Гуламов, С.Лутпуллаев, Х.Олимов, Б.Юлдашев, А.Олимов, М.Рахматуллаева. Корреляции в образовании заряженных пионов и легких ядер в соударениях ядер кислорода с протонами при 3.25 А ГэВ/С	10
Б.С.Юлдашев, Э.Х.Бозоров, К.Олимов, С.Л. Лутпуллаев. Особенности образования протонов и дейтронов в $^{16}\text{O}$ -соударениях при 3.25 ГэВ/С на нуклон	14
Б.С.Юлдашев, С.Л.Лутпуллаев, К.Олимов, Э.Х.Бозоров, Ш.Д.Тожимаматов. Некоторые особенности образования $\alpha$ -частиц в различных топологических каналах развала ядер кислорода во взаимодействиях с протонами при 3.25 А ГэВ/С	17
У.У.Абдурахманов, В.Ш.Навотный. Особенности испускания $\text{He}(z=2)$ фрагментов снаряда во взаимодействиях ядер золота с энергией 10.6 А ГэВ/С Ag, Вг ядрами эмульсии	20
Б.С. Юлдашев, С.В.Артемов, Г.А. Кулабдуллаев, Т.Т. Рахмонов, Э.Х.Бозоров, Б.Ш. Абдиев. К изучению сечения взаимодействия нейтронов с изотопами тория и урана	24
Г.А.Кулабдуллаев, А.А.Ким, А.Ф.Небесный, Г.А.Абдуллаева, Э. Х.Бозоров, Г.Т.Джураева, Ш. Н.Сайтджанов. Высокочувствительный цветовой индикатор поглощенной дозы излучения эпителиальных нейтронов	27
М.Х.Ашуруп, И.Нуритдинов, С.Т.Бойбобоева. Радиационно-стимулированные $\text{Yb}^{3+} \leftrightarrow \text{Yb}^{2+}$ и $\text{Yb}^{3+} \leftrightarrow \text{Yb}^{3+}$ превращения в монокристаллах и нанокерамиках $\text{CaF}_2\text{-YbF}_3$	29
А.В.Марченко, Ф.С.Насрединов, П.П.Серегин, Н.Н.Жуков, А.В.Шалденкова. Радиоактивное равновесие изотопов $^{119\text{m}}\text{Te}/^{119}\text{Sb}$ и структура мессбауэровских спектров примесных атомов $^{119\text{m}}\text{Sn}$ в стеклообразных халькогенидах мышьяка	32
M.S. Nadirbekov, E.B. Makhmanov. Reduced e2-transition probabilities of alternating-parity spectra of lanthanide nuclei	36
С.Р.Палванов, М.И.Мамаюсупова, Х.Ю.Рахимов, Ч.М.Юсупова, Ф.А.Расулова. Исследование сечения возбуждения изомерных состояний в реакциях $(\gamma, N)$ и $(N, 2N)$ на ядре $^{45}\text{Sc}$	41
M.S.Nadirbekov, I.I.Kurbanov, K.K. Shodmonov, B.A. Mirzakarimov. Triaxiality in excited collective states of even-even nuclei	43
А.Нурмухамедов, И.Ханова. Энергия и время жизни альфа-распада новых сверхтяжелых ядер с восстановленной вигнеровской $\text{Su}(4)$ -симметрией	47
V.F.Irgaziev, Z.Kanakov, F.Safarov. Why the rate of $\text{P}+\text{P} \rightarrow \text{D}+\text{E}^++\nu_{\text{E}}$ reaction in the sun does not depend on the form of n-n potential?	52
E.B.Makhmanov, M.J. Korjovov. B(E1)-reduced transition probabilities in alternating parity spectra of even-even nuclei	56
Я.А.Ахмедов, Б.К.Кульджанов, Е.А.Данилова. Многоэлементный нейтронно-активационный анализ в плодовоощной продукции, лекарственных травах и сборах	60
М.А. Муссаева, Э.М. Ибрагимова, Ш.Н. Бузриков, Н.Б. Исмаилов. Механизмы создания сложных радиационных дефектов в кристаллах LiF при электронном облучении	62
V.A. Fayzullaev, M. Ergasheva. Effective action at weak coupling limit	67
V.A. Fayzullaev, M. Ergashov. Effective action for qed at weak coupling limit	69
SH.R. Otajonov, B.B.Baizakov. Dynamics of multi-soliton molecules in dipolar bose-einstein condensates	72
V.Turmanov. Stability of soliton molecules in bose-einstein condensates	77
N.X. Xushvaqto'v, E.N.Tsoy. Kuchaytirishi va so'nishi nosimmetrik taqsimlanishli bregg panjaralarining xossalari	82
Х.Н.Исматуллаев. Конденсат бозе-эйнштейна с отталкивающим межатомным взаимодействием в ангармонической ловушке вида $x^4$	84
Х.Н.Исматуллаев. Двухкомпонентный конденсат бозе-эйнштейна	86
G.Babajanova, K.Nakamura. Fast forward of adiabatic dynamics of the soft-wall confinement: nature of nonadiabatic force	88
R. Gazizov, K. Nakamura. Fast-forward of quantum dynamics.	93
V.Yavidov. Disordered electron-phonon interaction induced small polaron.	97
E. Kh. Alpomishev, K. Nakamura, Z. Kanokov. Non-markovian dynamics of harmonic oscillator coupled with heat bath in the context of nanoscale otto cycle	102
И. Хидиров, С. Рахманов, А. Парпиев. О низкотемпературной зависимости температуры дебая	106
С. Ш. Таджимуратов, Ф. Х. Абдуллаев. Решетка нелинейных оптических волноводов с РТ –	

симметрией .....	108
A.Marchenko, V.Kiselev, A.Rasnyuk, A.Shaldenkova, P.Seregin. Electron exchange between dopant iron sites in glass films of arsenic selenide .....	112
М.М.Сафаров, А.С.Назруллоев, Д.С.ДЖураев, М.М.Холиков. Адсорбционные и теплофизические свойства некоторых металлических, неметаллических наночастиц и их влияние на поведение растворителей .....	117
М.Х.Ашууров, И.Нуритдинов, З.У.Эсанов, К.Х.Саидахмедов. Влияние восстановительной термообработки на спектрально-люминесцентные свойства кристаллов $Y_2SiO_5$ .....	119
S. M. Tashpulatov. Structure of essential spectra and discrete spectrum of the energy operator of five-electron systems in the Hubbard model in the one-dimensional lattice. First quartet state .....	124
М. У. Шокиров. Search of collective excitations for resonant high harmonics generation .....	130
В.Криворотов, С.Мирзаев, Г.Нуждов. Активационные энергии внутреннего движения и кластеризация дефектов в наноразмерной решетке суперионного проводника $LaF_3$ .....	132
Р.Бабаджанов, З.Каноков. Технология производства РФП на Linac и использование мощного потока ЭВК от эксклюзивных радиоизотопов для локальной, ионизационной брахитерапии рака в объеме опухолевой области .....	137
М.Ташметов, Н.Исмаев, Р.Саидов. Радиациявий услубда чокланган поливинилхлорид изоляцияловчи найчаларнинг хоссалари .....	138
E.T.Ro'ziyev, M.Yu. Tashmetov, R.R.Xolmatov. Elektronlar dastasi yordamida nurlantirilgan polietilen mahsuloti va polivinilxlorid naychasing mexanik xossalarini o'rganish .....	140
A.Nakimov, B.Narzilloev, B.Juraev. The anisotropy of the speed of light in conformal weyl gravity ..	144
S. Shaymatov. Isofrequency pairing orbits in the vicinity of black strings pace time .....	147
А.А.Абдужаббаров, М.Ф.Рахматуллаева. Движение намагниченной частицы вокруг черной дыры на бранево внешнем магнитном поле .....	151
А.А.Абдужаббаров, К.Б.Хайдаров. Движение частиц в окрестности компактных гравитационных объектов с нут параметром во внешнем магнитном поле .....	154
J.R.Rayimbaev <sup>1</sup> , Bnarzullaev <sup>2</sup> , B.B. Juraev. Particle acceleration in the polar cap of deformed neutron stars .....	157
O. Rakhimov, B.Juraev, A. Rakhmatov. Shadow of rotating wormhole in plasma environment .....	160
В.Луговой. Двумерная многочастичная физика для квантового компьютера .....	165
T. Oteev, M. Kološ, A. Tursunov. String loop in electromagnetic field .....	169